

ΜΑΚΡΟ-ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΠΟΛΙΤΙΚΗ

ὑπὸ ΑΝΔΡΕΟΥ Γ. ΠΑΠΑΝΔΡΕΟΥ

I. ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑΙ ΕΝΝΟΙΑΙ

Εἰς τὴν παροῦσαν μελέτην ἀσχολούμεθα μὲ τὸν τρόπον χρησιμοποίησεως τῶν μακροοικονομικῶν ὑποδειγμάτων πρὸς λήψιν ἀποφάσεων, ὑπὸ τῆς Ἀρχῆς ἣ ὁποία εἶναι ἐπιφορτισμένη μὲ τὴν διαμόρφωσιν καὶ τὴν ἀσκήσιν τῆς οἰκονομικῆς πολιτικῆς. Ἡ ἐπιχειρηματολογία τῆς μελέτης δὲν ἀποσκοπεῖ εἰς τὴν ἀνάλυσιν προβλημάτων τῆς τρεχούσης πολιτικῆς ἀλλ' ἀπλῶς εἰς τὴν διαφώτισιν τῆς λογικῆς διαρθρώσεως τῆς διαδικασίας ἀσκήσεως οἰκονομικῆς πολιτικῆς ἐντὸς τῶν πλαισίων τῶν μακροδυναμικῶν ὑποδειγμάτων. Ὡς πρῶτον βῆμα, πρὸς τὴν κατεύθυνσιν αὐτὴν ἐκθέτομεν κατωτέρω τὰς ἀπαιτούμενας βασικὰς τεχνικὰς γνώσεις διὰ τὴν κατασκευὴν τῶν οἰκονομικῶν ὑποδειγμάτων.

1. Προτάσεις καὶ δηλώσεις.

«Πρότασις» (sentence) εἶναι μία σειρά συμβόλων τὰ ὅποια πληροῦν τὰς ἀπαιτήσεις τῆς διαρθρώσεως μιᾶς γλώσσης. Θὰ καλοῦμεν τὴν πρότασιν ταύτην «δήλωσιν» (statement) ἐὰν εἶναι δυνατόν νὰ προσδώσωμεν εἰς αὐτὴν μίαν τιμὴν ἀληθείας (a truth value). Οὕτως «α εἶναι Q», εἶναι μία δήλωσις, ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι τὸ α εἶναι δοθὲν ἀντικείμενον καὶ τὸ Q ὑποδηλοῖ δοθεῖσαν ιδιότητα. Ἐὰς ἐξετάσωμεν ὅμως μίαν πρότασιν τῆς μορφῆς «χ εἶναι Q», ὅπου τὸ χ εἶναι μία μεταβλητὴ. Μία τοιαύτη πρότασις—καλουμένη ἀνοικτὴ πρότασις—δὲν εἶναι δήλωσις, διότι τὸ χ δὲν ἀναφέρεται εἰς ἀντικείμενον τι ἀλλ' ἀπλῶς κατέχει τὴν θέσιν ἐνὸς μὴ ὀρισθέντος εἰσέτι ἀντικειμένου. Κατὰ συνέπειαν δὲν εἶναι δυνατόν νὰ εἴπωμεν ἐὰν ἡ

πρότασις « χ είναι Q », είναι ἀληθῆς ἢ ψευδῆς. Τοῦτο δύναται νὰ γίνῃ μόνον κατόπιν ἀντικαταστάσεως τοῦ χ μὲ συγκεκριμένον ἀντικείμενον.

2. Σύνολα.

Εἰς τὴν ἀνοιχτὴν πρότασιν « χ είναι Q » ἀντιστοιχεῖ ἐν σύνολον τὸ ὁποῖον καλεῖται συνήθως «σύνολον ἀληθείας» τῆς προτάσεως. Τὸ σύνολον τοῦτο εἶναι ἡ συλλογὴ ὅλων τῶν δυνατῶν ὑποκαταστάσεων τοῦ χ αἱ ὁποῖαι μετατρέπουν τὴν πρότασιν εἰς πραγματικὴν δῆλωσιν. Οὕτω γράφομεν :

$$X = [\chi / \chi \text{ είναι } Q] .$$

πρὸς ὑποδήλωσιν τοῦ συνόλου ἀληθείας τῆς προτάσεως « χ είναι Q ». Ἐν ἄλλοις λόγοις X εἶναι ἡ τάξις ἢ τὸ σύνολον ὅλων τῶν περιπτώσεων ὑποκαταστάσεως τοῦ χ , αἱ ὁποῖαι καθιστοῦν τὴν πρότασιν « χ είναι Q » ἀληθῆ δῆλωσιν. Τὰ σύνολα ἀποτελοῦνται ἐκ στοιχείων. Ἐὰν ἡ πρότασις « χ_1 είναι Q » εἶναι ἀληθῆς δῆλωσις, τότε τὸ χ_1 εἶναι στοιχεῖον τοῦ X ἢ συμβολικῶς $\chi_1 \in X$. Δύο σύνολα εἶναι ἴσα ἐὰν περιλαμβάνουν τὰ αὐτὰ ἀκριβῶς στοιχεῖα. Ἐνα σύνολον X καλεῖται ὑποσύνολον ἐτέρου συνόλου Y ἐὰν τὸ τελευταῖον τοῦτο περιλαμβάνῃ ὅλα τὰ στοιχεῖα τοῦ X . Τοῦτο παριστῶμεν συμβολικῶς ὡς ἐξῆς : $X \subset Y$. Ἐὰν ἐξ ἄλλου $X \subset Y$ εἶναι ἀληθές ἀλλὰ $Y \subset X$ δὲν εἶναι ἀληθές τότε λέγομεν ὅτι τὸ X εἶναι ἓνα πραγματικὸν (proper) ὑποσύνολον τοῦ Y καὶ γράφομεν συμβολικῶς $X \subset Y$.

Θὰ ὀρίσωμεν τρεῖς βασικὰς πράξεις ἐπὶ συνόλων ἤτοι : τὴν ἔνωσιν (union), τὴν τομὴν (intersection) καὶ τὴν συμπλήρωσιν (complementation). Ἡ ἔνωσις τῶν συνόλων A καὶ B , παριστωμένη διὰ « $A \cup B$ », εἶναι ἐν σύνολον περιέχον τὰ στοιχεῖα τοῦ A καὶ τὰ στοιχεῖα τοῦ B . Οὕτως ἀμφότερα τὰ σύνολα A καὶ B εἶναι ὑποσύνολα τοῦ συνόλου $A \cup B$. Ἡ τομὴ τῶν A καὶ B ἣτις παριστᾶται ὡς $A \cap B$ περιλαμβάνει μόνον ἐκεῖνα τὰ στοιχεῖα τοῦ A (ἢ τοῦ B) τὰ ὁποῖα ἀνήκουν ἐπίσης εἰς τὸ B (ἢ τὸ A). Οὕτως ἂν τὸ A καὶ B δὲν περιλαμβάνουν κοινὰ στοιχεῖα λέγομεν ὅτι ἡ τομὴ τῶν A καὶ B εἶναι κενή. Ἄς ὑποθέσωμεν τώρα ὅτι $A \subset B$. Τότε ἡ παράστασις $B - A$ εἶναι τὸ συμπλήρωμα (complement) τοῦ A εἰς τὸ B . Τὸ σύνολον $B - A$ περιλαμβάνει προφανῶς ὅλα τὰ στοιχεῖα

τοῦ B τὰ ὁποῖα δὲν εἶναι ἐπίσης καὶ στοιχεῖα τοῦ A.

3. Σχέσεις.

Ἄς λάβωμεν δύο σύνολα, τὸ A καὶ τὸ B. Ἐὰν λάβωμεν ἀνὰ δύο τὰ στοιχεῖα τῶν συνόλων αὐτῶν ἀκολουθοῦντες ὀρισμένην τάξιν, π.χ. θέτομεν εἰς ἕκαστον ζευγὸς πρῶτον ἓν στοιχεῖον τοῦ A καὶ ὡς δεύτερον ἓν στοιχεῖον τοῦ B, κατασκευάζομεν ἐκ νέου σύνολον, τὸ ὁποῖον καλεῖται καρτεσιανὸν γινόμενον τῶν συνόλων A, B καὶ παριστᾶται ὡς «A · B». Τὸ σύνολον «A · B» εἶναι τὸ σύνολον ὄλων τῶν διατεταγμένων ζευγῶν (a, b). Οὕτω γράφομεν :

$$A \cdot B = [(a, b) / a \in A, b \in B],$$

ὅπερ σημαίνει ὅτι A · B εἶναι τὸ σύνολον ὄλων τῶν ζευγῶν (a, b), ὅπου τὸ στοιχεῖον a ἀνήκει εἰς τὸ A καὶ τὸ στοιχεῖον b εἰς τὸ B.

Ἡ Σχέσις (relation) ὀρίζεται ὡς ἓν ὑποσύνολον τοῦ καρτεσιανοῦ γινομένου. Ἄς λάβωμεν ἓν παράδειγμα: Ἐστω ἡ ἐξίσωσις :

$$y = 3x.$$

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη εἶναι μία ἀνοιχτὴ πρότασις. Δι' ὀρισμένες τιμὰς τῶν x καὶ y εἶναι δυνατὸν νὰ μετατραπῇ αὕτη εἰς ἀληθῆ δήλωσιν, ἐνῶ δι' ἄλλας τιμὰς τῶν x καὶ y δύναται νὰ μετατραπῇ εἰς ψευδῆ δήλωσιν. Οὕτω π.χ. ἐὰν θέσωμεν $y = 3$ καὶ $x = 1$ ἡ ἐξίσωσις μετατρέπεται εἰς ἀληθῆ δήλωσιν. Ἀντιθέτως αἱ τιμαὶ $y = 2$ καὶ $x = 1$ καθιστοῦν αὐτὴν ψευδῆ δήλωσιν. Ποῖον εἶναι τώρα τὸ σύνολον ἀληθείας τῆς προτάσεως :

$$y = 3x ;$$

Προφανῶς τοῦτο εἶναι τὸ σύνολον ὄλων τῶν ζευγῶν τῆς μορφῆς (x, y) τὰ ὁποῖα ἐπαληθεύουν τὴν ἐξίσωσιν καὶ μετατρέπουν αὐτὴν εἰς ἀληθῆ δήλωσιν. Οὕτω γράφομεν :

$$R = [(x, y) / y = 3x].$$

Τὸ σύνολον R εἶναι μία σχέσις. Εἶναι σαφές ὅτι τὸ R εἶναι ἓν ὑποσύνολον ἐνὸς καρτεσιανοῦ γινομένου, ἤτοι τοῦ :

$$X \cdot Y = [(x, y) / x \in X, y \in Y].$$

Τὸ X · Y ἀποτελεῖται ἀπὸ πάντα τὰ ζεύγη τῆς μορφῆς (x, y) καὶ κατὰ συνέπειαν περιλαμβάνει κατ' ἀνάγκην καὶ τὰ ζεύγη ἐκεῖνα τὰ ὁποῖα ἱκανοποιοῦν τὴν ἐξίσωσιν $y = 3x$.

Πρὸς ἐμφατικωτέραν διατύπωσιν τούτου δυνάμεθα νὰ ἐκφράσωμεν τὸ R ὡς ἀκολούθως :

$$R = [(\chi, y) / \chi \in X, y \in Y \text{ καὶ } y = 3\chi]$$

Δοθείσης μιᾶς σχέσεως διακρίνομεν μεταξὺ τοῦ «πεδίου» (domain) καὶ τοῦ «εὐρους» (range) αὐτῆς. Τὸ πεδῖον μιᾶς σχέσεως π.χ. τῆς R εἶναι τὸ σύνολον ὅλων τῶν χ διὰ τὰ ὅποια ὑφίστανται y τοιαῦτα ὥστε ἡ σχέσηις $y = 3\chi$ νὰ εἶναι ἀληθής. Ἀντιθέτως τὸ εὖρος τῆς R εἶναι τὸ σύνολον ὅλων τῶν y διὰ τὰ ὅποια ὑφίστανται x τοιαῦτα ὥστε ἡ σχέσηις $y = 3x$ νὰ εἶναι ἀληθής.

Αἱ ἔννοιαι αὗται σχετίζονται εἰδικώτερον μὲ τὰς συναρτήσεις αἱ ὅποια εἶναι εἰδικαὶ περιπτώσεις τῶν σχέσεων, ὡς θὰ ἴδωμεν κατωτέρω.

