

Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών

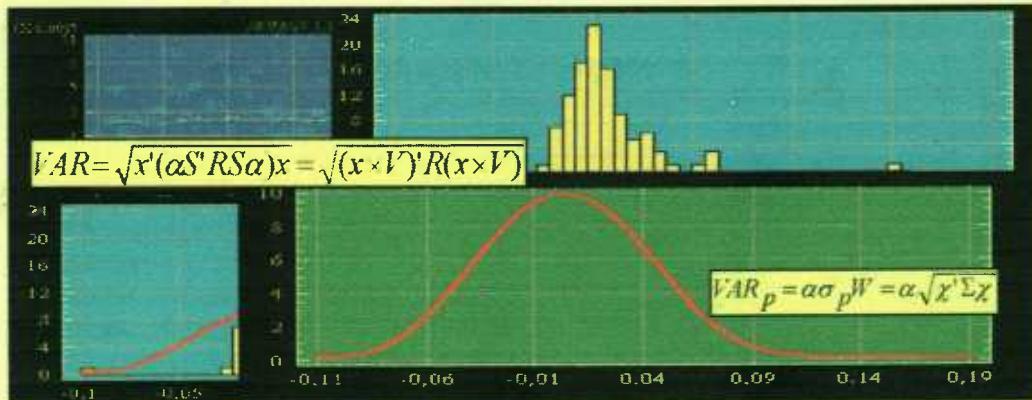
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΑΥΓΗΝΩΝ
ΒΑΙΟΘΗΚΗ
σ. 69961
τηλ. 658.155
ταξ. 369

Μεταπτυχιακό πρόγραμμα Χρηματοοικονομικής και Τραπεζικής



Διπλωματική Εργασία

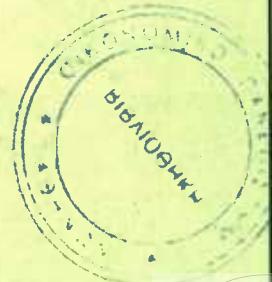
Value At Risk



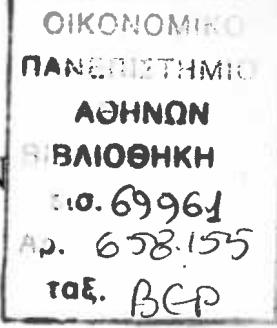
Επιβλέπων καθηγητής: Δημήτριος Γεωργούτσος

Μεταπτυχιακός φοιτητής: Δημήτριος Βεργίνης

Αθήνα, Απρίλιος 2001



ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ



ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΤΗ
ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΚΑΙ ΤΡΑΠΕΖΙΚΗ
ΓΙΑ ΣΤΕΛΕΧΗ

Value At Risk

Δημήτριος Γ. Βεργίνης



Διατριβή υποβληθείσα
προς μερική εκπλήρωση των απαραίτητων προϋποθέσεων
γιά την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος.

Αθήνα, Απρίλιος 2001



Περιεχόμενα

Εγκρίνουμε τη διατριβή του:

2. Το πρόβλημα του κινδύνου

2.1.

Η έννοια των κινδύνων

A. Γεωργιων

Όνομα Υπεύθυνου καθηγητή:

Α. Γεωργιων

ΥΠΟΓΡΑΦΗ

2.2.

Κινδύνος αγοράς – Μεταβλητότητα των αγορών

2.4.

Προβληματικές μεταβλητότητας των αγορών

Όνομα Εξεταστή καθηγητή: *ΑΘΑΝΑΣΙΟΣ ΕΠΙΤΚΛΗΣ*

Α. Επιτκλης

ΥΠΟΓΡΑΦΗ

2.6.

Μέτρα αντιμετώπισης του κινδύνου

3. Θεωρικό πλαίσιο

3.1. Θεωρικό πλαίσιο και κίνδυνος αγοράς

3.1.1. Το ελάχιστο μέτρημα του κινδύνου αγοράς

3.1.2. Μέθοδος μέτρησης του κινδύνου αγοράς

3.1.2.1. Τυποποιημένη μέθοδος

3.1.2.2. Κανονικά μοντέλα διαχείρισης κινδύνου

3.1.2.2.1. Γενικός κανόνας

3.1.2.2.2. Πιο στικοί κανόνες

3.1.2.2.3. Παρίστατες κινδύνοι

3.1.2.2.4. Πεπονικοί κανόνες

3.1.2.2.5. Stress Testing

3.1.2.2.6. Εξισχυρή επακίνδυνη

3.1.2.2.7. Συνδετικής πασχετικών μοντέλων και ταπετσιολίδες μαθηδακογίας

3.1.2.2.8. Ειδικός κίνδυνος

Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή

1.1. Τι είναι το VAR

2. Το πρόβλημα του κινδύνου

2.1. Η έννοια του κινδύνου

2.2. Είδη κινδύνου

2.3. Κίνδυνος αγοράς – Μεταβλητότητα των αγορών

2.4. Προέλευση της μεταβλητότητας των αγορών

2.5. Επιπτώσεις της μεταβλητότητας των αγορών

2.6. Μέτρα αντιμετώπισης του κινδύνου

3.1. Μέθοδος σύντομα διαστορών - συνάντηση (Variance - Covariance)

3. Θεσμικό πλαίσιο

3.1. Θεσμικό πλαίσιο και κίνδυνος αγοράς

3.1.1. Το πλαίσιο μέτρησης του κινδύνου αγοράς

3.1.2. Μέθοδοι μέτρησης του κινδύνου αγοράς

3.1.2.1. Τυποποιημένη μέθοδος

3.1.2.2. Εσωτερικά μοντέλα διαχείρισης κινδύνου.

3.1.2.2.1. Γενικά κριτήρια

3.1.2.2.2. Ποιοτικοί κανόνες

3.1.2.2.3. Παράγοντες κινδύνου

3.1.2.2.4. Ποσοτικοί κανόνες

3.1.2.2.5. Stress Testing

3.1.2.2.6. Εξωτερική επικύρωση

3.1.2.2.7. Συνδυασμός εσωτερικών μοντέλων και τυποποιημένης μεθοδολογίας

3.1.2.2.8. Ειδικός κίνδυνος



5.1.4.2.1. Κίνηση μέσων

5.1.4.2.2. GARCH μετρήσεις

4. Παρουσίαση VAR

5.1.4.2.3. Ειδικού τύπου επιδιπλωμένοι κίνησοι μέσων (Exponentially Weighted

4.1. Τι είναι το VAR

4.2. VAR χαρτοφυλακίου

(Historical Volatilities and Correlations)

4.3. Εργαλεία VAR χαρτοφυλακίου

5.2. Ιστορική πληροφόρηση (Historical Simulation)

4.4. Υπολογισμός VAR με χρήση κανονικής κατανομής

5.3. Προσωρινοί Monte Carlo και πλάνους γένιματος

4.5. VAR διαφορετικών χρονικών περιόδων

5.3.1. Αποδικτικός προσαρμοστής της εξέλιξης των τιμών των εργάλγυνων

4.6. Αντιστοίχηση (mapping) σε παράγοντες κινδύνου

5.3.1.1. Geometric Brownian Motion

5. Μέθοδοι υπολογισμού VAR

5.1. Μέθοδος πίνακα διασπορών - συνδιασπορών (Variance - Covariance matrix method)

5.1.1. Μέθοδος Delta Normal

5.1.1.1. Χαρτοφυλάκια σταθερού εισοδήματος

5.1.1.2. Γραμμικά παράγωγα

5.1.1.3. Δικαιώματα (Options)

5.1.1.4. Χαρτοφυλάκια μετοχών

5.1.2. Μέθοδοι Delta – Gamma

5.1.2.1. Μέθοδος Delta – Gamma Normal

5.1.2.2. Wilson's Delta – Gamma μέθοδος

5.1.2.3. Μέθοδος Delta – Gamma με διόρθωση ροπών

5.1.3. Προσαρμογή για παχιές ουρές

5.1.4. Υπολογισμός του Σ

5.1.4.1. Συλλογή των απαραίτητων ιστορικών στοιχείων.

5.1.4.2. Επεξεργασία των ιστορικών στοιχείων.



5.1.4.2.1. Κινητοί μέσοι (Backtesting)

5.1.4.2.2. GARCH εκτιμήσεις

5.1.4.2.3. Εκθετικά σταθμισμένοι κινητοί μέσοι (Exponentially Weighted Moving Average)

5.1.4.2.4. Υπονοούμενες διασπορές και συνδιασπορές (Implied Volatilities and Corellations)

5.2. Ιστορική προσομοίωση (Historical Simulation)

5.3. Προσομοίωση Monte Carlo και παρόμοιες μέθοδοι

5.3.1. Διαδικασίες προσομοίωσης της εξέλιξης των τιμών των προϊόντων

5.3.1.1. Geometric Brownian Motion

5.3.1.2. Χρήση της GBM για προσομοίωση της εξέλιξης των τιμών πολλών προϊόντων

5.3.1.3. Άλλα μοντέλα προσομοίωσης της εξέλιξης των τιμών

5.3.2. Ακρίβεια και επιτάχυνση των μοντέλων

5.3.3. Bootstrap μέθοδος

5.3.4. Προσομοίωση σεναρίου

6. Έλεγχοι μοντέλων υπολογισμού VAR (Backtesting)

6.1. Ανάγκη για έλεγχο των μοντέλων υπολογισμού του VAR

6.2. Αποδόσεις του χαρτοφυλακίου και έλεγχοι των μοντέλων υπολογισμού VAR

6.3. Μέθοδοι ελέγχου που βασίζονται στο ποσοστό αποτυχίας

6.4. Μέθοδος υπό συνθήκη αποτυχιών του Christofferson

6.5. Μέθοδος εκατοστημορίων VAR των Crnkovic-Drachman

6.6. Έλεγχος εκτιμούμενου διαστήματος του Christofferson

6.7. Παραμετρικά μοντέλα

6.8. Έλεγχος εκτιμούμενης πιθανότητας του Lopez

6.9. Ελεγκτικές αρχές και Backtesting

1. Εισαγωγή

7. Η νέα τάση

Σύστημα που συνδέεται με την παρούσα περίοδο με συναπτική και κοινωνική ανάπτυξη.

7.1. CAViaR

7.2. Μέθοδος Extreme Value

7.2.1. Μέθοδος Extreme Value με χρήση παραγόντων κινδύνου

7.2.2. Μέθοδος Extreme Value για παράγωγα

7.2.3. Απόδοση της μεθόδου Extreme Value

Καρδιά 2: Τα προβλήματα της κανονικής μεθόδου για την εκτίμηση των κινδύνων

8. Συγκριτικές μελέτες

8.1. Bank capital and Value at Risk

8.2. Evaluating Predictive Performance of Value-at-Risk Models in Emerging Markets: A Reality Check

9. Εφαρμογές του VAR

9.1. Χρήση του VAR για μέτρηση του κινδύνου αγοράς.

9.2. Χρήση του VAR για ρύθμιση του κινδύνου αγοράς.

9.3. Χρήση του VAR για ενεργή διαχείριση του κινδύνου.

9.3.1. Risk Capital ή Economic Capital

Καρδιά 3: Ελεγκτικές μελέτες. Παρουσιάζεται ορισμένες προσέταξης περιοχές για την επιλογή του VAR και

9.3.2. Προσαρμοσμένη για τον κίνδυνο αξιολόγηση απόδοσης

Καρδιά 4: Η νέα τάση. Παρουσιάζεται τα νέαν τάσην για τον απολογισμό του VAR.

Καρδιά 5: Επεκτεινόμενες μελέτες. Παρουσιάζεται συγκριτικές μελέτες για την απόδοση μεταξύ της παραδοσιακής και της συγκριτικής του VAR.

Καρδιά 6: Εφαρμογές του VAR. Παρουσιάζεται η εφαρμογή του VAR.

1. Εισαγωγή

Σκοπός της εργασίας αυτής είναι να παρουσιάσει μια συνοπτική και κατανοητή εικόνα των κινδύνων αγοράς που κρύβονται διάφορα χρηματοοικονομικά προϊόντα και να εκθέσει τους τρόπους αντιμετώπισης τους. Στόχος είναι να επικεντρωθεί η παρουσίαση στις διάφορες μεθόδους υπολογισμού του Value At Risk (VAR).

Η εργασία έχει δομηθεί σε κεφάλαια ως εξής:

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

Κεφάλαιο 2: Το πρόβλημα του κινδύνου. Παρουσιάζεται η έννοια του κινδύνου αναφέρονται τα είδη κινδύνου των χρηματοοικονομικών προϊόντων επιβεβαιώνεται η ύπαρξη κινδύνων μέσα από παραδείγματα γίνεται μια προσπάθεια διερεύνησης των λόγων ύπαρξης των κινδύνων και περιγράφονται οι επιπτώσεις των κινδύνων στα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα και αναφέρονται οι τρόποι αντιμετώπισης των κινδύνων.

Κεφάλαιο 3: Θεσμικό πλαίσιο. Αναφέρονται συνοπτικά οι κανόνες που έχουν επιβάλει οι ελεγκτικές αρχές για την προφύλαξη των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων από τους κινδύνους και κύρια από τον κίνδυνο αγοράς.

Κεφάλαιο 4: Παρουσίαση VAR. Γενική παρουσίαση (ορισμός, χρήσεις) του Value At Risk. Επισήμανση ορισμένων κρίσιμων παραγόντων για τον υπολογισμό του VAR.

Κεφάλαιο 5: Μέθοδοι εκτίμησης του VAR. Παρουσίαση των μεθόδων εκτίμησης του VAR.

Κεφάλαιο 6: Έλεγχοι μοντέλων υπολογισμού VAR (Backtesting). Επισήμανση της ανάγκης ελέγχου των μοντέλων υπολογισμού του VAR και παρουσίαση μεθόδων ελέγχου.

Κεφάλαιο 7: Η νέα τάση. Παρουσίαση των νέων τάσεων για τον υπολογισμό του VAR.

Κεφάλαιο 8: Συγκριτικές μελέτες. Παρουσίαση συγκριτικών μελετών για διάφορα μοντέλα υπολογισμού του VAR.

Κεφάλαιο 9: Εφαρμογές του VAR. Παρουσίαση εφαρμογών του VAR.

2. Το πρόβλημα του κινδύνου

2.1. Η έννοια του κινδύνου

Ας προσπαθήσουμε να καταλάβουμε την έννοια του κινδύνου χρησιμοποιώντας το παρακάτω παράδειγμα. Πρωταγωνιστές στο παράδειγμά μας είναι ένας γεωργός που καλλιεργεί ελιές και παράγει λάδι και ένας αγγειοπλάστης που παράγει πήλινα κιούπια. Ο γεωργός επιθυμεί να βρέξει για να ποτιστούν οι ελιές του και να αυξηθεί η παραγωγή του σε λάδι ενώ ο αγγειοπλάστης επιθυμεί να έχει ηλιοφάνεια για να μπορέσουν να στεγνώσουν πιο γρήγορα τα κιούπια και να αυξηθεί η παραγωγή του σε κιούπια. Ο γεωργός **κινδυνεύει** να έχει μικρή παραγωγή λαδιού εάν έχει παρατεταμένη ηλιοφάνεια και ο αγγειοπλάστης **κινδυνεύει** να έχει μικρή παραγωγή εάν βρέξει πολύ.

Τόσο ο γεωργός όσο και ο αγγειοπλάστης ξέρουν πόσο μεγάλη θα είναι η παραγωγή τους κάτω από συγκεκριμένες καιρικές συνθήκες (ηλιοφάνεια ή βροχή) αλλά δεν ξέρουν ποιες θα είναι αυτές οι καιρικές συνθήκες. Έτσι είναι εύκολο να υπολογίσουν την αναμενόμενη παραγωγή τους (αναμενόμενη απόδοση) βασιζόμενοι στην υπόθεση ότι δεν θα υπάρξουν ακραίες καιρικές συνθήκες. Όμως η παραγωγή τόσο του γεωργού όσο και του αγγειοπλάστη μπορεί να είναι διαφορετική από την αναμενόμενη εάν υπάρξουν ακραίες καιρικές συνθήκες. Δηλαδή με άλλα λόγια η **παραγωγή τους εξαρτάται από κάτι που δεν μπορούν να το ελέγξουν άλλα ούτε και να το προβλέψουν**.

Έχοντας το παραπάνω παράδειγμα κατά νου μπορούμε να απαντήσουμε τα παρακάτω ερωτήματα:

1. Ποιος είναι ο κίνδυνος που διατρέχουν τόσο ο γεωργός όσο και ο αγγειοπλάστης;
Ο κίνδυνος που διατρέχουν είναι η παραγωγή τους να είναι μειωμένη σε σχέση με την αναμενόμενη παραγωγή.
2. Που οφείλεται αυτός ο κίνδυνος;
Ο κίνδυνος οφείλεται στην τυχαιότητα σε σχέση με τις καιρικές συνθήκες.

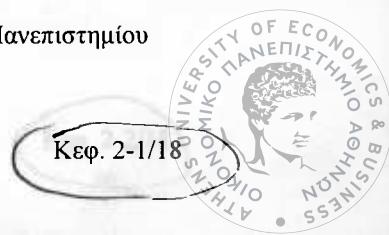
Γενικεύοντας τα παραπάνω μπορούμε να πούμε ότι «**κίνδυνος είναι έκθεση σε τυχαιότητα**»¹.