Ἡ σχέσηις R εἶναι μία δυαδικὴ σχέσηις περιλαμβάνουσα 2 μεταβλητάς. Τριαδικαὶ σχέσεις ἢ σχέσεις περιλαμβάνουσαι περισσότερας μεταβλητάς δύνανται νὰ ἀναχθοῦν εἰς δυαδικὰς σχέσεις ὡς ἀκολούθως : Ἐστω π.χ. ἡ σχέσηις :

$$S = [(\chi, y, z) / \chi \in X, y \in Y, z \in Z \text{ καὶ } z = y + 2\chi]$$

S εἶναι τὸ ὑποσύνολον τοῦ Καρτεσιανοῦ γινομένου $X \cdot Y \cdot Z$. Τίποτε ἐν τούτοις δὲν θὰ μᾶς ἐμποδίσῃ νὰ ἐκφράσωμεν τὸ Καρτεσιανὸν τοῦτο γινόμενον ὡς $W \cdot Z$, ὅπου $W = X \cdot Y$. Οὕτω δυνάμεθα νὰ θεωρήσωμεν τὸ $X \cdot Y$ ὡς τὸ πεδῖον τοῦ S καὶ Z ὡς τὸ εὖρος αὐτοῦ καὶ νὰ γράψωμεν :

$$S = [((\chi, y), z) / (\chi, y) \in X \cdot Y, z \in Z \text{ καὶ } z = y + 2\chi]$$

4. Συναρτήσεις καὶ Συσχετίσεις (Mappings).

Μία σχέσηις F καλεῖται συνάρτησις ἐὰν καὶ μόνον ἐὰν εἰς ἕκαστον χ τοῦ πεδίου τῆς F ἀντιστοιχῇ ἀκριβῶς ἓν y τοῦ εὐρους αὐτῆς. Οὕτω :

$$[(\chi, y) / \chi \in X, y \in Y \text{ καὶ } y = 2\chi]$$

εἶναι μία συνάρτησις, ἐνῶ :

$$[(\chi, y) / \chi \in X, y \in Y \text{ καὶ } \chi^2 + y^2 = 1]$$

δὲν εἶναι συνάρτησις.

Εἰς ἑκάστην συνάρτησιν F μὲ πεδῖον X καὶ εὖρος Y' , ὅπου $Y' \subset Y$, ἀντιστοιχεῖ εἰς κανὼν f ὀνομαζόμενος συσχετίσις (mapping) τοῦ X πρὸς τὸ Y , ὅστις συσχετίζει ἕκαστον στοιχεῖον τοῦ X μὲ ἓν ἀκριβὲς στοιχεῖον τοῦ Y .

Συμβολικῶς: $f : X \longrightarrow Y$.

Κατὰ ταῦτα ὁ κανὼν f δημιουργεῖ τὴν συνάρτησιν F ἣτις δύναται νὰ προσδιορισθῇ ὡς ἀκολούθως :

$$F = [(\chi, y) / \chi \in X', y \in Y \text{ καὶ } y = f(\chi)],$$

ὅπου $f(\chi)$ εἶναι τὸ ἀντίστοιχον τοῦ χ βάσει τοῦ κανόνος f καὶ καλεῖται συνήθως (« f -ἀντίστοιχον») τοῦ χ . Οὕτως ἡ ἔκφρασις :

$$y = f(\chi)$$

εἶναι μία ἀνοικτὴ πρότασις συμφώνως πρὸς τὴν ὁποίαν τὸ y εἶναι f -ἀντίστοιχον τοῦ χ .

5. Ἀόριστες συναρτήσεις.

Δοθείσης τῆς συσχετίσεως :

$$f : X \cdot Y \longrightarrow Z$$

δυνάμεθα νὰ προσδιορίσωμεν τὴν συνάρτησιν :

$$F = [((\chi \cdot y), z) / \epsilon X \cdot Y, z \in Z \text{ καὶ } z = f(\chi, y)].$$

Ἄς ὑποθέσωμεν ἐν τούτοις ὅτι ἔχομεν μίαν συνάρτησιν G τῆς ἀκολούθου μορφῆς :

$$G = [((\chi, y), k) / (\chi, y) \in X \cdot Y, k \in [k] \text{ καὶ } k = g(\chi, y)],$$

ὅπου $[k]$ εἶναι τὸ σύνολον τὸ ἀποτελούμενον μόνον ἐκ τοῦ στοιχείου k . Ποία εἶναι ἡ συσχετίσις ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς τὴν συνάρτησιν G ; Δὲν δυνάμεθα νὰ γράψωμεν :

$$g : X \cdot Y \longrightarrow [k]$$

καθόσον δὲν συσχετίζεται ἐν ἑκαστον τῶν στοιχείων τοῦ $X \cdot Y$ μὲ τὸ $[k]$. Ἐν ἄλλοις λόγοις τὸ πεδῖον τοῦ G εἶναι ἐν πραγματικὸν ὑποσύνολον τοῦ $X \cdot Y$, τὸ ὁποῖον δυνάμεθα νὰ προσδιορίσωμεν ὡς ἀκολούθως :

$$H = [(\chi, y) / \chi \in X, y \in Y \text{ καὶ } k = g(\chi, y)].$$

Εἰς τὴν παράστασιν ταύτην ἡ ἀνοιχτὴ πρότασις $k=g$ (χ, y) χρησιμεύει διὰ τὴν ἐπιλογὴν τοῦ ὑποσύνολου $X \cdot Y$, τὸ ὁποῖον συσχετίζεται διὰ τοῦ g μὲ τὸ $[k]$. Οὕτω δυνάμεθα νὰ γράψωμεν τὴν συσχέτισιν g ὡς κάτωθι :

$$g : H \longrightarrow [k]$$

ὅπου H εἶναι μία σχέσις, ἥτοι ἓν ὑποσύνολον, τοῦ $X \cdot Y$. Τοῦτο δύναται νὰ εἶναι ἢ νὰ μὴν εἶναι μία συνάρτησις, ἀντιθέτως τὸ G εἶναι ὑποσύνολον τοῦ $X \cdot Y$. $[k]$ καὶ μία συνάρτησις.

Ἐπειδὴ τὸ G εἶναι ἡ συνάρτησις ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς τὴν συσχέτισιν g , τῆς ὁποίας ὁ προσδιορισμὸς ἀπαιτεῖ προηγουμένως τὸν προσδιορισμὸν ἑνὸς συνόλου $X \cdot Y$, λέγομεν ὅτι ἡ G προσδιορίζει ἀόριστως τὸ H καὶ ὀνομάζομεν αὐτὴν ἀόριστον συνάρτησιν.

Τῇ βοήθειᾳ τῶν ἀνωτέρω ὀρισθεισῶν πέντε θεμελιωδῶν ἐννοιῶν τῆς θεωρίας συνόλων, δυνάμεθα τῶρα νὰ προχωρήσωμεν εἰς τὸ κύριον μέρος τῆς παρούσης ἐργασίας.

II. ΣΤΑΤΙΚΑ ΜΑΚΡΟ-ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ

1. Ἡ ἔννοια τῆς Διαθρώσεως.

Αἱ ἐξισώσεις

$$f_i(\chi^i) = k_i \quad \text{ὅπου } i = 1, 2, \dots, I$$

προσδιορίζουν τὰς σχέσεις

$$\text{ὅπου } F_i = [\chi^i / \chi^i \in X^i \text{ καὶ } f_i(\chi^i) = k_i], \quad i = 1, 2, \dots, I$$

$$\text{ὅπου } \chi^i = (\chi_1^i, \chi_2^i, \dots, \chi_N^i), \text{ καὶ } \chi^i = \chi_1^i \cdot X_2^i \cdot \dots \cdot X_N^i$$

Ἐπειδὴ τὰ Καρτεσιανὰ γινόμενα $X^1, X^2, X^3, \dots, X^i, \dots, X^I$ δυνατὸν νὰ εἶναι διάφορα, εἶναι σκόπιμον νὰ τυποποιήσωμεν ταῦτα. Τοῦτο ἀπαιτεῖ τὴν κατασκευὴν ἑνὸς Καρτεσιανοῦ γινομένου, τὸ ὁποῖον περιλαμβάνει κάθε X_n^i ὅπου $i=1, 2, \dots, I$ $n = 1, 2, \dots, N$. Οὕτω δυνάμεθα νὰ ἀπαλείψωμεν τὰ ὑπερσημα καὶ νὰ γράψωμεν :

$$F_i = [\chi / \chi \in X \text{ καὶ } f_i(\chi) = k_i] \quad \text{ὅπου } i = 1, 2, \dots, I$$

Αἱ σχέσεις F_i ἀποτελοῦν ἓν σύνολον, μίαν τάξιν σχέσεων παριστωμένων διὰ Θ :

$$\Theta = [F_1, F_2, \dots, F_i, \dots, F_I]$$

Θά καλέσωμεν τὸ Θ διάρθρωσιν ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι ἡ τιμὴ τῶν στοιχείων αὐτοῦ δὲν εἶναι κενή, ἤτοι

$$\overset{0}{X} = F_1 \cap F_2 \cap \dots \cap F_1 \cap \dots \cap F_I \neq \text{κενοῦ συνόλου}$$

$\overset{0}{X}$ εἶναι τὸ σύνολον τῶν λύσεων τῶν ἐξισώσεων

$$f_i(\chi) = k_i \quad \text{ἔπου } i = 1, 2, \dots, I.$$

ἐκάστη ἐπὶ μέρος λύσις, ἐὰν βεβαίως ὑφίσταται τοιαύτη (ἔπερ σημαίνει ἐὰν τὸ Θ εἶναι διάρθρωσις), δύναται νὰ παρασταθῇ διὰ $\overset{0}{\chi}$: Οὕτω δυνάμεθα νὰ γράψωμεν :

$$\overset{0}{\chi} \in \overset{0}{X}.$$

2. Αἰτιώδης Διάταξις.

Ἡ ἀνάλυσις θά περιορισθῇ εἰς τὰς γραμμικὰς μόνον ἐξισώσεις ἀλλὰ δύναται ὑφ' ὀρισμένας προϋποθέσεις μὴ ἐξεταζομένας ἐνταῦθα νὰ γενικευθῇ.

Ἐὰν αἱ I σχέσεις τῆς διάρθρωσεως Θ προσδιορίζωνται ἀντιστοίχως ὑπὸ I γραμμικῶς ἀνεξαρτήτων ἐξισώσεων καὶ ἐὰν ὁ ἀριθμὸς τῶν μεταβλητῶν N , αἱ ὁποῖαι ἐμφανίζονται εἰς τὸ τυποποιηθὲν n -πλοῦν χ εἶναι ἴσος πρὸς I , τὸ σύνολον λύσεων $\overset{0}{X}$ περιλαμβάνει ἀκριβῶς ἓν στοιχεῖον, ἔπερ σημαίνει ὅτι τὸ σύστημα τῶν ἐξισώσεων ἔχει μόνον μίαν λύσιν. Μία διάρθρωσις ὀρίζεται ὡς αὐτάρκης ἐὰν $N=I$. Ἀντιθέτως διάρθρωσις ἔπου $N > I$ καλοῦνται τμηματικαὶ (sectional).

Αἱ αὐτάρχεις διάρθρωσις δύνανται νὰ διακριθοῦν εἰς τὰς ἐξῆς τρεῖς κατηγορίας :

1) Μὴ ὀλοκληρωμένοι (unintegrated), 2) ὀλοκληρωμένοι (integrated), 3) Αἰτιώδεις (causal).

Μὴ ὀλοκληρωμένη καλεῖται ἡ διάρθρωσις ἐκείνη, ἡ ὁποία εἶναι δυνατὸν νὰ μερισθῇ εἰς πραγματικὰ (proper) αὐτάρκη ὑποσύνολα. Ἐὰν μία διάρθρωσις δὲν περιλαμβάνῃ αὐτάρκη πραγματικὰ (proper) ὑποσύνολα καλεῖται ὀλοκληρωμένη. Τέλος, μία διάρθρωσις καλεῖται αἰτιώδης ἐὰν περιλαμβάνῃ ἓν ἢ περισσότερα αὐτάρκη πραγματικὰ ὑποσύνολα, ἀλλὰ δὲν δύναται νὰ μερισθῇ εἰς τὰ ὑποσύνολα ταῦτα. Τὰ αὐτάρκη ὑποσύνολα

μιάς αὐτάρκους διαρθρώσεως τὰ μὴ περιέχοντα ἄλλα αὐτάρκη ὑποσύνολα, καλοῦνται πλήρη ὑποσύνολα μηδενικῆς τάξεως.