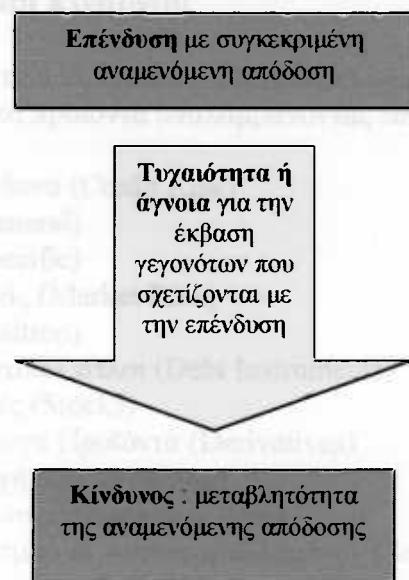
Ένας τρόπος να μετρήσουμε την έκθεση μιας επένδυσης στην τυχαιότητα έκβασης ενός γεγονότος είναι να δούμε πως μπορούν οι διάφορες πιθανές εκβάσεις του αβέβαιου γεγονότος να επηρεάσουν την απόδοση της επένδυσής μας. Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να δώσουμε έναν πιο ποσοτικό ορισμό του κινδύνου μιας επένδυσης. «**Κίνδυνος μιας επένδυσης είναι η μεταβλητότητα (variability) των δυνητικών αποτελεσμάτων (αποδόσεων) της επένδυσης γύρω από την αναμενόμενη τιμή τους ή τον αριθμητικό τους μέσο**»²

¹ “Subjective Value at Risk” Financial Engineering News 1997,

<http://www.contingencyanalysis.com/research/framesvar.htm>

² Δημήτρης Βασιλείου «Χρηματοοικονομική Διοίκηση» Εκδόσεις Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών Αθήνα 1999.





2.2. Είδη κινδύνου

Τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα εμπορεύονται και επενδύονται σε χρηματοοικονομικά προϊόντα αναλαμβάνοντας τους παρακάτω βασικούς κινδύνους³:

1. Πιστωτικό κίνδυνο (Credit Risk)

- Γενικό (General)
- Ειδικό (Specific)

2. Κίνδυνο Αγοράς (Market Risk)

- Θέσης (Position)
 - Χρεωστικοί τίτλοι (Debt Instruments)
 - Μετοχές (Stocks)
 - Παράγωγα Προϊόντα (Derivatives)
 - Αναδοχή (Underwriting)
- Συναλλάγματος (Exchange Rate)
- Διακανονισμού & Αντισυμβαλλομένου (Settlement & Delivery)
 - Εκκαθάρισης & Παράδοσης (Settlement & Delivery)
 - Αντισυμβαλλομένου (Counterparty)
 - Άλλοι κίνδυνοι (κυρίως που απορρέουν από την ίδια την λειτουργία της επιχείρησης operational risk)

3. Κίνδυνος Ρευστότητας (Liquidity Risk)

Πιστωτικός κίνδυνος. Ο κίνδυνος αυτός οφείλεται στην πιθανότητα (μη βεβαιότητα) κάποιος δανειολήπτης του χρηματοπιστωτικού ιδρύματος να μην πληρώσει όλο ή μέρος του δανείου που έχει πάρει.

Γενικός πιστωτικός κίνδυνος. Οφείλεται στο γεγονός ότι όσο πιο πολλά χρήματα έχει δανείσει ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα τόσο αυξάνει και το ποσό των χρημάτων που είναι πιθανόν να μην εισπράξει.

Ειδικός πιστωτικός κίνδυνος. Προέρχεται από το γεγονός ότι εάν ένας πελάτης δανειστεί ένα πολύ μεγάλο ποσό τότε αυξάνει η πιθανότητα να μην το επιστρέψει.

Κίνδυνος αγοράς. Σχετίζεται με την μεταβολή των τιμών των διάφορων χρηματοοικονομικών προϊόντων που διαπραγματεύονται στις αγορές.

Κίνδυνος θέσης. Σχετίζεται με την θέση που έχει πάρει το χρηματοπιστωτικό ίδρυμα σε κάθε ένα από τα παρακάτω προϊόντα:

- Χρεωστικοί τίτλοι
- Μετοχές
- Παράγωγα
- Αναδοχή

Κίνδυνος συναλλάγματος. Σχετίζεται με την θέση που έχει πάρει το χρηματοπιστωτικό ίδρυμα σε συνάλλαγμα.

Κίνδυνος Εκκαθάρισης & Παράδοσης. Ο κίνδυνος αυτός αφορά συναλλαγές που έχουν συνομολογηθεί, αλλά δεν έχουν παραδοθεί ούτε οι τίτλοι ούτε τα χρήματα από την άλλη πλευρά.

³ Κ. Γαλιάτσος «Τραπεζική Διοίκηση» Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών Χρηματοοικονομική και Τραπεζική Μεταπτυχιακό πρόγραμμα σπουδών, Αθήνα 1999



Κίνδυνος αντισυμβαλλομένου. Αναφέρεται σε περιπτώσεις κατά τις οποίες έχουν συναφθεί συναλλαγές οι οποίες συνιστούν μελλοντική απαίτηση του χρηματοπιστωτικού ιδρύματος.

Κίνδυνος ρευστότητας. Έχει να κάνει με την πιθανότητα ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα να μην έχει τη δυνατότητα να καλύψει τις τρέχουσες ταμειακές του υποχρεώσεις και να αναγκαστεί να ρευστοποιήσει τίτλους καταγράφοντας ζημίες.

Στην επόμενη σελίδα παρουσιάζονται με το σαφέστατο ο κίνδυνος αγορών, μέσω της μεταβλητής (volatility) των τιμών των χρηματοπιστωτικών προϊόντων.

Παράδειγμα 1a

Στην επόμενη σελίδα παρουσιάζονται τις τιμές των USD και των EUR σε σύγχρονη μετανομούμενη βάση για το 2000⁸.



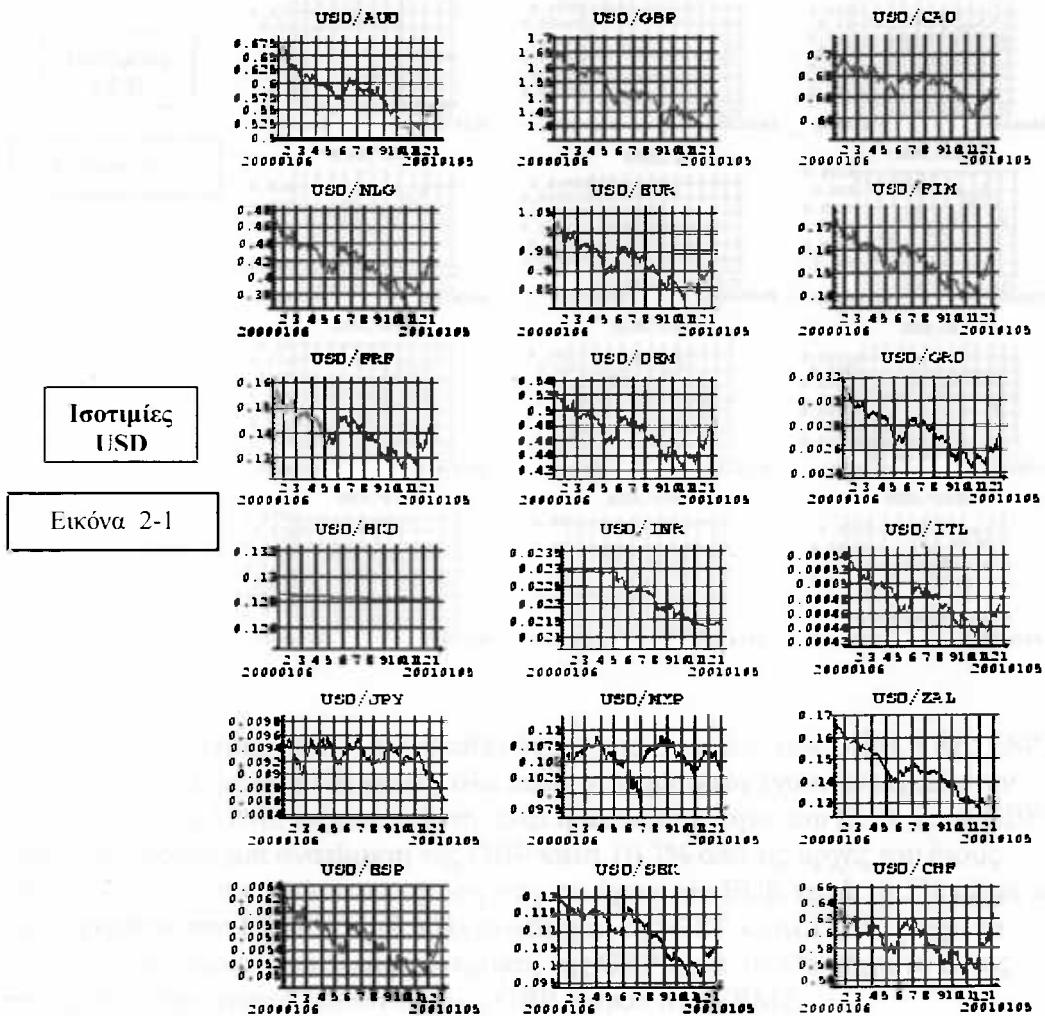
2.3. Κίνδυνος αγοράς – Μεταβλητότητα των αγορών

Από του κινδύνους που αντιμετωπίζουν τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα αυτός με τον οποίο θα ασχοληθούμε είναι ο κίνδυνος αγοράς και ειδικότερα ο κίνδυνος θέσης και ο συναλλαγματικός κίνδυνος.

Στην συνέχεια θα δώσουμε τέσσερα παραδείγματα με τα οποία επιβεβαιώνεται ο κίνδυνος αγοράς μέσα από τη μεταβλητότητα (**volatility**) των τιμών των χρηματοοικονομικών προϊόντων.

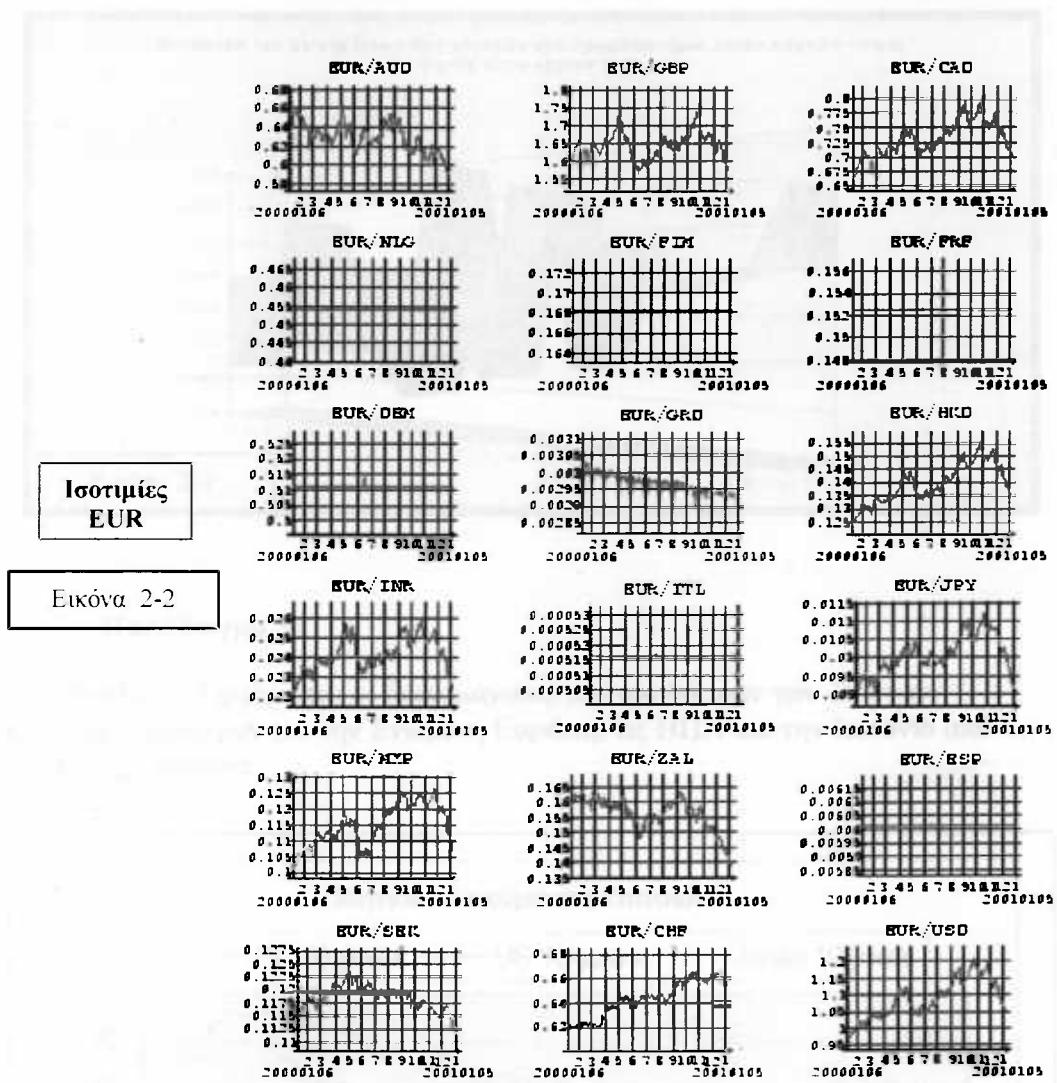
Παράδειγμα 1o

Στα παρακάτω διαγράμματα βλέπουμε τις ισοτιμίες του USD και του EUR σε σχέση με δεκαοχτώ άλλα νομίσματα για το 2000⁴.



⁴ www.uta.fi/~ktmatu/rate-datamenu.html

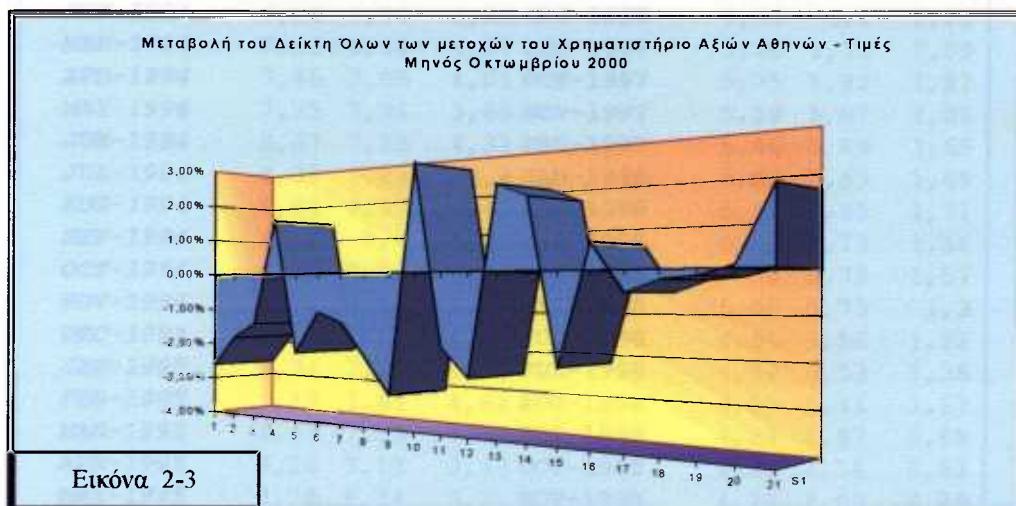
Τα διαγράμματα (Εικόνα 2-1) αναδεικνύουν την μεταβλητότητα των ισοτιμιών. Είναι αξιοσημείωτη η πτώση του EUR έναντι του USD σε ποσοστό πάνω από 23% από τις αρχές του 2000 μέχρι τον Νοέμβριο του 2000 και η ανάκαμψη του EUR σε ποσοστό περίπου 10% τους τελευταίους δύο περίπου μήνες του 2000.



Εδώ βλέπουμε (Εικόνα 2-2) την σταθερότητα της ισοτιμίας των DEM, FRF, ESP, NLG, FIM, ITL με το EUR καθώς όλα αυτά τα νομίσματα έχουν ενταχθεί στην Τρίτη φάση της ONE. Αξιοσημείωτη είναι η μεταβλητότητα του EUR με τη GBP καθώς βλέπουμε μια ανατίμηση της GBP κατά 10.3% από τις αρχές του έτους μέχρι τις αρχές του Μαΐου ανατίμηση στη συνέχεια του EUR κατά 10.5% μέχρι τα μέσα περίπου του Ιουνίου μετά πάλι ανατίμηση της GBP κατά 11.7% μέχρι τα τέλη του Οκτωβρίου και τέλος υποτίμηση της GBP κατά 10.4% μέχρι το τέλος του χρόνου την στιγμή μάλιστα που η GBP ανήκει στο ERM2.

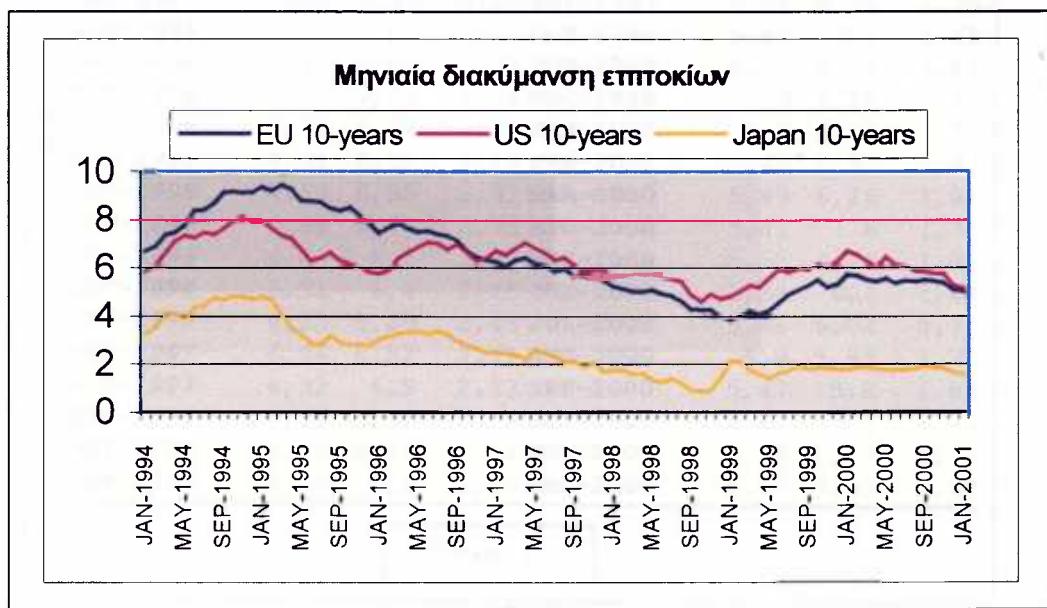
Παράδειγμα 2ο

Στο παρακάτω διάγραμμα (Εικόνα 2-4) βλέπουμε τις διακυμάνσεις του δείκτη όλων των μετοχών του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών για τον μήνα Οκτώβριο του 2000. Παρατηρούμε και εδώ την μεταβλητότητα της αγοράς.



Παράδειγμα 3ο

Στο πίνακα⁵ 2-1 φαίνονται οι διακυμάνσεις των αποδόσεων των 10-ετών κρατικών ομολόγων για την Ενωμένη Ευρώπη, τις ΗΠΑ και την Ιαπωνία από το 1994 μέχρι σήμερα.



⁵ Ευρωπαϊκή Κεντρική Τράπεζα www.ecb.de

Επιτόκια 10-ετών κρατικών ομολόγων							
Μήνας	EU	USA	Japan	Μήνας	EU	USA	Japan
JAN-1994	6,69	5,83	3,25	JUL-1997	5,83	6,32	2,27
FEB-1994	6,88	6,06	3,52	AUG-1997	5,94	6,4	2,09
MAR-1994	7,35	6,58	4,07	SEP-1997	5,66	6,11	2,09
APR-1994	7,46	7,09	4,01	OCT-1997	5,75	5,82	1,87
MAY-1994	7,75	7,31	3,85	NOV-1997	5,59	5,87	2,01
JUN-1994	8,37	7,23	4,31	DEC-1997	5,46	5,89	1,65
JUL-1994	8,39	7,43	4,4	JAN-1998	5,22	5,63	1,69
AUG-1994	8,68	7,37	4,69	FEB-1998	5,12	5,65	1,71
SEP-1994	9,12	7,6	4,62	MAR-1998	5,01	5,73	1,56
OCT-1994	9,16	7,89	4,77	APR-1998	5	5,72	1,57
NOV-1994	9,12	8,12	4,77	MAY-1998	5,06	5,73	1,3
DEC-1994	9,14	7,96	4,64	JUN-1998	4,91	5,58	1,22
JAN-1995	9,34	7,93	4,74	JUL-1998	4,82	5,53	1,36
FEB-1995	9,19	7,61	4,62	AUG-1998	4,59	5,41	1,17
MAR-1995	9,43	7,33	4,02	SEP-1998	4,27	4,87	0,88
APR-1995	9,26	7,18	3,43	OCT-1998	4,25	4,58	0,82
MAY-1995	8,78	6,74	3,21	NOV-1998	4,24	4,89	0,89
JUN-1995	8,75	6,27	2,82	DEC-1998	3,95	4,69	1,39
JUL-1995	8,71	6,38	2,77	JAN-1999	3,82	4,78	2,07
AUG-1995	8,47	6,6	3,14	FEB-1999	3,98	4,99	2,09
SEP-1995	8,36	6,3	2,84	MAR-1999	4,18	5,23	1,72
OCT-1995	8,48	6,13	2,76	APR-1999	4,04	5,18	1,55
NOV-1995	8,16	6,02	2,75	MAY-1999	4,21	5,54	1,36
DEC-1995	7,82	5,79	2,73	JUN-1999	4,53	5,9	1,6
JAN-1996	7,44	5,73	3	JUL-1999	4,86	5,8	1,69
FEB-1996	7,66	5,89	3,11	AUG-1999	5,06	5,94	1,89
MAR-1996	7,83	6,37	3,23	SEP-1999	5,24	5,91	1,75
APR-1996	7,62	6,62	3,28	OCT-1999	5,47	6,1	1,78
MAY-1996	7,48	6,85	3,33	NOV-1999	5,18	6,03	1,81
JUN-1996	7,51	7,03	3,24	DEC-1999	5,3	6,26	1,73
JUL-1996	7,39	6,99	3,33	JAN-2000	5,7	6,66	1,71
AUG-1996	7,31	6,75	3,18	FEB-2000	5,66	6,52	1,83
SEP-1996	7,13	6,95	2,92	MAR-2000	5,49	6,26	1,81
OCT-1996	6,68	6,64	2,75	APR-2000	5,41	6	1,75
NOV-1996	6,43	6,3	2,61	MAY-2000	5,52	6,42	1,71
DEC-1996	6,31	6,4	2,45	JUN-2000	5,35	6,1	1,69
JAN-1997	6,23	6,69	2,45	JUL-2000	5,45	6,04	1,72
FEB-1997	6,06	6,52	2,41	AUG-2000	5,4	5,83	1,77
MAR-1997	6,32	6,8	2,33	SEP-2000	5,47	5,8	1,88
APR-1997	6,39	7,01	2,19	OCT-2000	5,42	5,74	1,83
MAY-1997	6,18	6,82	2,54	NOV-2000	5,34	5,72	1,75
JUN-1997	6,09	6,6	2,45	DEC-2000	5,07	5,23	1,62

Πίνακας 2-1

Όλα τα παραπάνω παραδείγματα αποδεικνύουν πως υπάρχει μεταβλητότητα στις αγορές η οποία δημιουργεί τυχαιότητα. Η τυχαιότητα αυτή δημιουργεί κίνδυνο.



2.4. Προέλευση της μεταβλητότητας των αγορών

Δείξαμε με παραδείγματα την μεταβλητότητα των αγορών. Έχοντας σαν δεδομένη την παρατήρηση μας αυτή θα προσπαθήσουμε να εντοπίσουμε την αιτία παραθέτοντας διάφορες απόψεις και συνοψίζοντας σε αυτά που πιστεύουμε πως είναι τα πιο σημαντικά.

Robert Raymond⁶

"Πρόσφατα, η εμπιστοσύνη στην δυνατότητα της αγοράς να βελτιώσει την ανάπτυξη (growth) οδήγησε στην απελευθέρωση (deregulation) σε πολλούς τομείς, ειδικά σε χρηματοοικονομικές δραστηριότητες. Η κατάργηση (abolition) των κεφαλαιακών ελέγχων, η διάδοση των χρηματοοικονομικών καινοτομιών, η αύξηση του δημόσιου χρέους και ο ανχανόμενος ρόλος των θεσμικών επενδυτών οδήγησε στην παγκοσμιοποίηση, αντό που ο συνάδελφος μας Richard O'Brien ονομάζει: "Το τέλος της γεωγραφίας". Αυτοί οι παράγοντες αύξησαν την μεταβλητότητα (volatility) των τιμών στις αγορές (financial markets), αξιοπρόσεχτα για τις ισοτιμίες και τα μακροχρόνια επιτόκια. Οι ισοτιμίες ειδικότερα διαμορφώνονται από μετακινήσεις κεφαλαίου παρά από το διεθνές εμπόριο. Άρα το εμπόριο και η δραστηριότητα επηρεάζονται, τουλάχιστον βραχυχρόνια, από την μεταβλητότητα της ισοτιμίας. Η μεταβλητότητα υποκινείται από ενστικτώδεις μεταβολές στις προσδοκίες, ενώ παράλληλα η παγκοσμιοποίηση υποβοηθά την μετάδοση εξωτερικών κρίσεων. Τέτοια μεταβλητότητα έχει σαν επακόλουθο όχι μόνο από μέρα σε μέρα, αλλά και μεσοπρόθεσμες αποκλίσεις από επίπεδα συμβατά με τους βασικούς παράγοντες της οικονομίας (fundamentals)."

"Η μεταβλητότητα στις αγορές (Financial and exchange markets) κατευθύνεται από μετακινήσεις κεφαλαίων και καλυμμένη κερδοσκοπία (portfolio arbitrage), που βασίζεται σε προσδοκίες (market expectations)."

Kevin Dowd⁷

- Η κατάργηση του συστήματος σταθερών ισοτιμιών (Bretton woods).
- Η απελευθέρωση (Deregulation) του χρηματοπιστωτικού συστήματος.
- Η παγκοσμιοποίηση (Globalisation) μέσω της κατάργησης των διαχωρισμών μεταξύ των διαφορετικών ειδών χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων και την δραστηριοποίηση των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων σε πολλές χώρες
- Η αύξηση του παγκόσμιου εμπορίου
- Η μεταβολή του τρόπου (pattern) διεκπεραίωσης του παγκόσμιου εμπορίου
- Η προοπτική μεγάλων εμπορικών πολέμων
- Η κατάρρευση και το άνοιγμα της Σοβιετικής αυτοκρατορίας
- Η επέκταση της EEC
- Η μεταμόρφωση της Κίνας και της Ινδίας σε μεγάλες οικονομικές δυνάμεις
- Η ανάδειξη των Ασιατικών οικονομικών Τίγρεων
- Η αύξηση των συναλλαγών στις αγορές (financial markets) πχ:
 - Χρηματιστήρια NY Stock Exchange μέσος όρος συναλλαγών 1970 \$3.500.000 → 1990 \$40.000.000

⁶ "Central Banking and Market Volatility" The Marjolin Lecture, Robert Raymond

⁷ "Beyond Value At Risk" Kevin Dowd, John Wiley & Sons, Sheffield 1998



- Ο όγκος της κίνησης συναλλάγματος (Foreign exchange activity) το 1965 ήταν μερικά δισεκατομμύρια USD → και το 1996 πάνω από ένα τρισεκατομμύριο USD
- Η αύξηση των μέσων (instruments) με την παρουσίαση νέων χρηματοοικονομικών προϊόντων
- Η τιτλοποίηση (securitization) των τραπεζικών εργασιών.
- Η ανάπτυξη της αγοράς των παραγώγων: το 1970 αμελητέα ποσά → το 1995 \$50.000.000.000.000 ονομαστικά ποσά (notional amount) και πραγματικό κόστος \$2.000.000.000.000.

Urlich Cartellieri⁸

"Από την μία μεριά οι αγορές (financial markets) δεν κινούνται τόσο πολύ από χρηματοπιστωτικά ιδρύματα που υπόκεινται σε κανονισμούς και ελέγχους όσο από ανεξέλεγκτους επενδυτές (unregulated capital market investors). Από την άλλη μεριά, οι παγκόσμιες ολοκληρωμένες συναλλαγές, ο γρήγορα αυξανόμενος όγκος και πολυπλοκότητα, η ταχύτατα μειούμενη διάρκεια ζωής από την χρηματοοικονομική καινοτομία μέχρι την πώληση του προϊόντος, οι τεράστιες επενδύσεις σε ανθρώπινο δυναμικό και τεχνολογία, η αύξηση του κόστους και το μέγεθος των αγορών που πιέζουν για κέρδη, μια αξιοπρόσεχτη παραμέληση των αρχών της σύνεσης και των βασικών κανόνων τραπεζικής ηθικής σε πολλές περιπτώσεις, και, σε αρκετές χώρες... "

"...το απόλυτο πρόβλημα στις αγορές, η ύπαρξη υπερχωρητικότητας (overcapacity) στο ψάξιμο του κέρδους. Τελικά, αντό που είναι λάθος με αυτές τις αγορές είναι το ότι είναι εύκολα προσπελάσμες σαν αποτέλεσμα της παγκόσμιας απελευθέρωσης, αλλά αυτή η απελευθέρωση έχει αποτύχει να ανοίξει και της πόρτες εξόδου."

Κωνσταντίνος Γαλιάτσος⁹

1. "Κατάργηση (το 1973) των νομισματικού συστήματος των σταθερών συναλλαγματικών ισοτιμιών του Bretton – Woods.
2. Από τις αρχές της δεκαετίας του 70, παρατηρήθηκε το φαινόμενο της απελευθέρωσης των τραπεζικών συστημάτων από τις λεπτομερείς διοικητικές κανονιστικές διατάξεις των νομισματοπιστωτικών αρχών (deregulation).
3. Κατά τις δύο τελευταίες δεκαετίες παρουσιάσθηκε επίσης το φαινόμενο της "τιτλοποίησης" (securitization) των τραπεζικών εργασιών.
4. Οι αλλαγές στο οικονομικό (κατάργηση του Bretton-woods, παγκοσμιοποίηση) και χρηματοπιστωτικό (deregulation) περιβάλλον και οι νέοι κίνδυνοι που δημιούργησαν, καθώς και η πολύ μεγάλη ανάπτυξη της πληροφορικής έκαναν από την μία πλευρά αναγκαία, και από την άλλη πλευρά δυνατή, την ανάπτυξη χρηματοοικονομικών καινοτομιών, οι οποίες είχαν ως στόχο την καλύτερη εξυπηρέτηση των χρηστών τραπεζικών προϊόντων. Ένας δεύτερος στόχος αυτών των καινοτομιών, ήταν η αντιστάθμιση των κινδύνων, από τη χρήση άλλων χρηματοοικονομικών προϊόντων. Αυτό που θα πρέπει να τονιστεί βεβαίως είναι

⁸ Global Risk Management "Presentation by Urlich Cartellieri - The Dynamics of Financial Markets", Group of Thirty, Washington, DC 1996

⁹ Κ. Γαλιάτσος «Τραπεζική Διοίκηση» Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών Χρηματοοικονομική και Τραπεζική Μεταπτυχιακό πρόγραμμα σπουδών, Αθήνα 1999



ότι οι χρηματοπιστωτικές καινοτομίες δεν εξαλείφουν αλλά μεταφέρουν σε άλλες οικονομικές μονάδες τους κινδύνους.”

Συνοψίζοντας τα παραπάνω μπορούμε να χωρίσουμε τα αίτια που έχουν οδηγήσει στην αύξηση της μεταβλητότητας των τιμών των χρηματοοικονομικών προϊόντων σε δύο μεγάλες κατηγορίες:

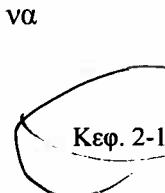
- I. **Πρωτογενή αίτια.** Είναι αυτά που επέτρεψαν τις αγορές να αυξήσουν την μεταβλητότητά τους.
- II. **Δευτερογενή αίτια.** Είναι αυτά που τροφοδότησαν την αγορά με επιπλέον μεταβλητότητα.

I. Πρωτογενή αίτια

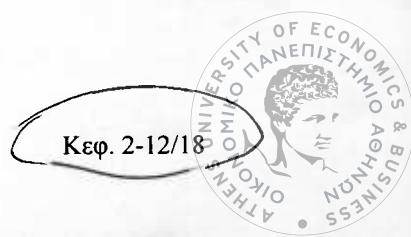
1. **Κατάργηση της συνθήκης του Bretton – Woods.** Αν δεν είχε καταργηθεί η συνθήκη του Bretton – Woods θα είχαμε σύστημα σταθερών ισοτιμιών και δεν θα υπήρχε μεταβλητότητα στην αγορά συναλλάγματος.
2. **Η απελευθέρωση του τραπεζικού συστήματος (deregulation).** Ένα από τα κυριότερα μέτρα ήταν η απελευθέρωση των επιτοκίων που οδήγησε στην μεταβλητότητα των επιτοκίων.
3. **Η παγκοσμιοποίηση.** Έδωσε την δυνατότητα στις αγορές των διαφόρων κρατών να επικοινωνούν πιο εύκολα και οδήγησε στην δημιουργία χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων που ενεργούν σε παγκόσμια κλίμακα μεταφέροντας κεφάλαια από αγορά σε αγορά επηρεάζοντας την μεταβλητότητα των τιμών. Ακόμη μέσω των ανοικτών αγορών πλέον είναι πιο εύκολη η διάδοση των διαταράξεων από την μία χώρα στην άλλη.
4. **Η ανάπτυξη της πληροφορικής.** Με την βοήθεια της πληροφορικής η πληροφορία διαδίδεται άμεσα σε όλα τα μήκη και πλάτη της γης, κεφάλαια κινούνται από την μία ήπειρο στην άλλη σε δευτερόλεπτα είναι εφικτή η παρακολούθηση σε πραγματικό χρόνο των χαρτοφυλακίων και η στατιστική ανάλυση της αγοράς.

II. Δευτερογενή αίτια

1. **Αύξηση του όγκου των συναλλαγών.** Οφείλεται κυρίως στην παγκοσμιοποίηση και στην ανάπτυξη της πληροφορικής.
2. **Δημιουργία νέων χρηματοοικονομικών προϊόντων.** Οφείλεται στην ανάγκη κάλυψης νέων αναγκών και στην ανάγκη αντιστάθμισης του κινδύνου, προήλθε κύρια από την απελευθέρωση των ισοτιμιών και των επιτοκίων και από την παγκοσμιοποίηση.
3. **Τιτλοποίηση.** Η παγκοσμιοποίηση και η ανάπτυξη της πληροφορικής έδωσαν την δυνατότητα στις δευτερογενείς αγορές τίτλων να



αναπτυχθούν. Άρα οι τράπεζες προχώρησαν σε τιτλοποίηση στοιχείων τους με σκοπό αφενός την διαχείριση του κινδύνου ρευστότητας και επιτοκίου αλλά και για να ικανοποιήσουν την αύξηση της ζήτησης των τίτλων που προερχόταν από την ανάπτυξη των δευτερογενών αγορών.