Κατὰ συνέπειαν μία ὀλοκληρωμένη διάρθρωσις ἀποτελεῖται ἀπὸ ἓν μόνον τοιοῦτον ὑποσύνολον, ἥτοι αὐτὴν ταύτην τὴν διάρθρωσιν, ἐνῶ μία μὴ ὀλοκληρωμένη διάρθρωσις δύναται νὰ μερισθῇ καθ' εὐθείαν εἰς τοιαῦτα ὑποσύνολα. Ἀντιθέτως μία αἰτιώδης διάρθρωσις μολονότι περιλαμβάνει ἐν ἡ περισσότερα πλήρη ὑποσύνολα μηδενικῆς τάξεως, δὲν δύναται νὰ μερισθῇ εἰς ταῦτα.

Ἄς λάβωμεν π.χ. τὴν αἰτιώδη διάρθρωσιν Θ , ἡ ὁποία περιλαμβάνει Θ_{j_0} (ἔπου $j_0 = 1, 2, \dots, J_0$) πλήρη ὑποσύνολα μηδενικῆς τάξεως. Οὕτω ἡ ἔνωσις τῶν διαρθρώσεων Θ_{j_0} , ἥτοι

$$\Theta_1 U \Theta_2 U \Theta_3 U \dots U \Theta_{j_0} U \dots U \Theta_{j_0} \equiv U_{j_0} \Theta$$

εἶναι μία μὴ ὀλοκληρωμένη διάρθρωσις.

Ἡ διάρθρωσις αὕτη ἔχει I_{j_0} ἐξισώσεις καὶ N_{j_0} μεταβλητὰς ἔπου $I_{j_0} = N_{j_0}$. Τὸ σύνολον λύσεως X_{j_0} τοῦ $U_{j_0} \Theta$ περιλαμβάνει ἐν μόνον στοιχεῖον, ἔπερ σημαίνει ὅτι αἱ τιμαὶ τῶν N_{j_0} μεταβλητῶν εἶναι σαφῶς καθωρισμένοι. Ἐὰν αἱ τιμαὶ λύσεως αὐτῶν τεθοῦν εἰς τὰς ἐξισώσεις αἱ ὁποῖαι χαρακτηρίζουν τὸ σύνολον $\Theta - U_{j_0} \Theta$ (ἔσον τὸ ἐν λόγῳ σύνολον εἶναι μία τμηματικὴ διάρθρωσις), τότε τὸ σύνολον τοῦτο καθίσταται μία αὐτάρκης διάρθρωσις καὶ δύναται νὰ παρασταθῇ διὰ τῆς παραστάσεως $[\Theta - U_{j_0} \Theta]_1$. Τὸ ὑπόσημον 1 χρησιμοποιεῖται διὰ νὰ δείξῃ ὅτι ἡ τμηματικὴ διάρθρωσις $\Theta - U_0 \Theta$ καθίσταται αὐτάρκης κατόπιν ὑποκαταστάσεως τῶν τιμῶν λύσεως τῶν N_{j_0} μεταβλητῶν, αἱ ὁποῖαι περιέχονται εἰς τὰ I_{j_0} ἐξισώσεις αἵτινες προσδιορίζουν τὰς σχέσεις εἰς τὸ σύνολον $U_{j_0} \Theta$. Ἡ πρᾶξις αὕτη εἶναι ἡ πρῶτη, ἥτις ἐκτελεῖται εἰς τὴν τμηματικὴν διάρθρωσιν $\Theta - U_{j_0} \Theta$. Ἡ αὐτάρκης διάρθρωσις $[\Theta - U_{j_0} \Theta]_1$ δυνατὸν νὰ εἶναι ὀλοκληρωμένη, μὴ ὀλοκληρωμένη ἢ αἰτιώδης. Εἰς πᾶσαν ὅμως περίπτωσιν τὰ ἐλάχιστα δυνατὰ ὑποσύνολα αὐτῆς καλοῦνται πλήρη ὑποσύνολα πρῶτης τάξεως. Ἐὰν ἡ διάρθρωσις εἶναι αἰτιώδης ἢ ἀνωτέρω περιγραφεῖσα διαδικασία δύναται νὰ συνεχισθῇ μέχρις ὅτου ἡ προκύπτουσα διάρθρωσις καθίσταται ὀλοκληρωμένη ἢ μὴ ὀλοκληρωμένη. Οὕτω λαμβάνομεν μίαν περρασμένην σειρὰν αὐτάρκων διαρθρώσεων :

$$\theta, \left[\theta - u_{j_0} \theta \right], \cdot \left[\left[\theta - u_{j_0} \theta \right]_1 - u_{j_1} \theta \right]_2, \\ \left[\left[\left[\theta - u_{j_0} \theta \right]_1 - u_{j_1} \theta \right]_2 - u_{j_2} \theta \right]_3, \dots, \left[\dots - u_{j_{k-1}} \theta \right]_k, \\ \dots, \left[\dots - u_{j_{K-1}} \theta \right]_K \cdot$$

Ἡ αὐτάρκης διάρθρωσις ἢ υποδηλουμένη διὰ τοῦ ὑποσήμου K περιλαμβάνει πλήρη ὑποσύνολα K τάξεως. Ἐστὼ S ἓν πλήρες ὑποσύνολον τάξεως k . Ἐὰν ἡ μεταβλητὴ χ_i περιέχεται εἰς τὰς ἐξισώσεις, αἱ ὁποῖαι προσδιορίζουν τὸ S ἀλλὰ δὲν περιέχεται εἰς ἐξισώσεις, αἵτινες προσδιορίζουν ἓν πλήρες ὑποσύνολον τάξεως μικροτέρας τῆς k τότε χ_i θεωρεῖται ὡς ἐνδογενὴς μεταβλητὴ τοῦ ὑποσυνόλου S . Ἐὰν ὅμως χ_i περιέχεται εἰς τὰς ἐξισώσεις αἱ ὁποῖαι χαρακτηρίζουν τὸ ὑποσύνολον S , ἀλλὰ ἐπίσης καὶ εἰς τὰς ἐξισώσεις, αἱ ὁποῖαι χαρακτηρίζουν ἓν πλήρες ὑποσύνολον τάξεως μικροτέρας τοῦ k , τότε τὸ χ_i θεωρεῖται ὡς ἐξωγενὴς μεταβλητὴ ὡς πρὸς τὸ σύνολον S .

Κατὰ συνέπειαν εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν αἰτιωδῶν διαρθρώσεων δυνάμεθα νὰ διατάξωμεν τὰς μεταβλητάς εἰς μίαν ἱεραρχίαν προσδιοριζομένην ὑπὸ τῆς ἐννοίας τῆς Προηγήσεως. Λέγομεν ὅτι ἡ μεταβλητὴ χ προηγεῖται τῆς μεταβλητῆς y ἐὰν καὶ μόνον ἐὰν ἡ χ εἶναι ἐξωγενὴς, ἐνῶ ἡ y εἶναι ἐνδογενὴς, ὡς πρὸς δεδομένον πλήρες ὑποσύνολον τοῦ S . Ἡ σχέσις αὕτη προηγήσεως ἥτις ὁδηγεῖ εἰς μίαν (μερικὴν) διάταξιν τῶν μεταβλητῶν ἐνὸς συστήματος ἐξισώσεων καλεῖται συνήθως αἰτιώδης διάταξις. Ὁ ὅρος αἰτιώδης ἐν προκειμένῳ δὲν σημαίνει ιδιότητά τινα τοῦ περιβάλλοντος, ἀλλὰ μᾶλλον μίαν ιδιότητα ἀποδοθεῖσαν εἰς τὴν διάρθρωσιν ὑπὸ τοῦ δημιουργοῦ αὐτῆς.

Ἐσημειώθη ἀνωτέρω ὅτι αἱ αἰτιώδεις διαρθρώσεις εἶναι αὐτάρχεις. Εἰς τὴν οικονομικὴν ἐπιστήμην ἐν τούτοις εἶναι συνήθης ἡ περίπτωσις τῆς διατυπώσεως τμηματικῶν διαρθρώσεων, ἥτοι διαρθρώσεων, αἱ ὁποῖαι χαρακτηρίζονται ἀπὸ I ἐξισώσεις καὶ N μεταβλητάς, ὅπου $N > I$. Εἰς ὅλας τὰς περιπτώσεις ὅπου

ἡ διατύπωσις αὕτη εἶναι δυνατὴ οἱ οἰκονομολόγοι προσδιορίζουν $N-I$ μεταβλητὰς εἰς τὸ σύστημα ὡς ἐξωγενεῖς. Ποία εἶναι ἡ ἔννοια τῆς πρακτικῆς ταύτης ὑπὸ τὸ φῶς τῆς παρουσίας ἀναλύσεως; Ἀπλῶς ὑποτίθεται ὅτι αἱ μεταβληταί, αἱ ληφθεῖσαι ὡς ἐξωγενεῖς εἶναι ἐνδογενεῖς εἰς ἕτερα, μὴ διατυπωθέντα, πλήρη ὑποσύνολα μηδενικῆς τάξεως. Ἡ ἔνωσις τῶν ὑποσυνόλων τούτων εἶναι τὸ συμπλήρωμα τῆς δοθείσης τμηματικῆς διαρθρώσεως ὡς πρὸς μίαν αἰτιώδη συνάρτησιν, ἡ ὁποία περιλαμβάνει τὴν δοθεῖσαν διάρθρωσιν καὶ τὰ ὑποσύνολα ταῦτα.

Αἱ τμηματικαὶ διαρθρώσεις εἰς τὰς ὁποίας $N-I$ μεταβληταὶ ὀρίζονται ὡς ἐξωγενεῖς καλοῦνται *τμηματικαὶ πλήρεις*, αἱ δὲ $N-I$ μεταβληταὶ *αὐθαίρετως ἐξωγενεῖς* ὅσον ἀφορᾷ τὴν ἐν λόγῳ τμηματικῶς πλήρη διάρθρωσιν. Εἰς τὴν πραγματικότητα ὁ οἰκονομολόγος δὲν δύναται γενικῶς νὰ λάβῃ οἰασδῆποτε $N-I$ μεταβλητὰς διὰ τὸν ρόλον αὐτόν. Περιορίζεται ἀναγκαιῶς εἰς τὴν ἐκλογὴν τῶν μεταβλητῶν αἱ ὁποῖαι δὲν περιέχονται εἰς πλήρη ὑποσύνολα μηδενικῆς τάξεως, τῆς τμηματικῆς διαρθρώσεως. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὸ γεγονός ὅτι αἱ αὐθαίρετως ἐξωγενεῖς μεταβληταὶ ἔχουν τὴν αὐτὴν προήγησιν ἀναφορικῶς μὲ τὴν δυνητικὴν αἰτιώδη διάρθρωσιν (ἡ ὁποία περιλαμβάνει τὴν διατυπωθεῖσαν μερικὴν διάρθρωσιν) οἷαν καὶ αἱ μεταβληταί, οἱ ὁποῖαι περιλαμβάνονται εἰς τὰς ἐξισώσεις, τὰς προσδιορίζουσας οἰονδῆποτε ὑποσύνολον μηδενικῆς τάξεως τῆς τμηματικῆς διαρθρώσεως. Πλὴν ὅμως ὅλαι αἱ μεταβληταὶ (πλὴν τῶν αὐθαίρετως ἐξωγενῶν) καλοῦνται *ἐνδογενεῖς* ὅσον ἀφορᾷ τὴν δοθεῖσαν τμηματικῶς—πλήρη διάρθρωσιν.

3. Ὁ Πολλαπλασιαστής.

Εἰς μίαν πλήρη τμηματικὴν διάρθρωσιν διακρίνομεν μεταξὺ τῶν $1, 2, \dots, h, \dots$ ἑξωγενῶν μεταβλητῶν καὶ $1, 2, \dots, i, \dots$ ἐνδογενῶν μεταβλητῶν τῆς διαρθρώσεως. Ἡ διάρθρωσις περιλαμβάνει I ἐξισώσεις καὶ $H+I=N$ μεταβλητὰς. Οὕτω ἀντὶ τοῦ n -πλοῦ χ γράφομεν (z, y) , ὅπου

$$z = (z_1, z_2, \dots, z_h, \dots, z_H)$$

εἶναι τὸ H -πλοῦν τῶν ἐξωγενῶν μεταβλητῶν καὶ

$$y = (y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_I)$$

εἶναι τὸ I -πλοῦν τῶν ἐνδογενῶν μεταβλητῶν. Κατὰ συνέπειαν

τὸ ἀντίστοιχον σύστημα ἐξισώσεων δύναται νὰ γραφῆ ὡς :

$$f_i(z, y) = k_i \quad \text{ὅπου } i = 1, 2, \dots, I$$

Εἰς τὰς τοιαύτας διαρθρώσεις τὸ σύνολον τῶν λύσεων X^0 εἶναι:

$$X^0 = \left[(z_i^0, y_i^0) / (z_i^0, y_i^0) = z_i^0, \quad z_i^0 \in X_{\text{κα}}(y_i^0 = z_i^0(z_i^0)), \quad i = 1, 2, \dots, I \right]$$

ὅπου X^0 εἶναι μία λύσις καὶ $y_i = g_i(z_i)$ εἶναι ἡ i -στὴ ἐξίσωσις ἀνηγμένης μορφῆς (reduced-form). Αἱ ἀνηγμένης μορφῆς ἐξισώσεις, αἱ ὁποῖαι χαρακτηρίζουν τὸ σύνολον λύσεων X^0 , εἶναι ἀνοικτὰς προτάσεις, ἐκάστη τῶν ὁποίων παριστᾷ τὴν τιμὴν λύσεως μιᾶς ἐνδογενοῦς μεταβλητῆς ἀντιστοιχοῦσης εἰς τὸ H -πλοῦν τῶν αὐθαιρέτως ἐξωγενῶν μεταβλητῶν κατὰ τὴν σχέσιν g .