2.5. Επιπτώσεις της μεταβλητότητας των αγορών

Η κρίση του ERM Σεπτέμβριος 1992¹⁰

“Σεπτέμβριος 5-6. Οι υπουργοί Οικονομικών της Ευρωπαϊκής Ένωσης συναντώνται στο Bath της Αγγλίας. Η επίσημη ανακοίνωση στο τέλος της συνάντησης επιβεβαιώνει την υπόσχεση να διατηρήσουν τις υπάρχουσες ισοτιμίες εντός του μηχανισμού ισοτιμιών (ERM) του Ευρωπαϊκού Νομισματικού Συστήματος (EMS).

Σεπτέμβριος 8: Η πρώτη επίθεση. Η επίθεση εξαπολύεται όχι ενάντια κάποιου νομίσματος του EMS αλλά εναντίον νομισμάτων των Σκανδιναβικών κρατών, τα οποία επίσης συνδέονται (peg) με το DM. Οι Φινλανδικές αρχές υποχωρούν και αφήνουν το νόμισμα τους, το markka, να διακυμανθεί – δηλαδή, να καθοριστεί η ισοτιμία του στην αγορά συναλλαγμάτων χωρίς παρέμβαση από την κεντρική τράπεζα. Το markka υποτιμάται κατά 13% σε σχέση με το DM. Η Σουηδία αποφασίζει να διατηρήσει την ισοτιμία της και αυξάνει το overnight επιτόκιο στο 24% (σε ετήσια βάση). Δύο ημέρες αργότερα το αυξάνει περαιτέρω σε 75%.

Σεπτέμβριος 10-11: Η δεύτερη επίθεση. Η κεντρική τράπεζα της Ιταλίας κάνει μεγάλες παρεμβάσεις για να διατηρήσει την ισοτιμία της λίρας, χάνοντας πολλά από τα συναλλαγματικά της αποθέματα. Άλλα στις 13 Σεπτεμβρίου, η λιρέτα υποτιμάται κατά 7% σε σχέση με το DM.

Σεπτέμβριος 16-17: Η τρίτη και μεγαλύτερη επίθεση. Κερδοσκοπία ζεκινά εναντίον της Βρετανικής λίρας, οδηγώντας σε μεγάλες απώλειες συναλλαγματικών αποθέμάτων από την Bank of England. Η Bank of England αυξάνει το overnight επιτόκιο της από 10% σε 15%. Παρ' όλα αυτά, η κερδοσκοπία συνεχίζεται ενάντια στη στερλίνα και (παρά την προηγούμενη υποτίμηση) στη λιρέτα. Τόσο η Μεγάλη Βρετανία όσο και η Ιταλία ανακοινώνουν ότι προσωρινά αναστέλλουν τη συμμετοχή τους στο ERM. Τις επόμενες εβδομάδες και τα δύο νομίσματα υποτιμούνται σχεδόν κατά 15% σε σχέση με το DM.

Σεπτέμβριος 16-17. Με τη στερλίνα και τη λιρέτα εκτός ERM, η επίθεση στρέφεται κατά των άλλων νομισμάτων. Για να διατηρήσει την ισοτιμία της η Σουηδία αυξάνει το overnight επιτόκιο στο 500%! Η Ιρλανδία αυξάνει το overnight επιτόκιο στο 300%. Η Ισπανία αποφασίζει να μείνει στο ERM αλλά υποτιμάει το νόμισμά της κατά 5%.

Σεπτέμβριος 20. Οι Γάλλοι ψηφοφόροι με μικρή πλειοψηφία επικυρώνουν την συνθήκη του Maastricht σε δημοψήφισμα. Μια αρνητική ψήφος σίγουρα θα είχε επιτείνει την κρίση. Η ισχνή αλλά θετική ψήφος εκλαμβάνεται σαν σημάδι ότι το χειρότερο ίσως να έχει περάσει, και ότι η συνθήκη τελικά θα γίνει αποδεχτή από όλα τα μέλη της ΕΕ.

Σεπτέμβριος 23-28. Κερδοσκοπία ενάντια στο φράγκο υποχρεώνει τη Banque de France να αυξήσει το βραχυπρόθεσμο επιτόκιο της 2.5%. Για να υπερασπίσουν την

¹⁰ “Macroeconomics” Oliver Blanchard, 1997 by Prentice-Hall, Inc.

ισοτιμία τους χωρίς να χρειαστεί να καταφύγουν σε πολύ υψηλά βραχυπρόθεσμα επιτόκια, τόσο η Ιρλανδία όσο και η Ισπανία επαναφέρουν κεφαλαιακούς ελέγχους.

Τέλος Σεπτεμβρίου. Η κρίση τελειώνει. Δυο χώρες το Ηνωμένο Βασίλειο και η Ιταλία, έχουν αφήσει το ERM και άφησαν τα νομίσματά τους να υποτιμηθούν. Η Ισπανία παραμένει μέσα στο ERM αλλά μόνο μετά από υποτίμηση. Οι άλλες χώρες έχουν διατηρήσει την ισοτιμία τους, αλλά για κάποιες από αυτές, αυτό είχε κόστος την απώλεια μεγάλων συναλλαγματικών αποθεμάτων.”

Βλέπουμε πως θύματα της δυναμικής των αγορών μπορούν να είναι χώρες με μεγάλη οικονομική δύναμη όπως η Μεγάλη Βρετανία, η Ιταλία, η Ισπανία, η Γαλλία, η Σουηδία, η Φιλανδία και η Ιρλανδία.

Τι γίνεται όμως με τις επιχειρήσεις και τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα που δραστηριοποιούνται μέσα σε ένα τόσο δυναμικό περιβάλλον;

Metallgesellschaft (MG)¹¹

Ο MG που είναι ο 14ος μεγαλύτερος βιομηχανικός όμιλος της Γερμανίας με πάνω από 58000 εργαζόμενους παραλίγο να χρεοκοπήσει όταν μια Αμερικανική θυγατρική εταιρεία (η MG Refining & Marketing MGRM) της δημιούργησε μια πολύ μεγάλη θέση σε “oil futures” σε μια προσπάθεια να εξισορροπήσει μακροπρόθεσμα προθεσμιακά (forward contracts) συμβόλαια (180 εκατομμύρια βαρέλια σε διάρκεια 10 ετών) που είχε πουλήσει. Η πτώση των τιμών του πετρελαίου το 1993 οδήγησε σε μεγάλη ανάγκη ρευστών για να καλυφθούν τα περιθώρια (margins) των oil futures. Η μητρική Γερμανική εταιρεία αναγκάστηκε να ρευστοποιήσει τη θέση της MGRM στα oil futures. Η ζημιά ήταν 1.3 δισεκατομμύρια δολάρια. Η ζημιά αυτή εξασθένησε τόσο πολύ την MG ώστε αναγκάστηκε να παρέμβουν πιστωτές με αρχηγό την Deutsdhe Bank προσφέροντας 2.4 δισεκατομμύρια δολάρια για να τη σώσουν.

Orange County¹²

Ο treasurer της επαρχίας, Bob Citron, επένδυσε μεγάλο μέρος του αμοιβαίου κεφαλαίου (Investment Pool) της επαρχίας σε παράγωγα μεγάλης μόχλευσης (προσπάθησε να εκμεταλλευτεί την διαφορά μεταξύ βραχυπρόθεσμων και μεσοπρόθεσμων επιτοκίων), που ήταν στη πραγματικότητα ένα μεγάλο στοίχημα ότι τα επιτόκια θα παραμείνουν χαμηλά. Η άνοδος των επιτοκίων το 1994 δημιούργησε μεγάλες ζημιές της τάξεως των 1.7 δισεκατομμυρίων δολαρίων στο αμοιβαίο κεφάλαιο κεφαλαίων και οδήγησε στη χρεοκοπία σημειώνοντας τελικά ζημιές της τάξεως των 1.81 δισεκατομμυρίων δολαρίων.

Barings Bank¹³

Ο Nick Leeson, ένας 28-χρονος trader που εργαζόταν στην θυγατρική της Barings στην Σιγκαπούρη, δημιούργησε μεγάλες μη εξουσιοδοτημένες θέσεις (7 δισεκατομμύρια δολάρια) σε futures στον Nikkei. Επιπλέον πούλησε 35000 δικαιώματα put και call δημιουργώντας ένα straddle, στοιχηματίζοντας στη σταθερότητα του Nikkei. Η πτώση του Nikkei (από 19000 → 17000) λόγω του

¹¹ “Value at Risk” Jorion, Mc Graw Hill second edition και “Beyond Value At Risk” Kevin Dowd

¹² “Value at Risk” Jorion, Mc Graw Hill second edition και “Beyond Value At Risk” Kevin Dowd

¹³ “Value at Risk” Jorion, Mc Graw Hill second edition και “Beyond Value At Risk” Kevin Dowd



σεισμού στο Kobe (17 Ιανουαρίου 1995) οδήγησε την τράπεζα σε χρεοκοπία στις 27 Φεβρουάριο του 1995. Η ζημιά ήταν τελικά περίπου **1.3 δισεκατομμύρια δολάρια**.

Από τα παραπάνω είναι προφανές πως στο σύγχρονο χρηματοοικονομικό περιβάλλον η δυναμικότητα των αγορών έχει αυξήσει τον κίνδυνο των επιχειρήσεων και των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων που χρησιμοποιούν τα διάφορα χρηματοοικονομικά προϊόντα.

Ειδικότερα για τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα μπορούμε να αναφέρουμε ότι στους κινδύνους που αντιμετώπιζαν μέχρι τα τέλη της δεκαετίας του 60, που ήταν ο πιστωτικός κίνδυνος και ο κίνδυνος ρευστότητας έρχεται πλέον να προστεθεί ένας νέος κίνδυνος ο κίνδυνος αγοράς.

Έτσι τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα έχουν πλέον να αντιμετωπίσουν τρεις κύριους κινδύνους:

- Κίνδυνο αγοράς
 - Πιστωτικό κίνδυνο
 - Κίνδυνο ρευστότητας



2.6. Μέτρα αντιμετώπισης του κινδύνου

Έχουμε δείξει την ύπαρξη του κινδύνου και τις επιπτώσεις του. Το ερώτημα που γεννάται είναι τι μέτρα παίρνονται για την αντιμετώπιση του κινδύνου των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων;

Πριν δούμε αναλυτικά τα μέτρα αντιμετώπισης του κινδύνου είναι απαραίτητο να αναφερθούμε στο ποιοι έχουν λόγους στο να λάβουν μέτρα αντιμετώπισης του κινδύνου. Είναι προφανές πως τα **χρηματοπιστωτικά ιδρύματα** θα έπρεπε να ενδιαφέρονται στο να πάρνουν μέτρα για την αντιμετώπιση του κινδύνου καθώς ο κίνδυνος επηρεάζει κύρια αυτά. Όμως η αναζήτηση όλο και μεγαλύτερων αποδόσεων σε ένα πλήρως ανταγωνιστικό περιβάλλον οδηγεί πολλά χρηματοπιστωτικά ιδρύματα σε επενδυτικές πολιτικές άκρως επικίνδυνες. Έτσι γίνεται επιτακτική η ανάγκη της ύπαρξης εποπτείας. Την εποπτεία αυτή την έχουν αναλάβει οι **κεντρικές τράπεζες**.

Κεντρικές τράπεζες (ελεγκτικές αρχές)

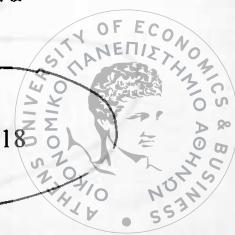
Οι κεντρικές τράπεζες έχουν δύο λόγους για να λαμβάνουν μέτρα για την αντιμετώπιση του κινδύνου:

- **Συστημικός κίνδυνος¹⁴.** Οι κεντρικές τράπεζες είναι επιφορτισμένες με την παρακολούθηση της καλής λειτουργίας της αγοράς. Άρα επιθυμούν τον περιορισμό του συστηματικού κινδύνου. Όμως ένα μεγάλο μέρος του συστηματικού κινδύνου προέρχεται από την πιθανότητα κάποιο χρηματοπιστωτικό ίδρυμα να μην μπορεί να ανταποκριθεί στις υποχρεώσεις του λόγω κακής διαχείρισης του κινδύνου που έχει αναλάβει. Έτσι οι κεντρικές τράπεζες επιβάλλουν στα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα να λαμβάνουν συγκεκριμένα μέτρα για την αντιμετώπιση των κινδύνων.
- **Προστασία του δημοσίου χρήματος.** Σε όλες σχεδόν τις χώρες του κόσμου το κράτος διασφαλίζει τους μικροκαταθέτες των τραπεζών. Δηλαδή εγγυάται ότι δεν θα χάσουν τα χρήματά τους λόγω μιας πιθανής αδυναμίας μιας τράπεζας να εκπληρώσει τις υποχρεώσεις της. Αυτό σημαίνει πως μία πιθανή αδυναμία μιας τράπεζας θα ενεργοποιούσε την εγγύηση του κράτους η οποία θα υλοποιούνταν με χρήση δημόσιου χρήματος. Άρα ένας επιπλέον λόγος για τον οποίο ενδιαφέρονται οι κεντρικές τράπεζες για την σωστή διαχείριση του κινδύνου από τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα είναι η προστασία του δημοσίου χρήματος.

¹⁴ Όταν ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα Α δεν μπορέσει να εκπληρώσει τις υποχρεώσεις του αυτόματα γίνονται τα παρακάτω:

- Τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα και οι πελάτες (εταιρείες, ιδιώτες) στα οποία το Α ήταν υπόχρεο αντιμετωπίζουν τον κίνδυνο και αυτά να μην μπορούν να αντιμετωπίσουν τις υποχρεώσεις τους, καθώς θα έχουν έλλειψη εισροών (κεφαλαίων, τίτλων, συναλλαγμάτων).
- Επηρεάζεται η ψυχολογία όλης της αγοράς και όλοι προσπαθούν να κλείσουν τις θέσεις τους πιέζοντας ακόμα περισσότερο το Α και το άμεσο περιβάλλον του.

Έτσι οι όποιες επιπτώσεις σε ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα μπορούν να επηρεάσουν το γενικότερο περιβάλλον μέσα στο οποίο δραστηριοποιείται αυξάνοντας τον συστηματικό κίνδυνο. Ο **Συστημικός κίνδυνος** σχετίζεται με την πιθανότητα το σύστημα (οι αγορές) στο σύνολο του να αποτύχει να λειτουργήσει κανονικά (όπως αναμενόταν).



Η ασπίδα απέναντι στον κίνδυνο είναι τα ίδια κεφάλαια των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων. Αυτός είναι ο κανόνας που ακολουθούν οι κεντρικές τράπεζες για την αντιμετώπιση των κινδύνων των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων. “*Η αποκλειστική χρησιμοποίηση του κεφαλαίου από τις ελεγκτικές και εποπτικές αρχές ως μέσον για την αντιμετώπιση των κινδύνων των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων, έχει την εξής λογική: Θα πρέπει να διασφαλίζεται ότι οι μέτοχοι διακινδυνεύουν τα δικά τους κεφάλαια κατά την ανάληψη κινδύνων από το χρηματοπιστωτικό ίδρυμα το οποίο κατέχουν.*”¹⁵

Χρηματοπιστωτικά ιδρύματα

“Τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα αντιμετωπίζουν τους κίνδυνους με μία διαδικασία η οποία περιλαμβάνει τα εξής στάδια:

1. Αναγνώριση των κινδύνων και των χαρακτηριστικών τουν.
2. Ποσοτική μέτρηση των κινδύνων.
3. Λήψη μέτρων για την αντιμετώπισή τουν.
4. Περιοδική εκτίμηση των αποτελεσμάτων των μέτρων που λαμβάνονται και ενδεχόμενη λήψη συμπληρωματικών μέτρων.”¹⁵

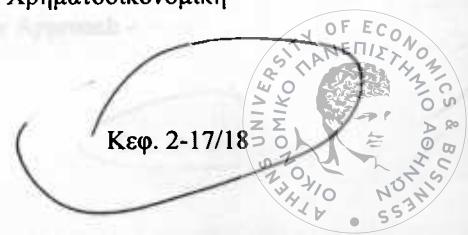
Για να υλοποιήσουν τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα αυτή την διαδικασία χρησιμοποιούν εξελιγμένα πληροφοριακά συστήματα που τους προσφέρουν τις παρακάτω δυνατότητες:

1. Μέτρηση του συνολικού κινδύνου αγοράς του χαρτοφυλακίου με μεθόδους Value at Risk
2. Διάδοση της πολιτικής διαχείρισης κινδύνου από το “Top management” προς τα χαμηλότερα επίπεδα όπου γίνονται οι συναλλαγές (top-down approach) θέτοντας όρια θέσης στα τμήματα και στους διαπραγματευτές.
3. Έλεγχο και μέτρηση της απόδοσης (σε σχέση με τον κίνδυνο που αναλαμβάνουν) των στελεχών (senior managers, traders, dealers).
4. Επιτρέπουν την διατήρηση επαρκών κεφαλαίων για την εναρμόνιση με τις απαιτήσεις των ελεγκτικών αρχών.

Εκτός όμως από τις σωστές διαδικασίες που υποστηρίζονται από εξελιγμένα πληροφοριακά συστήματα για να μπορέσει ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα να κάνει καλή διαχείριση του κινδύνου πρέπει να έχει έμπειρο, καλά εκπαιδευμένο και καλά αμειβόμενο προσωπικό.

“... τα διευθυντικά στελέχη πρέπει να έχουν τέτοια προοπτική του κινδύνου που να τους επιτρέπει να κατανοήσουν ότι κάθε 5 με 10 χρόνια μια γενιά έμπειρων διαπραγματευτών και υπαλλήλων διαχείρισης δανείων φεύγει και ότι το συνολικό προφίλ του ιδρύματος δεν βασίζεται τόσο πολύ στα εξελιγμένα πληροφοριακά συστήματα αλλά στην επιχειρησιακή πολιτική όπως αντί προωθείται προς και γίνεται αντιληπτή από τους “senior managers” και το προσωπικό. Ένα στοιχείο κλειδί είναι η συνολική πολιτική αποζημίωσης και συγκεκριμένα ο σχεδιασμός της

¹⁵ Κ. Γαλιάτσος «Τραπεζική Διοίκηση» Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών Χρηματοοικονομική και Τραπεζική Μεταπτυχιακό πρόγραμμα σπουδών, Αθήνα 1999



αποζημίωσης για διαχειριστές και διαπραγματευτές που αναλαμβάνουν κινδύνους. ¹⁶

Σύγκριση των δύο προσεγγίσεων

Η προσέγγιση των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων θα μπορούσε να χαρακτηριστεί σαν ενεργητική διαχείριση του κινδύνου καθώς συνίσταται σε πράξεις που σκοπό έχουν την εκ των προτέρων ρύθμιση του βαθμού έκθεσης τους στους διάφορους κινδύνους, ενώ η προσέγγιση των ελεγκτικών αρχών θα μπορούσε να χαρακτηριστεί σαν παθητική διαχείριση του κινδύνου καθώς συνίσταται στον προσδιορισμό των απαιτούμενων κεφαλαίων που θα πρέπει να κρατούν τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα για την κάλυψη των κινδύνων που αναλαμβάνουν.

Η προσέγγιση των ελεγκτικών αρχών δεν θα μπορούσε να ήταν διαφορετική ως προς την ουσία της. Δηλαδή, αφήνοντας ελεύθερα τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα να αναλάβουν το μέγεθος του κινδύνου που εκείνα θέλουν αλλά προσέχουμε μήπως αναλάβουν περισσότερο κίνδυνο από εκείνον που μπορούν να αντέξουν.

Μια εναλλακτική προσέγγιση, αυτή του Alan Greenspan, που δεν διαφέρει στην ουσία αλλά στην πρακτική από το τρέχον θεσμικό πλαίσιο, ίσως να προδιαγράφει τις μελλοντικές εξελίξεις:

“Ο χρόνος και τα γεγονότα δείχνουν ότι παρά την πολυπλοκότητα των συναλλαγών και την διατεινόμενη εμπειρία (sophistication) των συστημάτων διαχείρισης, είναι οι φτωχοί ποιοτικοί παράγοντες – δηλαδή, η έλλειψη βασικών πολιτικών και ελέγχων- που πολύ συχνά υποδαυλίζουν τις τράπεζες. ...”

Στις επόμενες δεκαετίες, οι ελεγκτές θα πρέπει να προσαρμοστούν στις αυξανόμενες τεχνολογίες και στις συνεχώς αυξανόμενης πολυπλοκότητας αγορές. Μια γενιά πριν ο ισολογισμός του προηγούμενου μήνα μιας τράπεζας ήταν μια λογική εκτίμηση της τρέχουσας κατάστασης του ιδρύματος. Σήμερα, για κάποιες τράπεζες, οι ισολογισμοί της προηγούμενης ημέρας είναι σχεδόν παρωχημένοι. Τον 21ο αιώνα αυτό θα είναι αληθές για τις περισσότερες τράπεζες.

Οι ελεγκτικές αρχές στο μέλλον θα υποχρεωθούν να βασίζονται πολύ περισσότερο στο πληροφοριακό σύστημα διαχείρισης κινδύνου της τράπεζας για την προστασία από ζημιές. Εμείς οι ελεγκτές θα εμπλακούμε περισσότερο στην αξιολόγηση των διαδικασιών διαχείρισης κινδύνου παρά των αποτελεσμάτων.”¹⁷

3.1.1. Το κύριο μετρητή του κινδύνου αρμόδιας

¹⁶ Global Risk Management "Presentation by Urlich Cartellieri - The Dynamics of Financial Markets", Group of Thirty, Washington, DC 1996

¹⁷ Global Risk Management "Presentation by Alan Greenspan – Supervisory Approach - Conclusion ", Group of Thirty, Washington, DC 1996

3. Θεσμικό πλαίσιο

Όπως είδαμε οι ελεγκτικές αρχές θεωρούν σαν ασπίδα για την αντιμετώπιση των κινδύνων από τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα τα ίδια κεφάλαια των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων. Το θεσμικό πλαίσιο όπως αυτό διαμορφώνεται σε παγκόσμιο, Ευρωπαϊκό και Ελληνικό επίπεδο ορίζει τα ίδια κεφάλαια¹ των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων καθώς και τα απαιτούμενα ίδια κεφάλαια για την αντιμετώπιση των κινδύνων που έχει αναλάβει. Στον πίνακα² 3-1 αναφέρονται οι σχετικές Ευρωπαϊκές και Ελληνικές διατάξεις.

ΝΟΜΟΘΕΣΙΑ	ΕΥΡΩΠΑΪΚΗΣ ΕΝΩΣΗΣ	ΕΛΛΑΣ	ΠΙΣΤΩΤΙΚΑ ΙΔΡΥΜΑΤΑ	ΕΙΤΕΥ
I. ΟΡΙΣΜΟΣ ΙΔΙΩΝ ΚΕΦΑΛΑΙΩΝ	ΟΔ./89/299/EOK		ΠΔΤΕ 2053/92	ΑΕΚ 104/8.4.97
II. ΑΙΓΑΙΤΗΣΕΙΣ ΣΕ ΑΡΧΙΚΑ ΚΕΦΑΛΑΙΑ	ΟΔ./89/646/EOK ΟΔ./91/22/EOK	N. 2396/96	N. 2076/92	N. 2396/96
III. ΑΙΓΑΙΤΗΣΕΙΣ ΚΕΦΑΛΑΙΑΚΗΣ ΕΠΑΡΚΕΙΑΣ ΓΙΑ ΚΑΙ ΥΨΗ ΠΙΣΤΩΤΙΚΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ	ΟΔ./89/647/EOK ΟΔ./91/31/EOK		ΠΔΤΕ 2054/92	ΑΕΚ 104/8.4.97
IV. ΑΙΓΑΙΤΗΣΕΙΣ ΚΕΦΑΛΑΙΑΚΗΣ ΕΠΑΡΚΕΙΑΣ ΓΙΑ ΚΑΙ ΥΨΗ ΜΕΓΑΛΩΝ ΧΡΗΜΑΤΟΙΟΤΙΚΩΝ ΑΝΟΙΓΜΑΤΩΝ	ΟΔ./92/121/EOK		ΠΔΤΕ 2246/93	ΑΕΚ 104/8.4.97
V. ΑΙΓΑΙΤΗΣΕΙΣ ΚΕΦΑΛΑΙΑΚΗΣ ΕΠΑΡΚΕΙΑΣ ΓΙΑ ΚΑΙ ΥΨΗ ΚΙΝΔΥΝΩΝ ΑΓΟΡΑΣ	ΟΔ./93/6/EOK	N. 2396/96	ΠΔΤΕ 2397/96	ΑΕΚ 104/8.4.97
VI. ΕΠΟΠΤΕΙΑ ΧΡΗΜΑΤΟΙΗΣΤΩΤΙΚΩΝ ΙΔΡΥΜΑΤΩΝ ΣΕ ΕΝΟΠΟΙΗΜΕΝΗ ΒΙΣΗ	ΟΔ./92/30/EOK	Π.Δ. 267/95		ΑΕΚ 104/8.4.97

Πίνακος 3-1

3.1. Θεσμικό πλαίσιο και κίνδυνος αγοράς

Ειδικότερα θα αναφερθούμε στο θεσμικό πλαίσιο για την προστασία από τον κίνδυνο αγοράς, όπως αυτό ορίζεται από την Capital Accord to Incorporate Market Risk (January 1996, updates to April 1998) της Επιτροπής της Βασιλείας.

3.1.1. Το πλαίσιο μέτρησης του κινδύνου αγοράς

Ο κίνδυνος αγοράς ορίζεται σαν ο κίνδυνος να υποστούμε ζημιά από θέσεις εντός και εκτός ισολογισμού λόγω αλλαγής των τιμών της αγοράς. Η μέτρηση του κινδύνου αγοράς γίνεται για:

- Εργαλεία που σχετίζονται με επιτόκια και μετοχές και ανήκουν στο χαρτοφυλάκιο συναλλαγών.
- Για όλες τις θέσεις σε ξένο συνάλλαγμα και σε commodities.

¹ Τα ίδια κεφάλαια για την αντιμετώπιση των κινδύνων είναι διαφορετικά από τα λογιστικά Τίτλα Κεφάλαια = (Παθητικό – Υποχρεώσεις).

² Πηγή: K. Γαλιάτσος «Τραπεζική Διοίκηση» Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών
 Χρηματοοικονομική και Τραπεζική Μεταπτυχιακό πρόγραμμα σπουδών, Αθήνα 1999



Το χαρτοφυλάκιο συναλλαγών αποτελείται από όλες τις θέσεις σε χρηματοοικονομικά εργαλεία που εσκεμμένα διατηρούνται για μικρό χρονικό διάστημα και/ή τις οποίες πήρε η τράπεζα με σκοπό να ωφεληθεί βραχυχρόνια από πραγματικές (arbitrage) και/ή αναμενόμενες (speculation) διαφορές ανάμεσα στις τιμές αγοράς και πώλησης, ή από άλλες μεταβολές τιμών ή επιτοκίων, και θέσεις σε χρηματοοικονομικά προϊόντα που παράγονται από matched principal brokering and market making, ή θέσεις που πάρθηκαν για αντιστάθμιση κινδύνου άλλων στοιχείων του χαρτοφυλακίου συναλλαγών.

Ακόμη στη μέτρηση του κινδύνου αγοράς μπορούν να συμπεριληφθούν εργαλεία που δεν ανήκουν στο χαρτοφυλάκιο συναλλαγών αλλά χρησιμοποιούνται εσκεμμένα για να αντισταθμίσουν θέσεις του χαρτοφυλακίου συναλλαγών³.

Αντίστοιχα εργαλεία που ανήκουν στο χαρτοφυλάκιο συναλλαγών αλλά αποσκοπούν στην αντιστάθμιση κινδύνου εργαλείων που ανήκουν στο τραπεζικό χαρτοφυλάκιο (banking portfolio) μπορούν να εξαιρεθούν από τη μέτρηση του κινδύνου αγοράς και να υπόκεινται μόνο σε μέτρηση πιστωτικού κινδύνου.

Για να υπάρχει ενιαία βάση για τη μέτρηση του κινδύνου αγοράς θα πρέπει πρώτα όλα τα στοιχεία του χαρτοφυλακίου αγοράς να αποτιμηθούν σε τρέχουσες τιμές (mark to market).

3.1.2. Μέθοδοι μέτρησης του κινδύνου αγοράς

Το θεσμικό πλαίσιο προβλέπει δύο μεθόδους μέτρησης του κινδύνου αγοράς από τα πιστωτικά ιδρύματα:

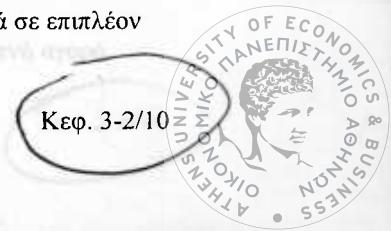
- Τυποποιημένη μέθοδος (standarized method)
- Εσωτερικά μοντέλα διαχείρισης κινδύνου (internal risk management models)

Τα πιστωτικά ιδρύματα είναι υποχρεωμένα να χρησιμοποιούν την τυποποιημένη μέθοδο, εναλλακτικά μπορούν να χρησιμοποιούν εσωτερικά μοντέλα ή μείγμα τυποποιημένης μεθόδου και εσωτερικών μοντέλων, εφόσον πληρούνται οι παρακάτω εφτά ομάδες κριτηρίων:

1. Γενικά κριτήρια που αφορούν την επάρκεια του συστήματος διαχείρισης του κινδύνου.
2. Ποιοτικοί κανόνες για εσωτερική επίβλεψη της χρήσης των μοντέλων, ιδίως από τη διαχείριση.
3. Οδηγίες για τον καθορισμό των κατάλληλων παραγόντων κινδύνου.
4. Ποσοτικοί κανόνες που οριοθετούν τη χρήση των κοινών ελάχιστων στατιστικών παραμέτρων για τη μέτρηση του κινδύνου.
5. Οδηγίες για Stress Testing.
6. Διαδικασίες επικύρωσης για εσωτερική επίβλεψη της χρήσης των μοντέλων.
7. Κανόνες για τράπεζες που χρησιμοποιούν μείγμα της τυποποιημένης μεθόδου και εσωτερικών μοντέλων.

3.1.2.1. Τυποποιημένη μέθοδος

³ Τα εργαλεία αυτά δεν υπόκεινται σε επιπλέον μέτρηση του ειδικού κινδύνου αλλά σε επιπλέον μέτρηση του πιστωτικού κινδύνου.



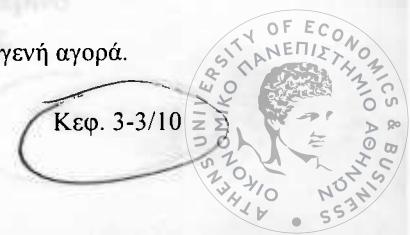
Η τυποποιημένος μέθοδος βασίζεται στη μεθοδολογία χωρισμού των χρηματοοικονομικών προϊόντων σε ομάδες (“building-block” approach) και υπολογισμό του ειδικού κινδύνου και του γενικού κινδύνου αγοράς ξεχωριστά.

Στην τυποποιημένη μέθοδο συναντάμε τις παρακάτω κατηγορίες:

- **Κίνδυνος επιτοκίου.** Κίνδυνος που προέρχεται από θέσεις σε χρεόγραφα και άλλα συνδεόμενα με επιτόκιο εργαλεία.
 1. Ειδικός κίνδυνος πέντε κατηγορίες σε σχέση με τον εκδότη
 2. Γενικός κίνδυνος αγοράς δύο τρόποι
 - Με βάση τη λήξη (maturity).
 - Με βάση το duration.
 3. Τα παράγωγα επιτοκίου, εκτός των δικαιωμάτων, μετατρέπονται σε θέσεις στο υποκείμενο μέσο και στη συνέχεια υπολογίζουμε τον ειδικό και γενικό κίνδυνο με βάση τις γενικές οδηγίες.
- **Κίνδυνος μετοχών.** Κίνδυνος που προέρχεται από θέσεις σε μετοχές.
 1. Ειδικός κίνδυνος
 2. Γενικός κίνδυνος
 3. Τα παράγωγα μετοχών, εκτός των δικαιωμάτων, μετατρέπονται σε θέσεις στο υποκείμενο μέσα και στη συνέχεια υπολογίζουμε τον ειδικό και γενικό κίνδυνο με βάση τις γενικές οδηγίες.
- **Κίνδυνος συναλλάγματος.** Κίνδυνος που προέρχεται από θέσεις σε συνάλλαγμα και χρυσό.
 1. Μέτρηση της θέσης σε κάθε νόμισμα.
 2. Μέτρηση του κινδύνου συνδυάζοντας τις θετικές και αρνητικές θέσεις σε διαφορετικά νομίσματα.
- **Κίνδυνος commodities.** Κίνδυνος που προέρχεται από θέσεις σε commodities⁴, συμπεριλαμβανομένων των πολυτίμων μέταλλων, εκτός του χρυσού.
- **Κίνδυνος δικαιωμάτων.** Κίνδυνος που προέρχεται από θέσεις σε δικαιώματα.
 1. Απλοποιημένη μέθοδος (simplified approach). Τη μέθοδο αυτή δικαιούνται να τη χρησιμοποιούν μόνο όσα πιστωτικά ιδρύματα μόνο αγοράζουν δικαιώματα.
 2. Ενδιάμεσοι μέθοδοι (intermediary approaches). Τις μεθόδους αυτές υποχρεούνται να τις χρησιμοποιούν όσοι γράφουν δικαιώματα.
 - Delta-plus μέθοδος.
 - Μέθοδος σεναρίου (scenario approach).

3.1.2.2. Εσωτερικά μοντέλα διαχείρισης κινδύνου.

⁴ Commodity είναι ένα φυσικό προϊόν που μπορεί να διαπραγματευτεί σε δευτερογενή αγορά.



Η χρήση ενός εσωτερικού μοντέλου εξαρτάται από τη ρητή έγκριση της εποπτικής αρχής. Η εποπτική αρχή δίνει την έγκριση της μόνο όταν ικανοποιούνται οι εφτά ομάδες κριτηρίων που αναφέρθηκαν παραπάνω.

Θα δούμε αναλυτικότερα τις εφτά αυτές ομάδες κριτηρίων και επιπλέον τις ειδικές ρυθμίσεις για τον ειδικό κίνδυνο.