Ἐπισημασθέντες τεχνικὰς προϋποθέσεις δυνάμεθα νὰ λάβωμεν παραστάσεις τῆς μορφῆς :

$$(\delta y_i / \delta z_h)^0 = g_i(z_i^0), \quad \delta \text{που } i = 1, 2, \dots, I \text{ καὶ } (h = 1, 2, \dots, h, \dots, H)$$

Αἱ παραστάσεις αὗται καλοῦνται πολλαπλασιασταὶ καὶ ἐκφράζουν τὴν σχέσιν τῶν μεταβολῶν τῶν ἐνδογενῶν μεταβλητῶν πρὸς τὰς ἐξωγενεῖς μεταβλητάς. Ἡ συγκριτικὴ στατική, ἥτις σήμερον ἀποτελεῖ ἐν σημαντικὸν τμήμα τῆς οἰκονομικῆς ἐπιστήμης ἀσχολεῖται μὲ τὰ σημεῖα τῶν πολλαπλασιαστικῶν.

4. Ὑποδείγματα.

Ἐστω ἡ παράστασις :

$$y = a + bx$$

Ἡ παράστασις αὕτη δύναται νὰ θεωρηθῆ ὡς ἀνοικτὴ πρότασις, μόνον ἐὰν τὸ a καὶ τὸ b εἶναι σταθερά, δηλαδὴ ἐὰν ταῦτα παριστοῦν ὀνόματα ὀρισμένων ἀντικειμένων. Αἱ παραστάσεις τὰς ὁποίας χρησιμοποιοῦμεν διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν σχέσεων μιᾶς διαρθρώσεως εἶναι ἐξισώσεις ὑπὸ τὴν ἀνωτέρω ἔννοιαν. Ἄς ὑποθέσωμεν ὅμως, ὅτι δὲν θέλομεν νὰ ἀναφερθῶμεν εἰς συγκεκριμένην εὐθεῖαν (ὡς εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ἐξισώσεως $y = a + bx$ ἥτις δύναται νὰ παρασταθῆ ὡς εὐθεῖα γραμμὴ εἰς τὸ σύστημα συντεταγμένων), ἀλλ' εἰς οἰανδήποτε εὐθεῖαν τοῦ εὐκλείδειου ἐπιπέδου.

Τότε θα έχουμε :

$$y = \alpha + \beta x$$

όπου α και β δὲν εἶναι σταθεραὶ ἢ παράμετροι ἀλλ' ἀπλῶς σύμβολα δυνάμενα νὰ υποκατασταθοῦν ἀντιστοίχως μὲ συγκεκριμένας σταθεράς ἢ παραμέτρους. Ἡ παράσταση αὕτη καλεῖται γενικὴ ἀνοικτὴ πρότασις ἢ γενικὴ ἐξίσωσις (generic equation) καὶ προσδιορίζει μίαν γενικὴν σχέσιν (generic relation), ἀντὶ μιᾶς ὠρισμένης σχέσεως (π.χ. μιᾶς ὠρισμένης εὐθείας εἰς τὸ εὐκλείδιον ἐπίπεδον). Ὅταν χρησιμοποιῶμεν, ὡς συμβαίνει συνήθως, γενικὰς σχέσεις, ὁμιλοῦμεν περὶ ὑποδειγμάτων καὶ οὐχὶ περὶ διαρθρώσεων. Ἡ διαφορὰ μεταξὺ ὑποδειγμάτων καὶ διαρθρώσεων, μολονότι σημαντικὴ, δὲν λαμβάνεται πάντοτε ὑπ' ὄψιν εἰς τὴν παροῦσαν εἰσαγωγικὴν μελέτην.

III. ΣΥΓΚΡΙΣΙΣ ΤΩΝ ΜΑΚΡΟ-ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΩΝ

Ἐνταῦθα θὰ ἐξετάσωμεν τρία μακροῦποδείγματα πρὸς τὸν σκοπὸν τῆς διευκρινήσεως τοῦ τρόπου χρησιμοποιήσεως τῆς ἐννοίας τῆς αἰτιώδους διατάξεως τῶν μεταβλητῶν.

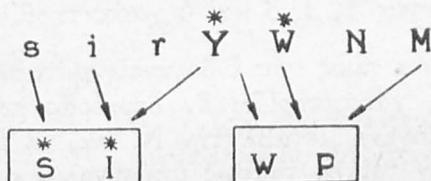
1. Ἐν Κλασσικὸν Μακροῦπόδειγμα.

Ἐξίσωσις	Μεταβλητὰ
1. $S = sY$	S = πραγματικὴ ἀποταμίευσις
2. $I = iY$	I = πραγματικὴ ἐπένδυσις
3. $s = s(r)$	Y = πραγματικὸν εἰσόδημα
4. $i = i(r)$	r = τόκος
5. $s = i$	N = ἀπασχόλησις (ὥραι ἐργασίας)
6. $Y = Y(N)$	W = χρηματικὸς μισθὸς
7. $dY/dN = W$	W = πραγματικὸς μισθὸς
8. $F(N) = W$	P = δείκτης τιμῶν
9. $W = W/P$	M = ποσότης χρήματος ἐν κυκλοφορίᾳ
10. $M/P = kY$	s = ὀριακὴ ροπὴ πρὸς ἀποταμίευσιν i = ὀριακὴ ροπὴ πρὸς ἐπένδυσιν.

Τὸ υπόδειγμα εἶναι τμηματικόν, καθ' ὅσον περιλαμβάνει 10 ἐξισώσεις καὶ 11 μεταβλητάς. Δυνάμεθα νὰ μετατρέψωμεν αὐτὸ εἰς ἓν πλήρες τμηματικὸν υπόδειγμα ἂν θέσωμεν M_0 ὡς αὐθαίρετως ἐξωγενῆ μεταβλητὴν, ἀντὶ τοῦ M . Ἐκ τῆς ἐπισκοπῆσεως τοῦ συστήματος βλέπομεν ὅτι ἡ αἰτιώδης διάρθρωσις αὐτοῦ περιλαμβάνει 3 ὑποσύνολα μηδενικῆς τάξεως. Ἐν πρώτοις, ἔχομεν τὸ ὑπονοούμενον ὑποσύνολον μηδενικῆς τάξεως $M_0 = M$. Δεύτερον, αἱ ἐξισώσεις 3, 4, 5 προσδιορίζουν ἓν ὑποσύνολον μηδενικῆς τάξεως ὡς πρὸς τὰς μεταβλητάς s, i, r . Τρίτον προσδιορίζουν ἓν ὑποσύνολον μηδενικῆς τάξεως ὡς πρὸς τὰς μεταβλητάς

Y, W, N . Τέλος ἔχομεν 2 ὑποσύνολα πρώτης τάξεως τὸ ἓν προσδιοριζόμενον ὑπὸ τῶν ἐξισώσεων 1 καὶ 2 ἅτινα περιέχουν τὰς

ἐνδογενεῖς μεταβλητάς S, I καὶ τὸ ἕτερον προσδιοριζόμενον ὑπὸ τῶν ἐξισώσεων 9 καὶ 10 ἅτινες περιέχουν τὰς ἐνδογενεῖς μεταβλητάς W, P . Οὕτω ἡ αἰτιώδης διάταξις τῶν μεταβλητῶν δύναται νὰ παρασταθῇ διαγραμματικῶς ὡς ἀκολούθως (τὰ βέλη ὑποδηλοῦν προήγησιν) :



2. Ἐν Κεῖνσιανὸν υπόδειγμα.

Ἐξισώσεις :

$$1. \overset{*}{S} = \overset{*}{S} (\overset{*}{Y}, r)$$

$$2. \overset{*}{I} = \overset{*}{I} (\overset{*}{Y}, r)$$

$$3. \overset{*}{S} = \overset{*}{I}$$

$$4. \overset{*}{M} = k \overset{*}{Y} + L (r)$$

$$5. \overset{*}{Y} = \overset{*}{Y} (N)$$

$$6. \frac{dY^*}{dN} \cdot P=W$$

$$7. \alpha\omega + \beta f(N) = W \quad \begin{array}{l} \alpha=1, \beta=0, \text{ διὰ } N \leq N' \\ \alpha=0, \beta=1 \text{ διὰ } N > N' \end{array}$$

Αί μεταβληταί εἶναι :

S^*, I^*, Y^*, r, P, W με τὴν προηγουμένως (ὑπόδειγμα 1) δοθεῖσαν ἔννοιαν

καὶ M^* =πραγματικά ταμειακά διαθέσιμα

N =πραγματικὴ ἀπασχόλησις

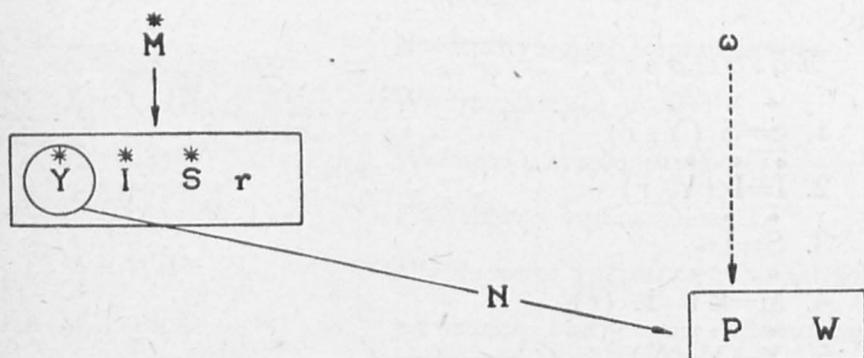
N' =πλήρης ἀπασχόλησις

ω =κοινωνικὸς μισθός.

Τὸ ὑπόδειγμα εἶναι τμηματικὸν διότι περιλαμβάνει 9 μεταβλητάς καὶ 7 ἐξισώσεις. Ἄν θεωρήσωμεν τὰς M καὶ ω ὡς ἐξωγενεῖς μεταβλητάς μετατρέπομεν αὐτάς εἰς ἓν πλήρες τμηματικὸν ὑπόδειγμα. Εἰς τοῦτο ὑπονοῦνται δύο ὑποσύνολα μηδενικῆς τάξεως, ἤτοι τὰ προσδιοριζόμενα ὑπὸ τῶν ἐξισώσεων $M^* = M_0^*$ καὶ $\omega = \omega_0$. Αἱ ἐξισώσεις 1, 2, 3 καὶ 4 χαρακτηρίζουν ἓν ὑποσύνολον

πρώτης τάξεως ὡς πρὸς τὰς ἐνδογενεῖς μεταβλητάς, S^*, I^*, Y^*, r .

Ἡ 5η ἐξίσωσις χαρακτηρίζει ἓν δευτέρας τάξεως ὑποσύνολον ὡς πρὸς τὴν ἐνδογενῆ μεταβλητὴν N , ἐνῶ αἱ ἐξισώσεις 6 καὶ 7 χαρακτηρίζουν ἓν τρίτης τάξεως ὑποσύνολον ὡς πρὸς τὰς ἐνδογενεῖς μεταβλητάς W, P . Ἡ ὑφισταμένη αἰτιώδης διάταξις μεταξὺ τῶν μεταβλητῶν δύναται νὰ παρασταθῇ διαγραμματικῶς ὡς ἐξῆς :



Ἡ ἀσυνεχῆς εὐθειᾶ τοῦ τόξου κάτωθεν τοῦ ω σημαίνει ὅτι τὸ ω δὲν ὑπηρεύρεται πάντοτε εἰς τὸ ὑπόδειγμα.

3. Ἐν ὑπόδειγμα τύπου *Ratinkin*.

Αἱ ἐξισώσεις ἔχουν ὡς κάτωθι :

$$1. \overset{*}{C} = \overset{*}{C} (\overset{*}{Y}, r, \overset{*}{M/P})$$

$$2. \overset{*}{I} = \overset{*}{I} (\overset{*}{Y}, r, \overset{*}{M/P})$$

$$3. \overset{*}{Y} = \overset{*}{C} + \overset{*}{I}$$

$$4. \overset{*}{M} = \overset{*}{L} (\overset{*}{Y}, r, \overset{*}{M/P})$$

$$5. \overset{*}{W} = \overset{*}{W/P}$$

$$6. \overset{*}{Y} = F (\overset{*}{N} \cdot \overset{*}{K}.)$$

$$7. \frac{\delta \overset{*}{Y}}{\delta \overset{*}{N}} = \overset{*}{W}$$

$$8. f(\overset{*}{N}) = \overset{*}{W}$$

Αἱ μεταβληταὶ εἶναι :

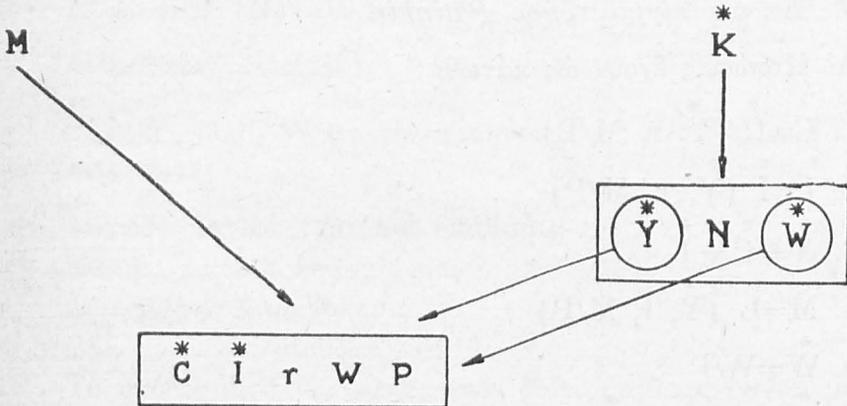
$\overset{*}{I}, \overset{*}{Y}, r, \overset{*}{M}, \overset{*}{P}, \overset{*}{W}, \overset{*}{W}, \overset{*}{N}$ ὑπὸ τὴν ἔννοιαν τῶν ἀντιστοίχων μεταβλητῶν τοῦ ὑποδείγματος 1, καὶ

$\overset{*}{C}$ = πραγματικὴ κατανάλωσις

$\overset{*}{K}$ = ὑφιστάμενον πραγματικὸν κεφάλαιον

Τὸ ἀνωτέρω ὑπόδειγμα περιλαμβάνει 8 ἐξισώσεις καὶ 10 μεταβλητάς καὶ εἶναι συνεπῶς τμηματικόν, ἀλλὰ δύναται νὰ μετατραπῆ εἰς πλήρες τμηματικόν, ἂν θεωρήσωμεν τὰς $\overset{*}{M}$ καὶ $\overset{*}{K}$ ὡς ἐξωγενεῖς μεταβλητάς καὶ θέσωμεν $\overset{*}{M} = \overset{*}{M}_0$ καὶ $\overset{*}{K} = \overset{*}{K}_0$. Αἱ ἐξισώσεις αὗται χαρακτηρίζουν δύο ὑποσύνολα μηδενικῆς τάξεως. Αἱ ἐξισώσεις 6, 7, 8 χαρακτηρίζουν ἓν πρώτης τάξεως ὑποσύνολον ὡς πρὸς τὰς ἐνδογενεῖς μεταβλητάς $\overset{*}{Y}, \overset{*}{W}, \overset{*}{N}$. Αἱ ἐξισώσεις 1, 2, 3, 4 καὶ 5 χαρακτηρίζουν ἓν δευτέρας τάξεως ὑποσύνολον ὡς πρὸς τὰς ἐνδογενεῖς μεταβλητάς, $\overset{*}{C}, \overset{*}{I}, r, \overset{*}{W}, \overset{*}{P}$.

Ἡ ὑφισταμένη αἰτιώδης διάταξις μεταξύ τῶν μεταβλητῶν δύναται νὰ παρασταθῇ ὡς ἑξῆς :



IV. ΟΡΘΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΕΠΙΛΟΓΗ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΠΟΛΙΤΙΚΗ

1. Ἡ τοποθέτησις τοῦ προβλήματος.

Ὁ ἐρευνητὴς ἀσχολούμενος μὲ θέματα οἰκονομικῆς πολιτικῆς δύναται νὰ υἰοθετήσῃ μίαν ἐκ τῶν δύο κατωτέρω μὴ ἀμοιβαίως ἀποκλειομένων μεθόδων. Δύναται νὰ ἀσχοληθῇ μὲ τὴν κατανόησιν, ἐρμηνείαν, περιγραφὴν ἢ πρόβλεψιν τῆς συμπεριφορᾶς τῆς ἀρχῆς, ἥτις εἶναι ἐπιφορτισμένη μὲ τὴν ἀσκησιν τῆς οἰκονομικῆς πολιτικῆς. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην, πρέπει νὰ κατασκευάσῃ (ρητῶς ἢ σιωπηρῶς) ἐν ἀναλυτικὸν ὑπόδειγμα. Τὸ ὑπόδειγμα τοῦτο δύναται νὰ περιλαμβάνῃ (μολονότι τοῦτο δὲν εἶναι ἀναγκαῖον) τὴν ὑπόθεσιν (ἀξίωμα) τῆς ὀρθολογικότητος τοῦ φορέως. τῆς οἰκονομικῆς πολιτικῆς. Ὁ ἐρευνητὴς δύναται ἐξ ἄλλου νὰ ἀσχοληθῇ μὲ τὴν διατύπωσιν μιᾶς optimum ἢ ἐνδεχομένως ἀνεκτῆς οἰκονομικῆς πολιτικῆς τοῦ φορέως αὐτῆς. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ὁ ἐρευνητὴς εἶναι ἠναγκασμένος νὰ διατυπώσῃ κατὰ κάποιον τρόπον τὴν ἔννοιαν τῆς ὀρθολογικῆς δράσεως, ἀποφάσεως ἢ ἐπιλογῆς. Ἀπὸ τῆς ἀπόψεως ταύτης ἡ διαμόρφωσις τῆς οἰκονομικῆς πολιτικῆς ἐμφανίζεται ἀπλῶς ὡς μία εἰδικὴ περίπτωσις τῆς ὀρθολογιστικῆς ἐπιλογῆς.

2. *Ἐν* υπόδειγμα ὀρθολογιστικῆς ἐπιλογῆς.

Ἡ «θεωρία» τῆς ἐπιλογῆς δύναται νὰ ἀποβῇ ἐν λεπτόν καὶ εὐθραυστον ἐργαλεῖον ἐὰν ἀφ' ἑνὸς ὀρίζωμεν αὐστηρῶς τὴν ἐννοίαν τοῦ ὀρθολογισμοῦ εἰς τὴν ἐπιλογὴν ἀφ' ἑτέρου δὲ δεχόμεθα ταυτοχρόνως συνθήκας κινδύνου ἢ ἀβεβαιότητος εἰς τὸ ὑπόδειγμα. Ἀντιθέτως, ὁ ὀρθολογισμὸς τῆς ἐπιλογῆς ὑπὸ συνθήκας βεβαιότητος (ὁπότε εἰς ἐκάστην ἐπιλογὴν ἀντιστοιχεῖ ἐν ἀποτέλεσμα ἀναμενόμενον μὲ πιθανότητα 1) δύναται νὰ ἀντιμετωπισθῇ κατὰ τρόπον ἀπλοῦν. Ἐντεῦθεν προκύπτει μία ἀπλή καὶ κάπως ἑλλειπτικὴ καὶ μὴ αὐστηρὰ διατύπωσις τῆς ἐννοίας τῆς ὀρθολογιστικῆς ἐπιλογῆς ὑπὸ συνθήκας βεβαιότητος.

Ὁ ἐπιλέγων ἀντιμετωπίζει εἰς δεδομένην στιγμὴν ἐν σὺν ὁλὸν ἐπιλογῆς X . Αἱ διαζευκτικαὶ δυνατότητες αἱ περιεχόμεναι εἰς τὸ X , ἤτοι τὰ στοιχεῖα αὐτοῦ, παριστῶνται διὰ x καὶ εἶναι n -πλᾶ¹, τὰ ὁποῖα περιγράφουν τὴν κατάστασιν τοῦ ἐξωτερικοῦ κόσμου.

Οὕτω :

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_N)$$

ὅπου x_1 δύναται νὰ εἶναι ποσότης ἐνὸς ἀγαθοῦ, διάστασις μιᾶς καταστάσεως κλπ. Ἡ θεμελιώδης ὑπόθεσις (ἄξιωμα) εἶναι ὅτι ἀναφορικῶς πρὸς τὸν ἐπιλέγοντα καὶ εἰς δοθεῖσαν στιγμὴν τὸ σύνολον X ἱεραρχεῖται πλήρως ὑπὸ μιᾶς σχέσεως παριστωμένης

ὑπὸ τοῦ συμβόλου \succ τὸ ὁποῖον σημαίνει «μὴ χειρότερον τοῦ...».

Ἡ ὑπόθεσις αὕτη τῆς πλήρους ἱεραρχήσεως ἰσοδυναμεῖ πρὸς τὸ κάτωθι ζεῦγος ὑποθέσεων :

$$1) \text{ Δι' ἕκαστον } x_i, x_j : x_i \succ x_j \quad x_j \succ x_i$$

$$2) \text{ Δι' ἕκαστον } x_i, x_j, x_k : \text{Ἐάν εἶναι } x_i \succ x_j \text{ καὶ } x_j \succ x_k$$

τότε θά εἶναι καὶ $x_i \succ x_k$

Ἡ πρώτη ὑπόθεσις γνωστὴ ὡς ἄξιωμα τῆς συγκριτικότητος (axiom of comparability) προϋποθέτει, ὅτι ὁ ἐπιλέγων ὅταν ἀντιμετωπίζῃ ἐν ζεῦγος διαζευκτικῶν δυνατοτήτων εἶναι πάντοτε εἰς θέσιν νὰ γνωρίζῃ ποία ἐκ τῶν δύο δυνατοτήτων δὲν εἶναι

1. Κατ' ἀναλογίαν τῶν ἕρων ἀπλοῦν, διπλοῦν, τριπλοῦν κλπ., γράφομεν « n -πλοῦν» διὰ n διατεταγμένα στοιχεῖα καὶ εἰς τὸν πληθυντικὸν n -πλᾶ.

χειροτέρα τῆς ἄλλης. Δυνατὸν ἐν τούτοις νὰ εἶναι $x_i \succ x_j$ καὶ

$x_j \succ x_i$ Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην λέγομεν ὅτι ὁ ἐπιλέγων εἶναι ἀδιάρθορος μεταξύ τῶν δύο δυνατοτήτων καὶ γράφομεν

$x_i \sim x_j$ Ἀντιθέτως, εἰς τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν

$x_i \succ x_j$ καὶ δὲν ἰσχύει $x_j \succ x_i$ τότε γράφομεν

$x_i \succ x_j$ ὅπου τὸ σύμβολον \succ σημαίνει «εἶναι προτιμότε-

ρον τοῦ.....». Ἡ δευτέρα ὑπόθεσις καλουμένη ἀξίωμα μεταβατικότητος ἐξασφαλίζει συνέπειαν εἰς τὰς συγκρίσεις κατὰ ζεύγη.

Τὸ ἀξίωμα ὅτι τὸ σύμβολον \succ ἱεραρχεῖ πλήρως τὸ σύνολον τῆς ἐπιλογῆς X συσχετίζεται μὲ τὴν διάρθρωσιν τῶν προτιμήσεων τοῦ ἐπιλέγοντος. Ἄς ἐξετάσωμεν τώρα τὸ περιβάλλον τῆς ἐπιλογῆς. Τὸ περιβάλλον εἰσέρχεται εἰς τὸ ὑπόδειγμα ὑπὸ τὴν μορφήν ἐνὸς περιορισμοῦ εἰς τὸ σύνολον ἐπιλογῆς X . Ἐν ἄλλοις λόγοις δὲν εἶναι πάντοτε προσιτὰ ὅλα τὰ στοιχεῖα τοῦ συνόλου εἰς τὸν ἐπιλέγοντα. Τὰ προσιτὰ στοιχεῖα σχηματίζουν τὸ καλούμενον πραγματοποιήσιμον σύνολον τὸ ὁποῖον παριστῶμεν συμβολικῶς μὲ $\overset{\circ}{X}$. Προφανῶς τὸ $\overset{\circ}{X}$ εἶναι ἐν πραγματικὸν (proper) ὑποσύνολον τοῦ X .