3.1.2.2.1. Γενικά κριτήρια

Τα γενικά κριτήρια που θα πρέπει να πληρούνται για να επιτραπεί από τις εποπτικές αρχές η χρήση εσωτερικών μοντέλων για τον υπολογισμό της κεφαλαιακής επάρκειας είναι:

- Το σύστημα διαχείρισης του κινδύνου της τράπεζας είναι σωστό ως προς τη σύλληψη του και έχει υλοποιηθεί σωστά.
- Η τράπεζα έχει κατά την άποψη των ελεγκτικών αρχών αρκετό προσωπικό, εκπαιδευμένο στη χρήση περίπλοκων μοντέλων για τη στελέχωση των μονάδων συναλλαγών, ρύθμισης κινδύνου (risk control), ελέγχου (audit) και αν είναι αναγκαίο του back office.
- Τα μοντέλα της τράπεζας έχουν, κατά την κρίση των ελεγκτικών αρχών, αποδείξει ότι μετράνε με καλή ακρίβεια τον κίνδυνο.
- Η τράπεζα τακτικά διενεργεί Stress Tests με βάση τις οδηγίες που θα δούμε παρακάτω.

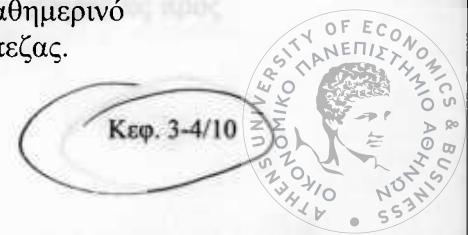
Οι ελεγκτικές αρχές έχουν το δικαίωμα να απαιτήσουν μια περίοδο αρχικού ελέγχου και δοκιμών σε περιβάλλον παραγωγής πριν το μοντέλο να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της κεφαλαιακής επάρκειας.

3.1.2.2.2. Ποιοτικοί κανόνες

Οι ελεγκτικές αρχές θέτουν κάποια ποιοτικά κριτήρια τα οποία οι τράπεζες πρέπει να πληρούν πριν να τους επιτραπεί η χρήση εσωτερικών μοντέλων. Ο βαθμός κατά τον οποίο τα κριτήρια αυτά πληρούνται μπορεί να επηρεάσει το μέγεθος του πολλαπλασιαστικού παράγοντα (multiplication factor) που θα δούμε παρακάτω.

Τα ποιοτικά κριτήρια περιλαμβάνουν:

- I. Η τράπεζα θα πρέπει να έχει μια ανεξάρτητη μονάδα ρύθμισης κινδύνου (risk control) που να είναι υπεύθυνη για τον σχεδιασμό και την υλοποίηση του συστήματος διαχείρισης κινδύνου της τράπεζας.
- II. Η μονάδα αυτή θα πρέπει να εφαρμόζει ένα τακτικό backtesting πρόγραμμα.
- III. Το Διοικητικό Συμβούλιο και τα διευθυντικά στελέχη θα πρέπει να εμπλέκονται ενεργά στην διαδικασία ρύθμισης του κινδύνου και θα πρέπει να αντιλαμβάνονται τη ρύθμιση του κινδύνου σαν ένα βασικό κομμάτι της δουλειάς στο οποίο πρέπει να αφιερωθούν σημαντικοί πόροι.
- IV. Το εσωτερικό μοντέλο μέτρησης του κινδύνου πρέπει να είναι σε μεγάλο βαθμό ενοποιημένο με την καθημερινή διαδικασία διαχείρισης του κινδύνου.
- V. Το σύστημα διαχείρισης του κινδύνου πρέπει να χρησιμοποιείται σε συμφωνία με τις εσωτερικές συναλλαγές και τα όρια έκθεσης.
- VI. Πρέπει να υπάρχει ένα καθημερινό και αυστηρό πρόγραμμα stress testing σα συμπλήρωμα στην ανάλυση κινδύνου που βασίζεται στο καθημερινό αποτέλεσμα του μοντέλου μέτρησης του κινδύνου της τράπεζας.

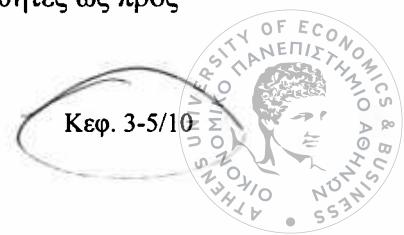


- VII. Οι τράπεζες πρέπει να έχουν μια διαδικασία για να εξασφαλίζουν τη συμβατότητα του συνόλου των καταγεγραμμένων εσωτερικών πολιτικών, ελέγχων και διαδικασιών με το σύστημα μέτρησης του κινδύνου.
- VIII. Μια ανεξάρτητη κριτική του συστήματος μέτρησης κινδύνου από την εσωτερική επιθεώρη
- IX. ση της τράπεζας πρέπει να γίνεται ανά τακτά χρονικά διαστήματα. Επιπλέον ανά τακτά χρονικά διαστήματα θα πρέπει να γίνεται επιθεώρηση της όλης διαδικασίας διαχείρισης του κινδύνου η οποία να ελέγχει κατ' ελάχιστο τα παρακάτω:
- Την επάρκεια της τεκμηρίωσης του συστήματος διαχείρισης κινδύνου καθώς και των διαδικασιών διαχείρισης κινδύνου.
 - Την οργάνωση της μονάδας ρύθμισης του κινδύνου.
 - Την ενσωμάτωση των μέτρων μέτρησης του κινδύνου αγοράς στην καθημερινή διαχείριση του κινδύνου.
 - Τη διαδικασία αποδοχής των μοντέλων τιμολόγησης με βάση των κίνδυνο (risk pricing models) και των συστημάτων αποτίμησης που χρησιμοποιούνται από το προσωπικό του front-office και του back-office.
 - Την επικύρωση οποιασπήδοποτε σημαντικής αλλαγής στη διαδικασία μέτρησης του κινδύνου.
 - Το εύρος του κινδύνου αγοράς που συλλαμβάνεται από το μοντέλο μέτρησης του κινδύνου.
 - Την ακεραιότητα του MIS (Management Information System).
 - Την ακρίβεια και την πληρότητα των δεδομένων των θέσεων.
 - Την πιστοποίηση της συνέπειας, της επικαιρότητας και της αξιοπιστίας των πηγών των δεδομένων που χρησιμοποιούνται από τα εσωτερικά μοντέλα.
 - Την ακρίβεια και την καταλληλότητα των υποθέσεων για τη μεταβλητότητα (volatility) και τη συσχέτιση (correlation).
 - Την ακρίβεια του υπολογισμού της αποτίμησης και του μετασχηματισμού του κινδύνου.
 - Την πιστοποίηση της ακρίβειας των μοντέλων μέσω συχνών backtests όπως περιγράφεται στο “Supervisory Framework for the Use of Backtesting in Conjunction with the Internal Models Approach to Market Risk Capital Requirements”.

3.1.2.2.3. Παράγοντες κινδύνου

Ένα βασικό κομμάτι του εσωτερικού συστήματος μέτρησης κινδύνου είναι ο καθορισμός ενός κατάλληλου συνόλου παραγόντων κινδύνου αγοράς. Οι παράγοντες κινδύνου που περιέχονται σε ένα σύστημα μέτρησης κινδύνου πρέπει να είναι επαρκείς για να συλλάβουν τους κινδύνους του χαρτοφυλακίου της τράπεζας. Παρόλο που οι τράπεζες έχουν κάποια ευχέρεια στο να καθορίζουν τους παράγοντες κινδύνου για τα εσωτερικά μοντέλα τους, οι παρακάτω οδηγίες πρέπει να ακολουθούνται:

- Για τα επιτόκια, θα πρέπει να υπάρχει ένα σύνολο από παράγοντες κινδύνου για κάθε ένα από τα νόμισμα για τα οποία η τράπεζα έχει ευαίσθητες ως προς τα επιτόκια θέσεις.



- Το σύστημα μέτρησης του κινδύνου πρέπει να μοντελοποιεί την καμπύλη αποδόσεων (yield curve) χρησιμοποιώντας κάποια γενικώς αποδεκτή προσέγγιση. Για βασικές εκθέσεις σε μεταβολές των επιτοκίων στα σημαντικά νομίσματα και στις σημαντικές αγορές, οι τράπεζες πρέπει να μοντελοποιούν την καμπύλη αποδόσεων χρησιμοποιώντας τουλάχιστον έξι παράγοντες.
 - Το σύστημα μέτρησης του κινδύνου πρέπει να ενσωματώνει ξεχωριστούς παράγοντες κινδύνου για να συλλαμβάνει κίνδυνο ανοίγματος (spread risk)⁵.
- Για τις *ισοτιμίες* των νομισμάτων το σύστημα μέτρησης του κινδύνου πρέπει να ενσωματώνει παράγοντες κινδύνου που να αντιστοιχούν στα ανεξάρτητα ξένα νομίσματα στα οποία η τράπεζα έχει θέση.
- Για τις *τιμές* των μετοχών, πρέπει να υπάρχουν παράγοντες κινδύνου που να αντιστοιχούν σε κάθε χρηματιστήριο στο οποίο η τράπεζα έχει σημαντική θέση. Κατ' ελάχιστο θα πρέπει να υπάρχει ένας παράγοντας κινδύνου που να είναι σχεδιασμένος να συλλαμβάνει κινήσεις της αγοράς⁶.
- Για τις *τιμές* των *commodities* πρέπει να υπάρχει ένας παράγοντας κινδύνου για κάθε μια αγορά *commodities* στις οποίες η τράπεζα έχει σημαντική θέση.
- Για τράπεζες με σχετικά μικρές θέσεις σε εργαλεία με υποκείμενο μέσο *commodities* ένας παράγοντας για κάθε *commodity* ή ακόμη, εάν οι συνολικές θέσεις είναι μικρές και ένας παράγοντας ανά κατηγορία αρκεί.
 - Για τράπεζες με μεγάλη δραστηριότητα σε αυτές τις αγορές πρέπει να ληφθεί υπόψη και η μεταβολή της απόδοσης ευκολίας (convenience yield) ανάμεσα στις θέσεις σε παράγωγα και σε ρευστές θέσεις.

3.1.2.2.4. Ποσοτικοί κανόνες

Οι τράπεζες θα έχουν ευελιξία στο να επινοήσουν την ακριβή μορφή των μοντέλων τους, αλλά οι παρακάτω ελάχιστοι κανόνες θα πρέπει να εφαρμόζονται για τον υπολογισμό της κεφαλαιακής τους επάρκειας.

- I. Το “Value-at-risk” πρέπει να υπολογίζεται καθημερινά.
- II. Για τον υπολογισμό του value-at-risk πρέπει να χρησιμοποιείται το 99% διάστημα εμπιστοσύνης.
- III. Η χρονική διάρκεια για την οποία θα υπολογίζεται το value-at-risk θα είναι 10 ημέρες. Οι τράπεζες που υπολογίζουν το value-at-risk για μικρότερες περιόδους μπορούν να χρησιμοποιούν την τετραγωνική ρίζα του χρόνου για να μετατρέψουν το value-at-risk.
- IV. Θα πρέπει να χρησιμοποιούνται τουλάχιστον ενός έτους ιστορικές παρατηρήσεις για τον υπολογισμό του value-at-risk.
- V. Οι τράπεζες θα πρέπει να ενημερώνουν τα δεδομένα τους το αργότερο κάθε τρεις μήνες και επίσης πρέπει να τα επανεκτιμούν όταν υπάρχει ανωμαλία.

⁵ Πχ. μεταξύ ομολόγων και swaps.

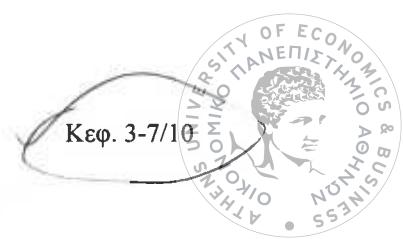
⁶ Μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένας γενικός δείκτης και οι θέσεις σε ανεξάρτητες μετοχές μπορούν να εκφραστούν με τη χρήση των βήτα (β) τους.

στις αγορές. Οι ελεγκτικές αρχές μπορεί να ζητήσουν από μια τράπεζα να εκτιμήσει το value-at-risk χρησιμοποιώντας μικρότερη περίοδο παρατηρήσεων αν, κατά την κρίση των ελεγκτικών αρχών, αυτό δικαιολογείται από μία σημαντική αύξηση στην μεταβλητότητα των τιμών.

- VI. Οι τράπεζες δεν είναι υποχρεωμένες να χρησιμοποιούν κάποιο συγκεκριμένο τύπο μοντέλου. Αρκεί, το μοντέλο τους να συλλαμβάνει όλους τους βασικούς κινδύνους⁷.
- VII. Οι τράπεζες έχουν την ευχέρεια να αναγνωρίζουν εμπειρικές συσχετίσεις μέσα στις ευρείες κατηγορίες κινδύνου (πχ. συσχετίσεις μεταξύ επιτοκίων). Οι ελεγκτικές αρχές μπορεί επίσης να αναγνωρίσουν εμπειρικές συσχετίσεις μεταξύ παραγόντων κινδύνου που ανήκουν σε διαφορετικές ευρείες κατηγορίες κινδύνου (πχ συσχετίσεις μεταξύ επιτοκίων και ισοτιμιών συναλλάγματος), εφόσον έχουν πεισθεί ότι το σύστημα μέτρησης των συσχετίσεων της τράπεζας είναι σωστό και έχει υλοποιηθεί με τιμιότητα (integrity).
- VIII. Το μοντέλο της τράπεζας πρέπει να συλλαμβάνει με ακρίβεια τους ιδιαίτερους κινδύνους που σχετίζονται με δικαιώματα μέσα σε κάθε μία από τις ευρείες κατηγορίες κινδύνου. Τα παρακάτω κριτήρια πρέπει να ικανοποιούνται για την μέτρηση του κινδύνου των δικαιωμάτων:
- Το μοντέλο της τράπεζας πρέπει να συλλαμβάνει τα μη-γραμμικά χαρακτηριστικά των τιμών των δικαιωμάτων.
 - Οι τράπεζες πρέπει να μπορούν να υπολογίζουν τον κίνδυνο, από τα δικαιώματα ή από προϊόντα που έχουν χαρακτηριστικά δικαιωμάτων, που αντιστοιχεί σε ένα 10-ήμερο.
 - Κάθε σύστημα μέτρησης κινδύνου πρέπει να έχει ένα σύνολο παραγόντων κινδύνου που να συλλαμβάνει τις μεταβλητότητες των επιτοκίων και των τιμών των υποκείμενων μέσων.
- IX. Η τράπεζα πρέπει να ικανοποιεί κάθε ημέρα τις κεφαλαιακές απαιτήσεις όπως αυτές εκφράζονται από το μέγιστο από τα:
- Value-at-risk της προηγούμενης ημέρας
 - Μέσο όρο των value-at-risk των τελευταίων 60 ημερών επί το γινόμενο ενός πολλαπλασιαστικού παράγοντα.
- X. Ο πολλαπλασιαστικός παράγοντας ορίζεται από τις ελεγκτικές αρχές με βάση την εκτίμηση τους για την ποιότητα του συστήματος διαχείρισης του κινδύνου. Η ελάχιστη τιμή του πολλαπλασιαστικού παράγοντα είναι 3. Οι τράπεζες θα κληθούν να προσθέσουν στον πολλαπλασιαστικό παράγοντα μία τιμή μεταξύ του 0 και του 1 με βάση την εκ των υστέρων απόδοση του μοντέλου τους.
- XI. Οι τράπεζες που χρησιμοποιούν μοντέλα θα υπόκεινται επίσης και σε χρέωση κεφαλαίου για την κάλυψη του ειδικού κινδύνου των προϊόντων που συνδέονται με επιτόκια και μετοχές.

3.1.2.2.5. Stress Testing

⁷ Βλέπε «Παράγοντες κινδύνου»



Οι τράπεζες που χρησιμοποιούν εσωτερικά μοντέλα για να υπολογίσουν την κεφαλαιακή επάρκεια για την κάλυψη από τον κίνδυνο αγοράς πρέπει να έχουν ένα αυστηρό και περιεκτικό πρόγραμμα για Stress testing.

Τα σενάρια της τράπεζας που χρησιμοποιούνται για Stress testing πρέπει να καλύπτουν μια ποικιλία παραγόντων που μπορούν να δημιουργήσουν ασυνήθιστες ζημιές ή κέρδη στο χαρτοφυλάκιο συναλλαγών, η να κάνουν τη ρύθμιση του κινδύνου πολύ δύσκολη. Αυτοί οι παράγοντες περιλαμβάνουν γεγονότα μικρής πιθανότητας σε όλους τους τύπους κινδύνου, συμπεριλαμβανομένου των διαφόρων συστατικών του κινδύνου αγοράς, του πιστωτικού κινδύνου και του κινδύνου λειτουργίας (operational risk).

Τα Stress tests της τράπεζας πρέπει να βασίζονται και σε ποσοτικά και σε ποιοτικά κριτήρια, ενσωματώνοντας και τον κίνδυνο αγοράς και τις πλευρές της ρευστότητας σε διαταράξεις της αγοράς. Τα ποσοτικά κριτήρια πρέπει να υποδεικνύουν εύλογα stress σενάρια στα οποία η τράπεζα μπορεί να εκτεθεί. Τα ποιοτικά κριτήρια πρέπει να δίνουν έμφαση σε δύο κύριους στόχους, την εκτίμηση της δυνατότητας της τράπεζας να απορροφήσει μεγάλες ζημιές και την εύρεση τρόπων μέσω των οποίων η τράπεζα μπορεί να μειώσει τον κίνδυνο της και να διαφυλάξει κεφάλαια.