Ὅρίζομεν τέλος τὴν ἔννοιαν τῆς ἰσορροπίας τοῦ ἐπιλέγοντος. Λέγομεν ὅτι ὁ ἐπιλέγων εὐρίσκειται εἰς κατάστασιν ἰσορροπίας ἐὰν καὶ μόνον ἐὰν ἔχη ἐπιλέξει \hat{x} τινὰ ἐκ τοῦ συνόλου $\overset{\circ}{X}$ κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε δι' ὅλα τὰ x τοῦ $\overset{\circ}{X}$ ἰσχύει ἡ σχέσις

$\hat{x} \succ x$ (Ἡ ὑπαρξίς ἰσορροπίας δύναται νὰ ἐξασφαλισθῇ ἐπὶ

τῇ βάσει προσθέτων τινῶν ὑποθέσεων τὰς ὁποίας δὲν εἶναι ἀνάγκη νὰ ἐξετάσωμεν ἐνταῦθα).

Αὐτὸ εἶναι ἐν ὀλίγοις τὸ βασικὸν ὑπόδειγμα ὀρθολογικῆς ἐπιλογῆς ὑπὸ συνθήκας βεβαιότητος. Δυνάμεθα τώρα νὰ ἐξετάσωμεν ἐν ἐνδιαφέρον ἀποτέλεσμα τὸ ὁποῖον προκύπτει ἐκ τοῦ ὑποδείγματος τούτου (ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι προσθέτομεν περιορισμούς τινας μαθηματικῆς φύσεως τῶν ὁποίων ἐν τούτοις ἢ ἐξέτασις δὲν εἶναι δυνατὴ ἐνταῦθα). Τὸ ἀποτέλεσμα εἶναι ὅτι ὑφίσταται μία ἄπειρος τάξις συσχετίσεων (mappings) Ὡ ἐκάστη τῶν ὁποίων ἔστω u , εἶναι τῆς μορφῆς :

$$u : X \longrightarrow R$$

ὅπου R εἶναι τὸ σύνολον τῶν πραγματικῶν ἀριθμῶν.

Αἱ συσχετίσεις αὗται ἔχουν τὴν ἀκόλουθον ιδιότητα : Ἐκάστη $u \in U$ δι' ἕκαστον $x_i, x_j \in X$ ἔχομεν

$$u(x_i) \geq u(x_j) \text{ ἔάν καὶ μόνον ἔάν } x_i \succcurlyeq x_j$$

Ἐπομένως τὸ u εἶναι δείκτης χρησιμότητος παριστῶν τὸ σύστημα προτιμήσεων τοῦ ἐπιλέγοντος τὸ ὁποῖον πληροῖ τὴν ἱεράρχησιν τοῦ συνόλου X . Οὕτω καθίσταται δυνατόν νὰ δειχθῇ ὅτι τὸ ἐπιλεγόμενον στοιχεῖον ἰσορροπίας \hat{x} ἔχει τὴν ιδιότητα :

$$u(\hat{x}) = \underset{x \in X}{\text{maximum}} u(x) \text{ δι' ἕκαστον } u \in U$$

Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ὁ ἐρευνητῆς δύναται νὰ εἴπῃ ὅτι ὁ ἐπιλέγων εὐρίσκεται ἐν ἰσορροπία ἔάν καὶ μόνον ἔάν ἔχη μεγιστοποιήσῃ ἕναν δείκτην χρησιμότητος.

3. Ἐν ὑπόδειγμα περιορισμένου ὀρθολογισμοῦ.

Αἱ πρόσφατοι ἐργασίαι τοῦ Herbert Simon καὶ τῶν συνεργατῶν του ὠδήγησαν εἰς τὴν διατύπωσιν ἐνὸς ὑποδείγματος ἐπιλογῆς, ἀπὸ τὸ ὁποῖον ἔχουν ἀφαιρεθῆ αἱ λίαν αὐστηραὶ προϋποθέσεις ὀρθολογικότητος. Τὸ ὑπόδειγμα τοῦτο τοῦ περιορισμένου ὀρθολογισμοῦ βασίζεται κυρίως ἐπὶ ψυχολογικῶν ἐννοιῶν καὶ δύναται βασίμως νὰ θεωρηθῇ ὡς μία προσπάθεια μιᾶς θεωρίας συμπεριφορᾶς, δηλαδή μιᾶς θεωρίας τῆς ὁποίας ὁ σκοπὸς εἶναι πρωτίστως περιγραφικὸς καὶ ἐξηγητικὸς.

Εἰς τὸ ὑπόδειγμα τοῦτο ὁ ἐπιλέγων διανοεῖται (perceives) ἓν σύνολον $\overset{0}{X}$ πραγματοποιησίμων διαζευκτικῶν δυνατοτήτων. Τὸ σύνολον $\overset{0}{X}$ καθίσταται συνειδητὸν (δηλαδή μεταφέρεται ἀπὸ τὴν παθητικὴν εἰς τὴν ἐνεργὸν μνήμη, ὅπου ἡ μνήμη θεωρεῖται ἓν σύνολον δημιουργούμενον διὰ τῆς μαθήσεως) διὰ διαφόρων κινήτρων. Τὸ συνειδητοποιηθὲν σύνολον $\overset{0}{X}$ καὶ τὰ ἐνεργοῦντα κίνητρα ἀλληλεπιδροῦν δυναμικῶς.

Εἰς τὸ ὑπόδειγμα τῆς ὀρθολογιστικῆς ἐπιλογῆς δὲν κάμνομεν διάκρισιν μεταξὺ ἐπιλογῆς καὶ τοῦ ἀποτελέσματος αὐτῆς. Εἰς τὸ ὑπόδειγμα τοῦ περιορισμένου ὀρθολογισμοῦ ἡ διάκρισις αὕτη εἶναι ἀναγκαία. Ἐστω S τὸ σύνολον τῶν ἀποτελεσμάτων καὶ $\overset{*}{S}$ τὸ σύνολον τῶν ὑποσυνόλων τοῦ συνόλου S . Δοθέντων τῶν συνόλων $\overset{0}{X}$ καὶ $\overset{*}{S}$ διατυποῦμεν τὴν ἔννοιαν τῆς πεποιθήσεως, ἀναμονῆς ἢ πληροφορίας διὰ τῆς συσχετίσεως :

$$f : \overset{0}{X} \longrightarrow \overset{*}{S}$$

Οὕτω εἰς ἕκαστον x τοῦ $\overset{0}{X}$ ἀντιστοιχεῖ ἓν σύνολον ἀποτελεσμάτων S_x συσχετιζόμενον μὲ τὴν συνάρτησιν f :

$$S_x = f(x).$$

Ὅπου S_x εἶναι τὸ ὑποσύνολον τοῦ συνόλου τῶν ἀποτελεσμάτων τοῦ S ἢ τοῖ ἐν στοιχεῖον τοῦ συνόλου $\overset{*}{S}$. Ἡ συσχέτισις f εἶναι ὑποκειμενική, δηλαδή περιέχεται εἰς τὸ σύνολον (set) τῆς μνήμης τοῦ ἐπιλέγοντος καὶ ἐπομένως ἐπηρεάζεται ἀπὸ τὴν μάθησιν ὡς καὶ ἀπὸ τὴν διαδικασίαν συνειδητοποιήσεως. Ἐπὶ πλέον ἡ πληρότης τοῦ προσδιορισμοῦ τοῦ f ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν διαδικασίαν συλλογῆς πληροφοριῶν.

Ἡ σχέσις ἡ ὁποία χαρακτηρίζει τὰς προτιμήσεις τοῦ ἐπιλέγοντος εἰσέρχεται εἰς τὸ ὑπόδειγμα κατὰ τρόπον ἀπλοῦν. Τὸ σύνολον τῶν ἀποτελεσμάτων S ὑποδιαιρεῖται εἰς δύο ὑποσύνολα, ἓν ἐκ τῶν ὁποίων περιλαμβάνει ἀποτελέσματα θεωρούμενα ὑπὸ τοῦ ἐπιλέγοντος ὡς ἱκανοποιητικά, τὰ δὲ ἕτερα ἀποτελέσματα θεωρούμενα ὡς μὴ ἱκανοποιητικά. Ἐὰν θέσωμεν 1 διὰ τὰ ἱκανοποιῦντα ἀποτελέσματα καὶ 0 διὰ τὰ μὴ ἱκανοποιῦντα ἔχομεν τὴν ἐκτίμησιν \hat{v} συσχέτισιν προτιμήσεως :

$$w : S \longrightarrow [0,1]$$

Ἡ συσχέτισις w χαρακτηρίζει τὸ πεδῖον προτιμήσεως τοῦ ἐπιλέγοντος. Τὸ ἐπίπεδον τοῦτο ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν πείραν τοῦ ἐπιλέγοντος ἤτοι τὸν βαθμὸν ἐπιτυχίας του εἰς τὴν ἐπιδιώξιν ἱκανοποιητικῶν ἀποτελεσμάτων.

Τέλος, ἀντὶ ἐνὸς ὀρισμοῦ τῆς ἰσορροπίας τοῦ ἐπιλέγοντος εἰσάγεται μία διαδικασίᾳ ἐρεῦνης, ἡ ὁποία καθορίζει δυναμικῶς τὸν τρόπον καθ' ὃν ὁ ἐπιλέγων προσπαθεῖ νὰ φθάσῃ εἰς μίαν κατάστασιν ἰσορροπίας. Μία τοιαύτη διαδικασία ἐρεῦνης δὲν δύναται νὰ διατυπωθῇ ὑπὸ γενικὴν μορφήν, δηλαδὴ δὲν δύναται νὰ διατυπωθῇ εἰς τρόπον ὥστε νὰ ἰσχύῃ εἰς κάθε περίστασιν. Ἀπαιτοῦνται *ad hoc* κατασκευαὶ ἢ ἀξία τῶν ὁποίων ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν ἐπινοητικότητα τοῦ κατασκευαστοῦ τοῦ ὑποδείγματος.

Κατόπιν τῆς ἀνωτέρω ἐπισκοπῆσεως τῶν βασικῶν χαρακτηριστικῶν τῶν μακροῦποδειγμάτων καὶ τῶν ὑποδειγμάτων ὀρθολογιστικῆς ἐπιλογῆς, δυνάμεθα πλέον νὰ στρέψωμεν τὴν προσοχὴν μας εἰς τὴν ἐξέτασιν τοῦ τρόπου χρησιμοποίησεως τῶν ἀναλυτικῶν αὐτῶν ἐργαλείων εἰς τὴν διαδικασίαν διαμορφώσεως τῆς οἰκονομικῆς πολιτικῆς.

V. ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΠΟΛΙΤΙΚΗ

Τὰ βασικὰ χαρακτηριστικὰ τῆς διαδικασίας διαμορφώσεως τῆς οἰκονομικῆς πολιτικῆς ἐξεταζόμενα ἐπὶ τῇ βάσει τῶν μακροῦποδειγμάτων δύναται νὰ δειχθοῦν διὰ τῆς χρησιμοποίησεως μερικῶν παραδειγμάτων.

1. Παράδειγμα Α.

Ἄς ἐξετάσωμεν ἐν ἀπλοῦν ὑπόδειγμα τὸ ὁποῖον προσδιορίζεται ἀπὸ τὸ κάτωθι σύστημα ἐξισώσεως :

$$1. Y = C + I + G.$$

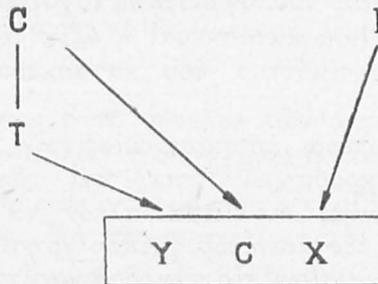
$$2. C = a + bX$$

$$3. X = Y - T$$

$$4. T = G.$$

Ἡ ἔννοια τῶν συμβόλων Y , C , I ἔχει ὀρισθῆ εἰς τὰ προηγούμενα. Τὸ G σημαίνει «κρατικαὶ δαπάναι» (πλὴν τῶν πληρωμῶν ἐκ μεταβιβάσεως εἰσοδήματος) καὶ τὸ T «ἔσοδα ἐκ φόρων».