Οι τράπεζες πρέπει να συνδυάζουν τη χρήση των σεναρίων που υποδεικνύονται από τις ελεγκτικές αρχές με σενάρια που έχουν αναπτυχθεί από τις ίδιες τις τράπεζες. Οι ελεγκτικές αρχές μπορεί να ζητήσουν από τις τράπεζες να τους δώσουν πληροφορίες για Stress testing που αφορά τις τρεις παρακάτω κατηγορίες:

1. Σενάρια ελεγκτικών αρχών που δεν απαιτούν προσομοίωση από την τράπεζα. Οι τράπεζες πρέπει να έχουν πληροφορίες για τις μεγαλύτερες ζημιές που συνέβησαν στην περίοδο για την οποία ελέγχονται.
2. Σενάρια που απαιτούν προσομοίωση από την τράπεζα. Οι τράπεζες πρέπει να υποβάλλουν τα χαρτοφυλάκια τους σε μία σειρά από Stress σενάρια και να δώσουν στις ελεγκτικές αρχές τα αποτελέσματα. Τα σενάρια αυτά θα πρέπει να βασίζονται σε δεδομένα που έχουν αντληθεί από περιόδους αναταραχής (πχ. η κρίση του ERM το 1992 και το 1993) ή να επικεντρώνονται σε μεταβολές στην μεταβλητότητα και τις συσχετίσεις.
3. Σενάρια που αναπτύσσονται από την τράπεζα για να συλλάβουν τα ειδικά χαρακτηριστικά του χαρτοφυλακίου της.

3.1.2.2.6. Εξωτερική επικύρωση

Η πιστοποίηση της ακρίβειας των μοντέλων από εξωτερικούς ελεγκτές και/ή τις ελεγκτικές αρχές πρέπει κατ' ελάχιστο να περιλαμβάνει τα παρακάτω βήματα:

1. Πιστοποίηση ότι η εσωτερική διαδικασία πιστοποίησης λειτουργεί με ικανοποιητικό τρόπο.
2. Διασφάλιση ότι ή φόρμουλα που χρησιμοποιείται στην διαδικασία υπολογισμού και τιμολόγησης των δικαιωμάτων και άλλων σύνθετων εργαλείων πιστοποιείται από κατάλληλη μονάδα, η οποία θα πρέπει να είναι ανεξάρτητη από την περιοχή συναλλαγών.



4. Παρουσίαση VAR

4.1. Τι είναι το VAR

Κάθε επένδυση έχει κάποια αναμενόμενη απόδοση¹, όμως η επένδυση μπορεί να μην πραγματοποιήσει τελικά την αναμενόμενη απόδοση. Αυτό μπορεί να συμβεί επειδή η εξέλιξη των παραγόντων που καθορίζουν την απόδοση της επένδυσης δεν είναι βεβαία, υπάρχει δηλαδή αβεβαιότητα, υπάρχει κίνδυνος.

Όταν μια επένδυση πραγματοποιήσει μικρότερη απόδοση από την αναμενόμενη ο επενδυτής θα έχει μικρότερο όφελος από το αναμενόμενο μπορεί δε σε περίπτωση που έχουμε αρνητική απόδοση να χάσει μέρος του αρχικού κεφαλαίου.

Έτσι ένας επενδυτής θα πρέπει να γνωρίζει εκτός από την απόδοση μιας επένδυσης και τον κίνδυνο της.

Το πιο διαδεδομένο εργαλείο μέτρησης του κινδύνου μιας επένδυσης είναι η τυπική απόκλιση² (σ) των δυνητικών αποδόσεων της. Όσο μεγαλύτερη είναι η τυπική απόκλιση των δυνητικών αποδόσεων μιας επένδυσης τόσο μεγαλύτερος είναι και ο κίνδυνος της επένδυσης.

Η τυπική απόκλιση των δυνητικών αποδόσεων μιας επένδυσης μας δίνει ένα μέτρο μέτρησης του κινδύνου μιας επένδυσης, όμως ο επενδυτής θα ενδιαφερόταν να γνωρίζει πόσο μεγάλος είναι αυτός ο κίνδυνος σε σχέση με την αναμενόμενη απόδοση. Για να μετρήσουμε τον κίνδυνο μιας επένδυσης σε σχέση με την αναμενόμενη απόδοση της χρησιμοποιούμαι ένα άλλο εργαλείο που καλείται συντελεστής μεταβλητότητας (Coefficient of Variance CV) και μετράει τον κίνδυνο ανά μονάδα αναμενόμενης απόδοσης.

$$CV = \sigma / E(r)$$

Όμως και αυτό το εργαλείο δεν είναι αρκετό για να απαντήσει τα παρακάτω ερωτήματα ενός επενδυτή:

- Πόσο πιθανό είναι να έχω αρνητική απόδοση από την επένδυση μου σε ένα χρόνο;
- Ποιο είναι η ελάχιστη απόδοση που θα έχει η επένδυση μου σε ένα μήνα από τώρα;
- Πόσα χρήματα θα χρειαστώ επιπλέον για να υποστηρίξω την επένδυση (πχ. margin calls σε παράγωγα) μου για δύο εβδομάδες;

Την απάντηση σε αυτά αλλά και πιο σύνθετα ερωτήματα, που θα δούμε στη συνέχεια, μπορεί να τη δώσει ένα εργαλείο μέτρησης του κινδύνου που λέγεται Value At Risk (VAR).

¹ Αναμενόμενη απόδοση: μέση τιμή των πιθανών αποδόσεων $E(r)$.

² Η τυπική απόκλιση είναι η τετραγωνική ρίζα της μέσης τιμή των τετραγώνων των διαφορών των δυνητικών αποδόσεων από την αναμενόμενη απόδοση.



Το VAR μας δίνει, τη χειρότερη ζημία που θα μπορούσε να έχει μια επένδυση, για συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα και για συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης³.

Ο τρόπος υπολογισμού του VAR μιας επένδυσης συνίσταται στα παρακάτω βήματα:

1. Συλλογή ιστορικών στοιχείων των αποδόσεων της επένδυσης
2. Δημιουργία με την βοήθεια των ιστορικών στοιχείων της κατανομής των αποδόσεων της επένδυσης για συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα.
3. Χρησιμοποίηση της κατανομής των αποδόσεων της επένδυσης και την αξία W της επένδυσης, για τον υπολογισμό του VAR που αντιστοιχεί στο επίπεδο εμπιστοσύνης που επιθυμούμε.

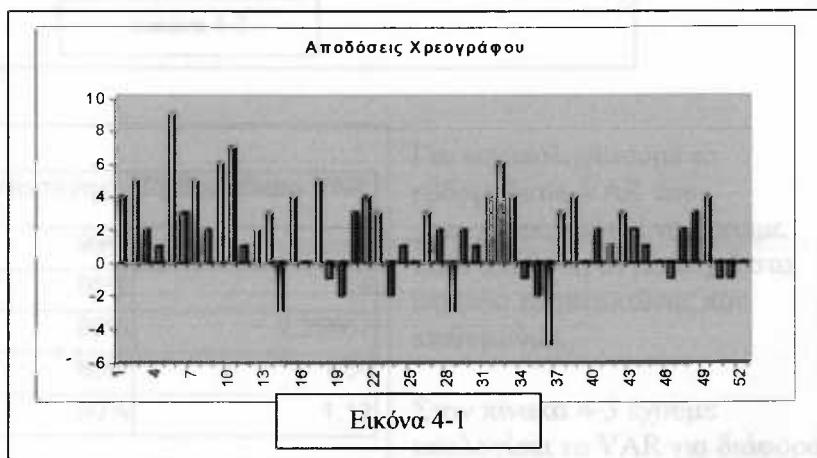
Παράδειγμα 4-1

Έστω ότι έχουμε επενδύσει σε ένα χρεόγραφο αξίας 100 ευρώ και ο πίνακας 4-1 μας δίνει της τελευταίες 52 εβδομαδιαίες ποσοστιαίες αποδόσεις του χρεογράφου αυτού.

Εβδομάδα	Απόδοση	Εβδομάδα	Απόδοση	Εβδομάδα	Απόδοση	Εβδομάδα	Απόδοση
1	4	14	-3	27	2	40	2
2	5	15	4	28	-3	41	1
3	2	16	0	29	2	42	3
4	1	17	5	30	1	43	2
5	9	18	-1	31	4	44	1
6	3	19	-2	32	6	45	0
7	5	20	3	33	4	46	-1
8	2	21	4	34	-1	47	2
9	6	22	3	35	-2	48	3
10	7	23	-2	36	-5	49	4
11	1	24	1	37	3	50	-1
12	2	25	0	38	4	51	-1
13	3	26	3	39	0	52	0

Πίνακας 4-1

Στην εικόνα 4-1 βλέπουμε ένα γράφημα των αποδόσεων σε σχέση με το χρόνο.



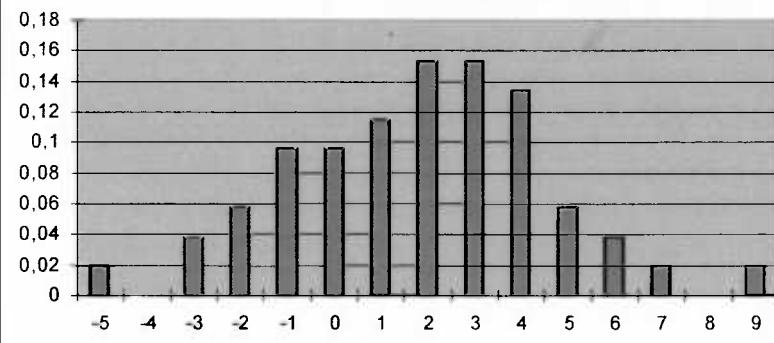
³ Το επίπεδο εμπιστοσύνης καθορίζει ποια είναι η πιθανότητα η επένδυση μας να έχει απόδοση χειρότερη του VAR.

Στον πίνακα 4-2 έχουμε τη συχνότητα των αποδόσεων τη σχετική συχνότητα των αποδόσεων και την αθροιστική σχετική συχνότητα των αποδόσεων του χρεογράφου.

Απόδοση	Συχνότητα	Σχετική συχνότητα	Αθροιστική σχετική συχνότητα
-5	1	0,019231	0,019231
-4	0	0	0,019231
-3	2	0,038462	0,057692
-2	3	0,057692	0,115385
-1	5	0,096154	0,211538
0	5	0,096154	0,307692
1	6	0,115385	0,423077
2	8	0,153846	0,576923
3	8	0,153846	0,730769
4	7	0,134615	0,865385
5	3	0,057692	0,923077
6	2	0,038462	0,961538
7	1	0,019231	0,980769
8	0	0	0,980769
9	1	0,019231	1
Σύνολο	52	1	

Πίνακας 4-2

Ιστορική κατανομή αποδόσεων χρεογράφου



Εικόνα 4-2

Στην εικόνα 4-2 βλέπουμε την κατανομή των αποδόσεων όπως αυτή προκύπτει από τα στοιχεία του πίνακα 4-2

Επίπεδο εμπιστοσύνης	Εβδομαδιαίο VAR
99%	5
95%	3,4
90%	2,26667
85%	1,64
80%	1,12

Πίνακας 4-3

Για να υπολογίσουμε το εβδομαδιαίο VAR του χρεογράφου αρκεί να βρούμε ποια απόδοση αντιστοιχεί στο επίπεδο εμπιστοσύνης που επιθυμούμε.

Στον πίνακα 4-3 έχουμε υπολογίσει το VAR για διάφορα επίπεδα εμπιστοσύνης.

Έτσι με επίπεδο εμπιστοσύνης 95% η χειρότερη απόδοση που μπορεί να έχει το χρεόγραφό μας σε μια εβδομάδα είναι -3,4 ευρώ δηλαδή αναμένουμε στις εκατό εβδομάδες να έχουμε εβδομαδιαία απόδοση κάτω από -3,4 ευρώ το πολύ 5 φορές.

Στο παράδειγμά μας η αρχική αξία της επένδυσης ήταν 100 ευρώ άρα οι εβδομαδιαίες ποσοστιαίες μεταβολές είναι οι ίδιες με τις απόλυτες μεταβολές για το λόγο αυτό το VAR είναι ίσο με τις απόδόσεις που υπολογίσαμε για τα διάφορα επίπεδα σημαντικότητας. Στη γενική περίπτωση έχουμε:

$$VAR = R^c * W$$

$W \rightarrow$ αρχική αξία της επένδυσης
 $c \rightarrow$ επίπεδο σημαντικότητας (πιθανότητα η απόδοση να είναι μικρότερη από R^c)

Οι τρόποι υπολογισμού του VAR ενός χρονοβιβλιού πανίστανται στα πιο κάτω βήματα:

1. Συνάριθμοι αποδόσεων που θέτουν τα χρονοβιβλιάκιδο
2. Δημιουργία με τις βασικές τιμές κατανομής ποσούς παθότητας για συγκεκριμένη διατάξη αρίθμησης.
3. Αποτροπιασμός της κατανομής των αποδόσεων των υποβοηθητικών πόλων, οπότε τα αποτελεσματικά δεδομένα του VAR που φυσικά γίνεται απότομα.

Παράδειγμα 4ο

Εποχή	Αποδ.	Αποδ.	Εποχή	Αποδ.	Αποδ.
1	-10	10	2	-10	10
3	-10	10	4	-10	10
5	-10	10	6	-10	10
7	-10	10	8	-10	10
9	-10	10	10	-10	10
11	-10	10	12	-10	10
13	-10	10	14	-10	10
15	-10	10	16	-10	10
17	-10	10	18	-10	10
19	-10	10	20	-10	10
21	-10	10	22	-10	10
23	-10	10	24	-10	10
25	-10	10	26	-10	10
27	-10	10	28	-10	10
29	-10	10	30	-10	10
31	-10	10	32	-10	10
33	-10	10	34	-10	10
35	-10	10	36	-10	10
37	-10	10	38	-10	10
39	-10	10	40	-10	10
41	-10	10	42	-10	10
43	-10	10	44	-10	10
45	-10	10	46	-10	10
47	-10	10	48	-10	10
49	-10	10	50	-10	10
51	-10	10	52	-10	10
53	-10	10	54	-10	10
55	-10	10	56	-10	10
57	-10	10	58	-10	10
59	-10	10	60	-10	10
61	-10	10	62	-10	10
63	-10	10	64	-10	10
65	-10	10	66	-10	10
67	-10	10	68	-10	10
69	-10	10	70	-10	10
71	-10	10	72	-10	10
73	-10	10	74	-10	10
75	-10	10	76	-10	10
77	-10	10	78	-10	10
79	-10	10	80	-10	10
81	-10	10	82	-10	10
83	-10	10	84	-10	10
85	-10	10	86	-10	10
87	-10	10	88	-10	10
89	-10	10	90	-10	10
91	-10	10	92	-10	10
93	-10	10	94	-10	10
95	-10	10	96	-10	10
97	-10	10	98	-10	10
99	-10	10	100	-10	10

4.2. VAR χαρτοφυλακίου

Είδαμε τι είναι το VAR και πως μπορούμε να το υπολογίσουμε όταν έχουμε μια επένδυση τι γίνεται όμως όταν έχουμε ένα χαρτοφυλάκιο στο οποίο έχουμε πολλές επενδύσεις.

Με ανάλογο τρόπο με αυτόν που είδαμε στην παράγραφο 4.1 μπορούμε να ορίσουμε και να υπολογίσουμε το VAR ενός χαρτοφυλακίου. Πιο συγκεκριμένα το VAR ενός χαρτοφυλακίου είναι η χειρότερη ζημιά που θα μπορούσε να έχει το χαρτοφυλάκιο, για συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα και για συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης.

Ο τρόπος υπολογισμού του VAR ενός χαρτοφυλακίου συνίσταται στα παρακάτω βήματα:

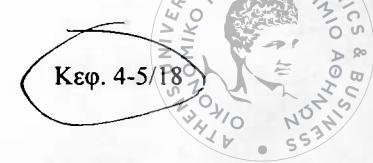
1. Συλλογή ιστορικών στοιχείων των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου
2. Δημιουργία με την βοήθεια των ιστορικών στοιχείων της κατανομής των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου για συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα.
3. Χρησιμοποίηση της κατανομής των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου και της αξία του, για τον υπολογισμό του VAR που αντιστοιχεί στο επίπεδο εμπιστοσύνης που επιθυμούμε.

Παράδειγμα 4-2

Έστω ότι έχουμε ένα χαρτοφυλάκιο αξίας 100 ευρώ που αποτελείται από δύο χρεόγραφα το A και το B σε ίση αναλογία (50% από το A και 50% από το B). Στον πίνακα 4-4 υπάρχουν οι εβδομαδιαίες ποσοστιαίες αποδόσεις των χρεογράφων A και B για τις 52 τελευταίες εβδομάδες.

Εβδ.	Απόδ. Α	Απόδ. Β	Εβδ.	Απόδ. Α	Απόδ. Β
1	1	0	27	1	0
2	2	1	28	0	1
3	1	1	29	-1	1
4	3	0	30	-2	2
5	0	2	31	3	-1
6	-1	0	32	2	-1
7	-2	-1	33	1	0
8	0	1	34	1	0
9	2	0	35	2	2
10	1	-1	36	3	-1
11	0	1	37	1	1
12	-1	2	38	0	1
13	2	0	39	-1	1
14	3	-1	40	0	0
15	2	1	41	2	1
16	-2	0	42	1	0
17	0	0	43	2	0
18	1	1	44	1	0
19	2	0	45	0	2
20	3	0	46	-1	1
21	2	0	47	-2	2
22	0	1	48	1	0
23	2	0	49	2	0
24	1	-1	50	1	1
25	-1	1	51	3	1
26	1	0	52	2	0

Πίνακας 4-4



Στον πίνακα 4-5 βλέπουμε την συχνότητα των αποδόσεων των χρεογράφων A και B.