Ἡ ἐξίσωσις 4 ἐκφράζει τὴν ὑποχρέωσιν τῆς ἀρχῆς, ἣτις εἶναι ἐπιφορτισμένη μὲ τὴν ἄσκησιν τῆς οἰκονομικῆς πολιτικῆς, ὅπως διατηρῆ ἰσοζυγισμένον κρατικὸν προϋπολογισμόν. Ἐνταῦθα θὰ θεωρήσωμεν ὅτι ἡ ὑποχρέωσις αὕτη ἔχει θεσμολογικὴν προέλευσιν, δηλαδὴ ἐπιβάλλεται βάσει ἐνὸς νόμου ἢ μιᾶς συνταγματικῆς διατάξεως. Τὸ ὑπόδειγμα εἶναι τμηματικὸν καθ' ὅσον περιλαμβάνει 4 ἐξισώσεις καὶ 6 μεταβλητάς. Ἄν θεωρήσωμεν τὰς I καὶ G ὡς ἐξωγενῶς προσδιοριζόμενας μεταβλητάς λαμβάνομεν τὴν κάτωθι αἰτιώδη διάταξιν :



Θὰ χρησιμοποιήσωμεν τὰς δύο ἐξωγενεῖς μεταβλητάς G καὶ I κατὰ τρόπον ἐντελῶς διάφορον ἐκάστην. Εἰς τὴν περιπτῶσιν τοῦ I θὰ θεωρήσωμεν ὅτι ἡ τιμὴ αὐτῆς δίδεται ἀπὸ μίαν μὴ διατυπωθεῖσαν ἐξίσωσιν ἣτις προσδιορίζει ἐν πλῆρες ὑποσύνολον μηδενικῆς τάξεως. Θὰ χρησιμοποιήσωμεν δηλαδὴ τὸ I ὡς δεδομένον. Ἀντιθέτως θὰ θεωρήσωμεν τὸ G ὡς μίαν μεταβλητὴν—ῥογανόν, ἥτοι μίαν μεταβλητὴν τῆς ὁποίας ἡ τιμὴ προσδιορίζεται ἀπὸ τὴν δημοσίαν ἀρχὴν ἣτις εἶναι ἐπιφορτισμένη μὲ τὴν οἰκονομικὴν πολιτικὴν. Τοῦτο σημαίνει πράγματι ὅτι ἡ G (μὴ διατυπωθεῖσα εἰς τὸ σύστημα ἐξισώσεως) θὰ προσδιορισθῆ ἀπὸ τὴν δημοσίαν ἀρχὴν.

Θὰ ὑποθέσωμεν ἐν συνεχείᾳ ὅτι οἱ ἀντικειμενικοὶ σκοποὶ τῆς οἰκονομικῆς πολιτικῆς (δηλαδὴ τὸ σύστημα προτιμήσεων τῆς δημοσίας ἀρχῆς), περιλαμβάνει μόνον μίαν μεταβλητὴν, τὸ Y. Ἄς θέσωμεν τώρα :

$$v : Y \longrightarrow [0,1]$$

ὅπου Y εἶναι τὸ σύνολον ὄλων τῶν Y καὶ 0,1 σημαίνουν «ικανοποιητικόν» καὶ «μὴ ἱκανοποιητικόν», ἀντιστοίχως. Περαιτέρω, ἔστω ὅτι :

$$v(Y) = \begin{cases} 1 \delta \iota \delta & Y \geq Y' \\ 0 \delta \iota \delta & Y < Y' \end{cases}$$

όπου Y' είναι μία αυθαίρετος τιμή του Y ληφθεῖσα ὑπὸ τῆς δημοσίας ἀρχῆς ὡς μέτρον καὶ προσδιοριζομένη ἀπὸ τοὺς θεσμοὺς τῆς ἐξεταζομένης οἰκονομίας. Τὴν μεταβλητὴν Y θὰ ὀνομάζωμεν μεταβλητὴν-σκοπὸν τὰς δὲ μεταβλητάς (C, X, T) θὰ θεωρήσωμεν ἀσχετοὺς πρὸς τὸ πρόβλημα τῆς οἰκονομικῆς πολιτικῆς.

Ἡ ἀνηγγέμενης μορφῆς ἐξίσωσις διὰ τὴν μεταβλητὴν Y , συναρτήσῃ τῶν G καὶ I εἶναι :

$$(I') \quad \overset{0}{Y} = \frac{a}{1-b} + \frac{\overset{0}{I}}{1-b} + \overset{0}{G}$$

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη δίδει τὴν τιμὴν τοῦ Y , συναρτήσῃ τῶν αυθαίρετων τιμῶν τῶν G καὶ I . Ἐπειδὴ ἐνδιαφερόμεθα διὰ τὰς τιμὰς ἐκείνας τοῦ G αἱ ὁποῖαι δίδουν ἱκανοποιητικὰς τιμὰς εἰς τὸ Y , πρέπει νὰ ξαναγράψωμεν τὴν (I') ὡς ἐξῆς :

$$(I'') \quad \overset{0}{Y} - \frac{\overset{0}{I}}{1-b} - \overset{0}{G} = \frac{a}{1-b}$$

καὶ νὰ λύσωμεν ὡς πρὸς $\overset{0}{G}$. Οὕτω θὰ ἔχωμεν :

$$(I''') \quad \overset{0}{G} = \overset{0}{Y} - \frac{\overset{0}{I}}{1-b} - \frac{a}{1-b}$$

Ἡ ἐξίσωσις I''' δίδει τὴν τιμὴν τοῦ $\overset{0}{G}$ συναρτήσῃ τῶν Y καὶ I . Τὸ ἔργον τῆς δημοσίας ἀρχῆς εἶναι τώρα ἀπλοῦν. Πρέπει νὰ ἐπιλέξῃ ἐν οἷον δὴ ποτε στοιχεῖον τοῦ συνόλου :

$$[Y/v(Y)=1]$$

καὶ νὰ τὸ θέσῃ εἰς τὴν ἐξίσωσιν I''' .

Ἡ ἀντικατάστασις αὕτη δίδει τὴν κατάλληλον τιμὴν εἰς τὸ G .

2. Παράδειγμα Β.

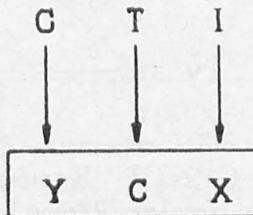
Εἰς τὸ παράδειγμα Α εἶχομεν μίαν μεταβλητὴν ὄργανον τὴν G καὶ μίαν μεταβλητὴν σκοπὸν τὴν Y . Θὰ ἐξετάσωμεν τώρα μίαν περίπτωσιν εἰς τὴν ὁποίαν ἔχομεν δύο μεταβλητὰς ὄργανα ἤτοι τὰς G καὶ T , καὶ μίαν μεταβλητὴν σκοπὸν τὴν Y .

$$1. Y = C + I + G$$

$$2. C = a + bX$$

$$3. X = Y - T,$$

θεωροῦντες τὰς G , T , I ὡς ἐξωγενεῖς μεταβλητὰς λαμβάνομεν τὴν κάτωθι αἰτιώδη διάταξιν :



Εἰς τὸ παρὸν ὑπόδειγμα δὲν ὑφίσταται ὁ περιορισμὸς τῆς ἐξισορροπήσεως τοῦ κρατικοῦ προϋπολογισμοῦ:

Ἡ ἀνηγγεμένης μορφῆς ἐξίσωσις ὡς πρὸς Y , συναρτήσῃ τῶν I , G , T εἶναι

$$(I') \quad \overset{0}{Y} = \frac{a}{1-b} + \frac{\overset{0}{I}}{1-b} + \frac{\overset{0}{G}}{1-b} - \frac{b\overset{0}{T}}{1-b}$$

Ἡ (I') δύναται νὰ γραφῆ :

$$(I'') \quad \overset{0}{Y} - \frac{\overset{0}{I}}{1-b} - \frac{\overset{0}{G}}{1-b} + \frac{b\overset{0}{T}}{1-b} = -\frac{a}{1-b}$$

Ἡ ἐξίσωσις (I'') δὲν δύναται νὰ λυθῆ ὡς πρὸς G καὶ T κεχωρισμένως. Δύναται ὅμως νὰ χρησιμοποιηθῆ διὰ τὸν προσδιορισμὸν ζευγῶν τιμῶν $(\overset{0}{G}, \overset{0}{T})$ δι' ἕκαστον ζευγὸς τιμῶν $(\overset{0}{I}, \overset{0}{Y})$. Οὕτω δυνάμεθα νὰ διατυπώσωμεν ταύτην ἐκ νέου ὡς ἀκολούθως :

$$(I''') \quad \overset{0}{G} - b\overset{0}{T} = \overset{0}{Y}(1-b) - a - \overset{0}{I}$$

Κατὰ συνέπειαν μία ἐκ τῶν μεταβλητῶν-ὀργάνων δύναται νὰ ἐπιλεγῇ ἀθαιρέτως. Συγκεκριμένως ἡ ἀρχὴ ἢ ἐπιφορτισμένη μὲ τὴν ἄσκησιν τῆς οἰκονομικῆς πολιτικῆς θὰ ἐπιλέξῃ ἐν ἐκ τῶν στοιχείων τοῦ συνόλου.

$$[Y/ v(Y)=1]$$

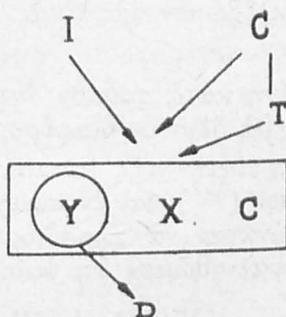
πρὸς ἀντικατάστασιν εἰς τὴν ἐξίσωσιν I'''. Ἐν συνεχείᾳ θὰ δώσῃ ἀθαιρέτως μίαν τιμὴν εἰς τὸ T ἢ G. Οὕτω θὰ καθορισθῇ ἡ τιμὴ τῆς ἐτέρας μεταβλητῆς-ὀργάνου.

3. Παράδειγμα C.

Θὰ ἐξετάσωμεν τώρα μίαν ἄλλην περίπτωσιν εἰς τὴν ὁποίαν ἔχομεν μίαν μεταβλητὴν-ὀργανον, G, καὶ δύο μεταβλητὰς-στόχους, Y καὶ P (ὅπου P παριστᾷ τὸν δείκτην τοῦ γενικοῦ ἐπιπέδου τιμῶν).

1. $Y=C + I + G$
2. $C=a + bX$
3. $X=Y-T$
4. $T=G$
5. $P=d + eY$

Ἡ αἰτιώδης διάταξις τῶν μεταβλητῶν θὰ εἶναι, εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην :



Ἐστω ὅτι τὸ σύστημα προτιμήσεων τῆς Δημοσίας Ἀρχῆς εἶναι :

$$v : Y \cdot \Pi \longrightarrow [0,1]$$

όπου \mathcal{Y} είναι τὸ σύνολον τῶν Y καὶ \mathcal{P} εἶναι τὸ σύνολον ὅλων τῶν P . Εἰδικώτερον,

$$v(Y, P) = \begin{cases} 1 & \text{ὅτι } Y \geq Y', \quad P \leq P' \\ 0 & \text{ὅτι } Y < Y', \quad P > P' \end{cases}$$

Αἱ σχετικαὶ ἐξισώσεις ἀνηγμένης μορφῆς εἶναι :

$$(1') \quad \overset{0}{Y} = \frac{a}{1-b} + \frac{\overset{0}{I}}{1-b} + \overset{0}{G}$$

$$(2') \quad \overset{0}{P} = d + \frac{ea}{1-b} + \frac{e\overset{0}{I}}{1-b} + e\overset{0}{G}$$

Ἀναδιατυποῦντες τὰς ὡς ἄνω ἐξισώσεις, λαμβάνομεν τὰς ἀορίστους :

$$(1'') \quad \overset{0}{Y} - \frac{\overset{0}{I}}{1-b} - \overset{0}{G} = \frac{a}{1-b}$$

$$(2'') \quad \overset{0}{P} = \frac{eI}{1-b} - e\overset{0}{G} = d + \frac{ea}{1-b}$$

Ἐκ τῆς ἐξετάσεως τῶν δύο ἀνωτέρω ἐξισώσεων προκύπτει ὅτι δὲν δυνάμεθα νὰ ἐκλέξωμεν τὰς τιμὰς Y καὶ P ἀνεξάρτητως τῆν μίαν ἀπὸ τὴν ἄλλην.

Ἐὰν ἡ ἐπιλογή γίνῃ κατὰ τρόπον ἀνεξάρτητον τότε αἱ ἐξισώσεις (1'') καὶ (2'') θὰ δώσουν διαφόρους τιμὰς εἰς τὸ G .

Ἐὰν λάβωμεν μίαν τιμὴν τῆς μεταβλητῆς ἔστω Y , τότε ἡ τιμὴ G εἰς τὴν ἐξίσωσιν (1'') καὶ ἐν συνεχείᾳ ἡ τιμὴ τῆς P εἰς τὴν ἐξίσωσιν (2'') δύναται νὰ προσδιορισθῇ. Κατὰ συνέπειαν δὲν δυνάμεθα νὰ ἐξασφαλισθῶμεν ὅτι ὑφίσταται ἐν ζεῦγος τιμῶν

$(\overset{0}{Y}, \overset{0}{P})$ τοιοῦτον ὥστε $v(\overset{0}{Y}, \overset{0}{P})=1$. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ἡ διατηροῦμεν τὸ σύστημα προτιμήσεών μας καὶ κατασκευάζομεν ἐν νέον ὑπόδειγμα εἰς τὸ ὁποῖον νὰ περιέχωνται πρόσθετοι μεταβληταὶ-ὄργανα ἢ ἀναθεωροῦμεν τὸ σύστημα τῶν προτιμήσεών μας.

4. Παράδειγμα D.

Ἐὰς ὑποθέσωμεν ὅτι τὸ ὑπόδειγμά μας ὀρίζεται ὑπὸ τῶν κάτωθι ἐξισώσεων :

1. $Y = C + I + G$

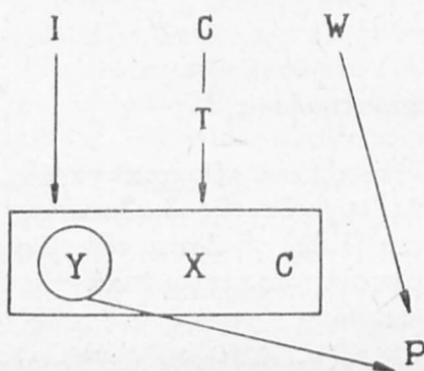
2. $C = a + bX$

3. $X = Y - T$

4. $T = G$

5. $P = d + eY + fW$

W παριστᾷ τὸν χρηματικὸν μισθόν. Ἄν ὀρίσωμεν τὰς G καὶ W ὡς μεταβλητὰς-ὄργανα καὶ τὰς Y, P ὡς μεταβλητὰς-στόχους, ἔχομεν τὴν κάτωθι αἰτιώδη διάταξιν μεταβλητῶν :



Τὸ σχετικὸν ἀνηγγένης μορφῆς εἶναι :

$$(1') \quad \overset{0}{Y} = \frac{a}{1-b} + \frac{\overset{0}{I}}{1-b} + \overset{0}{G}$$

$$(2') \quad \overset{0}{P} = d + \frac{ea}{1-b} + \frac{e\overset{0}{I}}{1-b} + e\overset{0}{G} + f\overset{0}{W}$$

Ἀναδιατυποῦντες τὰς ἐξισώσεις λαμβάνομεν :

$$(1'') \quad \overset{0}{Y} - \frac{\overset{0}{I}}{1-b} - \overset{0}{G} = \frac{a}{1-b}$$

$$(2'') \quad \overset{0}{P} - \frac{e \overset{0}{I}}{1-b} - e \overset{0}{G} - f \overset{0}{W} = d + \frac{ea}{1-b}$$

Εἰς τὸ ὡς ἄνω σύστημα τὸ ὁποῖον περιλαμβάνει δύο μεταβλητὰς-στόχους καὶ δύο μεταβλητὰς-ὄργανα, ἡ δημοσία ἀρχὴ δύναται νὰ λάβῃ μίαν τιμὴν τοῦ $\overset{0}{Y}$, ἣτις προσδιορίζει τὴν τιμὴν τοῦ $\overset{0}{G}$ εἰς τὰς (1'') καὶ (2''), ἐν συνεχείᾳ δὲ δύναται νὰ λάβῃ μίαν τιμὴν τοῦ $\overset{0}{P}$, ἣτις προσδιορίζει τὴν τιμὴν τοῦ $\overset{0}{W}$ εἰς τὴν (2''). Οὕτω τὸ πρόβλημα δύναται νὰ λυθῇ διὰ τῆς εὐρέσεως ἑνὸς ζεύγους τιμῶν ($\overset{0}{Y}$, $\overset{0}{P}$), τοιούτων ὥστε $v(\overset{0}{Y}, \overset{0}{P})=1$. Τὸ συμπέρασμα τοῦτο ἐπιδέχεται, ἐν τούτοις, μίαν σοβαρωτάτην τροποποίησιν. Ἐὰν εἰς τὸ πρόβλημα τίθενται περιορισμοὶ—π.χ. ὅσον ἀφορᾷ τὸ δυνατόν ὕψος τοῦ $\overset{0}{W}$ —τότε τὸ πρόβλημα τοῦτο δυνατόν νὰ εἶναι ἄλυτον. Ἐνταῦθα δὲν θὰ ἀσχοληθῶμεν μὲ τὰς περιπτώσεις αὐτάς.

5. Γενικαὶ παρατηρήσεις.

Τὰ ἀνωτέρω ἐκτεθέντα τέσσαρα παραδείγματα δίδουν μίαν γενικὴν ἰδέαν τῆς λογικῆς τῆς διαδικασίας διαμορφώσεως τῆς οἰκονομικῆς πολιτικῆς ἐπὶ τῇ βάσει τῶν μακροοικονομικῶν ὑποδειγμάτων. Τὰ βασικὰ χαρακτηριστικὰ τῆς διαδικασίας ταύτης ἐξετάζονται κατωτέρω :

Ἀρχίζομεν μὲ ἐν τμηματικὸν ὑπόδειγμα χαρακτηριζόμενον ὑπὸ ἑνὸς συστήματος ἐξισώσεων τῆς ἀκολούθου μορφῆς.

$$f_i(z_1, z_2, \dots, x_H, y_1, y_2, \dots, y_I) = 0, \quad i=1, 2, \dots, I.$$

Τὸ σύστημα περιλαμβάνει I ἐνδογενεῖς μεταβλητὰς καὶ H ἐξωγενεῖς. Λύοντες τὸ σύστημα λαμβάνομεν I ἐξισώσεις ἀνηγμένης μορφῆς:

$$\overset{0}{y}_i = g_i(\overset{0}{z}), \quad i=1, 2, \dots, I.$$

Αἱ ἐξωγενεῖς μεταβληταὶ διαιροῦνται εἰς δύο κατηγορίας: τὰ δεδωμένα u_1, u_2, \dots, u_H , καὶ τὰ ὄργανα w_1, w_2, \dots, w_H , ὅπου $H'+H''=H$. Αἱ ἐνδογενεῖς μεταβληταὶ διαιροῦνται ἐπίσης εἰς δύο κατηγορίας: τὰς ἀσχέτους s_1, s_2, \dots, s_I καὶ τὰς μεταβλητὰς-στόχους r_1, r_2, \dots, r_I , ὅπου $I'+I''=I$.

Ἐφ' ὅσον δὲν ἐνδιαφερόμεθα διὰ τὰς ἀσχέτους μεταβλητάς. περιοριζόμεθα εἰς I'' ἐξισώσεις ἀνηγγμένης μορφῆς :

$$r_{i''}^0 = g_{i''}^0 (u_1^0, u_2^0, \dots, u_{H''}^0; w_1^0, w_2^0, \dots, w_{H''}^0), i''=1, 2, \dots, I''.$$

Αἱ ἀνωτέρω ἐξισώσεις δύναται νὰ διατυπωθοῦν ὡς :

$$G_{i''}^0 (u_1^0, u_2^0, \dots, u_{H''}^0; w_1^0, w_2^0, \dots, w_{H''}^0, r_{i''}^0) = 0, i''=1, 2, \dots, I''$$

Δοθέντος τοῦ ὡς ἄνω συστήματος τίθεται τὸ ἐρώτημα : Εἶναι δυνατόν ἡ ἀρχὴ ἢ ἀσχοῦσα τὴν οἰκονομικὴν πολιτικὴν νὰ ἐκλέξῃ αὐθαίρετως τιμὰς διὰ τὰς $r_1, r_2, \dots, r_{I''}$ μεταβλητάς-στόχους; Ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι δὲν ἔχουν τεθῆ περιοριστικαὶ προϋποθέσεις, τοῦτο εἶναι δυνατόν ἐὰν ὁ ἀριθμὸς τῶν ὀργάνων, H'' , εἶναι μεγαλύτερος ἢ ἴσος πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν στόχων I'' . Ἐνταῦθα διακρίνομεν δύο περιπτώσεις : Τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν $H''=I''$, ὁπότε ἡ ἐπιλογὴ ἐνὸς I'' -πλάσιου τιμῶν ($r_1, r_2, \dots, r_{I''}$) καθορίζεται ἀπολύτως ἐν H'' -πλάσιον τιμῶν ($w_1, w_2, \dots, w_{H''}$). Τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν $H'' > I''$ ὁπότε ὑπάρχει ἐν σύνολον ἀπείρων H'' -πλάσιον τιμῶν, αἱ ὁποῖαι ικανοποιοῦν τὸ ἐπιλεγέν I'' -πλάσιον τῶν στόχων.

Ἡ ἐπιλογὴ ἐνὸς I'' -πλάσιου στόχων δὲν εἶναι αὐθαίρετος, ἀλλὰ στηρίζεται εἰς ἐν σύστημα προτιμήσεων. Εἰς τὰ προηγούμενα παραδείγματα ἐξετάσαμεν συστήματα προτιμήσεων τὰ ὁποῖα βασίζονται εἰς τὸν μερισμὸν τοῦ συνόλου τῶν δυνατῶν I'' -πλάσιον εἰς ικανοποιούντα καὶ μὴ. Ἐπὶ πλέον ὑπέθεσαμεν ὅτι ἡ Δημοσία Ἀρχὴ ἦτο ἀδιάφορος ὅσον ἀφορᾷ τὴν προτίμησιν τοῦ χρησιμοποιοηθησομένου ὀργάνου.

Μία γενικωτέρα διατύπωσις θὰ ἔπρεπε νὰ βασισθῆ εἰς μίαν διάταξιν τῶν προτιμήσεων ὡς ἡ ἀκόλουθος :

$$u: R_1 \cdot R_2 \cdot \dots \cdot R_{I''} \cdot W_1 \cdot W_2 \cdot \dots \cdot W_{H''} \longrightarrow \Omega$$

ὅπου $R_{i''}$ εἶναι τὸ σύνολον ὅλων τῶν $r_{i''}$, $W_{H''}$ εἶναι τὸ σύνολον ὅλων τῶν $w_{H''}$ καὶ Ω τὸ σύνολον τῶν πραγματικῶν ἀριθμῶν. Οὕτω δυνάμεθα νὰ γράψωμεν:

$$\omega = \omega (r_1, r_2, \dots, r_{I''}, w_1, w_2, \dots, w_{H''})$$

Τὸ ἔργον τῆς δημοσίας ἀρχῆς ὑπὸ τὰς ἀνωτέρω συνθήκας εἶναι νὰ μεγιστοποιήσῃ τὸ ω ὑπὸ τὸν περιορισμὸν

$$G_{i''} (u_1^0, u_2^0, \dots, u_{H'}^0, w_1^0, w_2^0, \dots, w_{H''}^0, r_{i''}^0) = 0, i'' = 1, 2, \dots, I''.$$

Ἡ ἐνταῦθα ἐξετασθεῖσα οἰκονομικὴ πολιτικὴ δύναται νὰ χαρακτηρισθῆ ὡς ἐνδοδιαρθρωτικὴ καθ' ὅσον ἡ δημοσία ἀρχὴ ἐπιδιώκει νὰ ἐπιτύχῃ τοὺς σκοποὺς τῆς ἐντὸς τοῦ πλαισίου τῆς δοθείσης διαρθρώσεως. Πλεῖστα ἐν τούτοις ἐνδιαφέροντα προβλήματα οἰκονομικῆς πολιτικῆς θὰ ἦτο δυνατόν νὰ χαρακτηρισθῶν ὡς προβλήματα διαρθρωτικῆς πολιτικῆς δηλ. πολιτικῆς εἰς τὴν ὁποίαν γίνονται δεκταὶ μεταβολαὶ εἰς τὴν διάρθρωσιν τῆς οἰκονομίας. Τυπικὰ προβλήματα τοιαύτης πολιτικῆς εἶναι τὰ προβλήματα τῆς οἰκονομικῆς ἀναπτύξεως. Ἡ ἐξέτασις τῶν προβλημάτων αὐτῶν ἐξέρχεται τῶν ὁρίων τῆς παρούσης μελέτης.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Herbert Simon, *Models of Man* (John Wiley and Sons, 1957), Chps. 1, 14.
2. J. Tinbergen, *Economic Policy: Principles and Design* (North-Holland Publishing Company, 1956).
3. A. G. Papandreou, *Economics as a Science* (J. E. Lippincott, 1958).