Αποδ.Β	Αποδ. A	-2	-1	0	1	2	3	Αθροίσματα
-1		1			2	1	4	8
0		1	1	2	8	8	2	22
1		1	4	5	4	2		16
2		2	1	2		1		6
Αθροίσματα		5	6	9	14	12	6	

Πίνακας 4-5

Στον πίνακα 4-6 την απόδοση του χαρτοφυλακίου για κάθε δυνατό συνδυασμό των αποδόσεων των χρεογράφων A και B⁴.

Αποδ.Β	Αποδ. A	-2	-1	0	1	2	3
-1		-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1
0		-1	-0,5	0	0,5	1	1,5
1		-0,5	0	0,5	1	1,5	2
2		0	0,5	1	1,5	2	2,5

Πίνακας 4-6

Συνδυάζοντας τα στοιχεία στους πίνακες 4-5 και 4-6 παίρνουμε τον πίνακα 4-7 όπου έχουμε τις δυνατές αποδόσεις του χαρτοφυλακίου μας καθώς και τη συχνότητα, τη σχετική συχνότητα και την αθροιστική σχετική συχνότητα που αντιστοιχεί σε κάθε μια από αυτές τις αποδόσεις.

Απόδοση	Συχνότητα	Σχετική συχνότητα	Αθροιστική σχετική συχνότητα
-1,5	1	0,019231	0,019231
-1	1	0,019231	0,038462
-0,5	2	0,038462	0,076923
0	10	0,192308	0,269231
0,5	15	0,288462	0,557692
1	18	0,346154	0,903846
1,5	4	0,076923	0,980769
2	1	0,019231	1
2,5	0	0	1
Σύνολο	52	1	

Πίνακας 4-7

Με τη βοήθεια των στοιχείων του πίνακα 4-7 μπορούμε να βρούμε το VAR. Στον πίνακα 4-8 έχουμε υπολογίσει το VAR για διάφορα επίπεδα εμπιστοσύνης.

Επίπεδο εμπιστοσύνης	Εβδομαδιαίο VAR
99%	1,5
95%	0,85
90%	0,44
85%	0,31
80%	0,18

Πίνακας 4-8

Ένας εναλλακτικός τρόπος υπολογισμού των στοιχείων του πίνακα 4-7 είναι να

⁴ Για (απόδοση του A) = -1 και (απόδοση του B) = -2 έχουμε ότι η απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι $(0,5)*(-1) + (0,5)*(-2) = -1,5$

υπολογίζουμε πρώτα την απόδοση του χαρτοφυλακίου για κάθε μια από τις 52 εβδομάδες (πίνακας 4-9) και στη συνέχεια να υπολογίζουμε την κατανομή των αποδόσεων του.

Εβδομάδα	Απόδοση	Εβδομάδα	Απόδοση	Εβδομάδα	Απόδοση	Εβδομάδα	Απόδοση
1	0,5	14	1	27	0,5	40	0
2	1,5	15	-0,5	28	0,5	41	1,5
3	1	16	-1	29	0	42	0,5
4	1,5	17	0	30	0	43	1
5	1	18	1	31	1	44	0,5
6	-0,5	19	1	32	0,5	45	1
7	-1,5	20	1,5	33	0,5	46	0
8	0,5	21	1	34	0,5	47	0
9	1	22	0,5	35	2	48	0,5
10	0	23	1	36	1	49	1
11	0,5	24	0	37	1	50	1
12	0,5	25	0	38	0,5	51	1
13	1	26	0,5	39	0	52	1

Πίνακας 4-9



Εικόνα 4-3

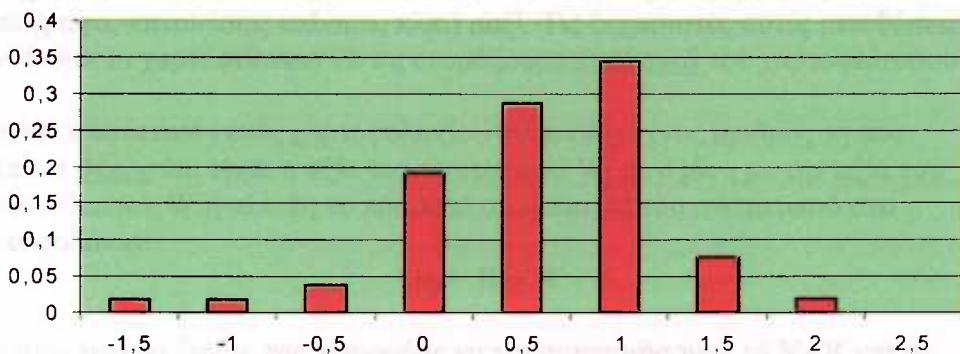
Σχετικό (relative) VAR(mean) ενός χαρτοφυλακίου (ή μιας επένδυσης) είναι η χειρότερη ζημιά που θα μπορούσε να έχει το χαρτοφυλάκιο σε σχέση με την αναμενόμενη απόδοση, για συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα και για συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης.

Απόλυτο (absolute) VAR(zero) ενός χαρτοφυλακίου (ή μιας επένδυσης) είναι η χειρότερη ζημιά που θα μπορούσε να έχει το χαρτοφυλάκιο σε σχέση με το 0, για συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα και για συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης.

$$VAR(\text{mean}) = VAR(\text{zero}) - E(R)^5$$

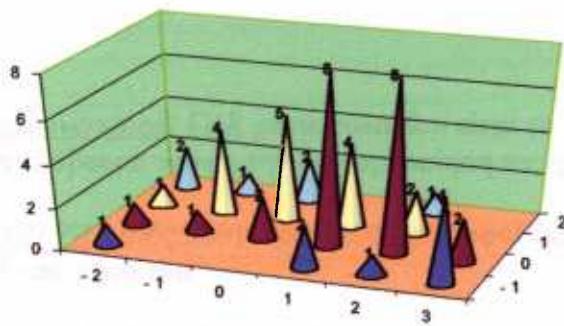
⁵ $E(R)$: είναι η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου.

Ιστορική κατανομή αποδόσεων χαρτοφυλακίου



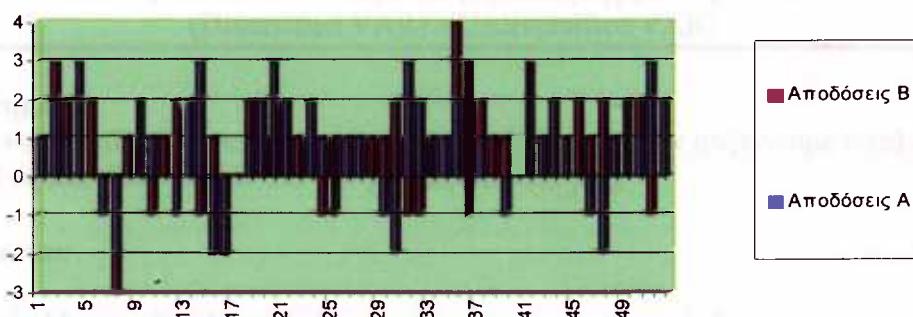
Εικόνα 4-4

Συχνότητα συνδιασμένων αποδόσεων Α και Β



Εικόνα 4-5

Εβδομαδιαίες αποδόσεις των χρεογράφων Α και Β



Εικόνα 4-6

4.3. Εργαλεία VAR χαρτοφυλακίου

Ένα χαρτοφυλάκιο δεν είναι τίποτα άλλο παρά πολλές διαφορετικές επενδύσεις (χρεόγραφα, καταθέσεις ακίνητα, κλπ.) μαζί. Τις ξεχωριστές αυτές επενδύσεις που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο θα τις ονομάζουμε συστατικά του χαρτοφυλακίου.

Σε κάθε συστατικό j ενός χαρτοφυλακίου αντιστοιχεί ένας αριθμός w_j που καλείται βάρος και είναι η αξία του συστατικού W_j σε σχέση με την αξία του χαρτοφυλακίου W ή αλλιώς το ποσοστό συμμετοχής του συστατικού στο χαρτοφυλάκιο.

$$w_j = W_j / W$$

Στη συνέχεια θα δούμε πως μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το VAR και τα διάφορα εργαλεία του για να απαντήσουμε κάποια κρίσιμα ερωτήματα σε σχέση με τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου μας.

Ερώτημα 1^o

Πόση μείωση στον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου μας έχουμε επιτύχει λόγω διαφοροποίησης⁶:

Εργαλεία:

Διαφοροποιημένο (Diversified) VAR χαρτοφυλακίου είναι το VAR που υπολογίζουμε όταν λάβουμε υπόψη την διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου.

Ατομικό (Individual) VAR ενός συστατικού ενός χαρτοφυλάκια είναι το VAR που έχει το συστατικό από μόνο του.

Μη διαφοροποιημένο (Undiversified) VAR χαρτοφυλακίου είναι το VAR που υπολογίζουμε αθροίζοντας τα ατομικά VAR των συστατικών ενός χαρτοφυλακίου.

Απάντηση:

Μείωση του κινδύνου λόγω διαφοροποίησης χαρτοφυλακίου =
(Diversified VAR) -(Undiversified VAR)

Ερώτημα 2^o

Πόσο θα μεταβληθεί ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου μας αν αυξήσουμε κατά α την θέση μας στο j συστατικό του χαρτοφυλακίου μας;

Εργαλεία:

Οριακό (Marginal) VAR (ΔVAR) σε σχέση με ένα συστατικό A του χαρτοφυλακίου είναι η μεταβολή του VAR του χαρτοφυλακίου αν επενδυθεί

⁶ Σύμφωνα με τη θεωρία χαρτοφυλακίου η διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου, που επιτυγχάνεται μέσω πολλών διαφορετικών επενδύσεων, οδηγεί σε μείωση του συνολικού κινδύνου του χαρτοφυλακίου.

ακόμη μια νομισματική μονάδα (πχ. ένα ευρώ) στο συστατικό A. Είναι δηλαδή η μερική παράγωγος του VAR ως προς το βάρος του συστατικού A.

Προσανέγμένο (Incremental) VAR είναι η μεταβολή του VAR που έχουμε λόγω μιας μεταβολής στη σύνθεση του χαρτοφυλακίου μας.

Απάντηση:

Μεταβολή του VAR του χαρτοφυλακίου μετά από αύξηση κατά α του βάρος του j συστατικού του χαρτοφυλακίου μας =
Incremental VAR (μεταβολή j κατά α)=
 $\Delta \text{VAR} * \alpha^7$

Ερώτημα 3^o

Σε ποιο συστατικό του χαρτοφυλακίου μας οφείλεται η μεγαλύτερη ζημία που μπορεί να υποστούμε;

Εργαλεία:

Το VAR συστατικού (Component) είναι μια διαμέριση του VAR του χαρτοφυλακίου που μας δείχνει πόσο θα μεταβάλλοταν το VAR του χαρτοφυλακίου αν διαγραφόταν ένα συστατικό του.

Απάντηση:

Συστατικό του χαρτοφυλακίου στο οποίο οφείλεται η μεγαλύτερη ζημία που μπορεί να υποστούμε =
Max(Component VAR)

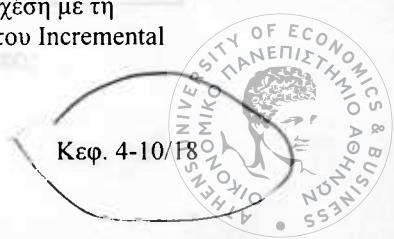
Παράδειγμα 4-3

Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του παραδείγματος 4-2 να υπολογιστεί η μείωση του εβδομαδιαίου κινδύνου του χαρτοφυλακίου μας λόγω διαφοροποίησης.

Ο πίνακας 4-8 έχει το εβδομαδιαίο Diversified VAR Του χαρτοφυλακίου μας για διάφορα επίπεδα σημαντικότητας.

Εργαζόμενοι όπως στο παράδειγμα 4-1 δημιουργήσαμε τον πίνακα 4-10 στο οποίο υπάρχουν τα εβδομαδιαία Individual VAR των χρεογράφων A και B καθώς και το εβδομαδιαίο Undiversified VAR του χαρτοφυλακίου μας για διάφορα επίπεδα σημαντικότητας.

⁷ Εδώ κάναμε την παραδοχή πως το α ήταν σχετικά μικρό σε σχέση με την αρχική αξία του συστατικού αλλά και την αξία του χαρτοφυλακίου. Έτσι χρησιμοποιώντας το ΔVAR που είναι μια γραμμική προσέγγιση του τρόπου μεταβολής του VAR του χαρτοφυλακίου σε σχέση με τη μεταβολή του βάρος ενός συστατικού παίρνουμε μια σχετικά καλή προσέγγιση του Incremental VAR



Ακόμη στον πίνακα 4-10 βλέπουμε την μείωση του εβδομαδιαίου κινδύνου του χαρτοφυλακίου μας λόγω διαφοροποίησης.

Επίπεδο εμπιστοσύνης	Individual VAR A	Individual VAR B	Undiversified VAR	Μείωση VAR λόγω διαφοροποίησης
99%	1	0,5	1,5	0
95%	1	0,5	1,5	0,65
90%	1	0,5	1,5	1,06
85%	0,76667	0,5	1,26667	0,956667
80%	0,55	0,44545	0,99545	0,815455

Πίνακας 4-10

Παράδειγμα 4-4

Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του παραδείγματος 4-2 να υπολογιστεί πόσο θα μεταβληθεί ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου μας αν αυξήσουμε κατά 2, 3, 4, 5, 6 και 7 ευρώ τη θέση μας στο Α χρεόγραφο.

Θα προσπαθήσουμε να υπολογίσουμε το Marginal VAR του χρεογράφου Α και στη συνέχεια θα το χρησιμοποιήσουμε για να βρούμε τα Incremental VAR που μας ζητούνται.

Στον πίνακα 4-11 έχουμε τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου μας αν αυξηθεί η θέση μας στο χρεόγραφο Α κατά ένα ευρώ.

Συνδυάζοντας τα στοιχεία στους πίνακες 4-5 και 4-11 παίρνουμε τον πίνακα 4-12 όπου έχουμε τις δυνατές αποδόσεις του χαρτοφυλακίου μας καθώς και την συχνότητα, τις σχετική συχνότητα και την αθροιστική σχετική συχνότητα που αντιστοιχεί σε κάθε μια από αυτές τις αποδόσεις.

Στον πίνακα 4-13 έχουμε το εβδομαδιαίο Marginal VAR για το χρεόγραφο Α. (οι υπολογισμοί έγιναν με χρήση των στοιχείων του πίνακα 4-12) καθώς και τα εβδομαδιαία Incremental VAR.

Αποδ.Β	Αποδ.Α	-2	-1	0	1	2	3
-1		-1,505	-1,000	-0,495	0,010	0,515	1,020
0		-1,010	-0,505	0,000	0,505	1,010	1,515
1		-0,515	-0,010	0,495	1,000	1,505	2,010
2		-0,020	0,485	0,990	1,495	2,000	2,505

Πίνακας 4-11

Για το υπολογισμό του Incremental VAR χρησιμοποιήσαμε τον τύπο:

4.4. Υπολογισμός VAR των τιμών κανονικής κατανομής

$$\text{Incremental VAR} = \Delta \text{VAR} * \alpha$$

Ο υπολογισμός του VAR είναι παραδοσιαίως γίνεται με τη διέρθεση του

Απόδοση	Συχνότητα	Σχετική συχνότητα	Αθροιστική σχετική συχνότητα
-1,505	1	0,019231	0,019231
-1,010	1	0,019231	0,038462
-1,000	0	0	0,038462
-0,515	1	0,019231	0,057692
-0,505	1	0,019231	0,076923
-0,495	0	0	0,076923
-0,020	2	0,038462	0,115385
-0,010	4	0,076923	0,192308
0,000	2	0,038462	0,230769
0,010	2	0,038462	0,269231
0,485	1	0,019231	0,288462
0,495	5	0,096154	0,384615
0,505	8	0,153846	0,538462
0,515	1	0,019231	0,557692
0,990	2	0,038462	0,596154
1,000	4	0,076923	0,673077
1,010	8	0,153846	0,826923
1,020	4	0,076923	0,903846
1,495	0	0	0,903846
1,505	2	0,038462	0,942308
1,515	2	0,038462	0,980769
2,000	1	0,019231	1
2,010	0	0	1
2,505	0	0	1
Σύνολο	52	1	

Πίνακας 4-12

Επίπεδο εμπιστοσύνης	Εβδομ. Marginal VAR του A	Εβδομ. Incremental VAR του A					
		2	3	4	5	6	7
99%	0,005	0,01	0,01	0,02	0,02	0,03	0,03
95%	-0,137	-0,27	-0,41	-0,55	-0,68	-0,82	-0,96
90%	-0,226	-0,45	-0,68	-0,90	-1,13	-1,36	-1,58
85%	-0,2945	-0,59	-0,88	-1,18	-1,47	-1,77	-2,06

Πίνακας 4-13

4.4. Υπολογισμός VAR με χρήση κανονικής κατανομής

Ο υπολογισμός του VAR ενός χαρτοφυλακίου γίνεται με τη βοήθεια του παρακάτω τύπου:

$$VAR = R^c * W$$

$W \rightarrow$ αρχική αξία της χαρτοφυλακίου

$c \rightarrow$ επίπεδο σημαντικότητας (πιθανότητα η απόδοση να είναι μικρότερη από R^c)

Η εύρεση του R^c γίνεται με την επίλυση της παρακάτω εξίσωσης:

$$P(x \leq R^c) = c \Rightarrow c = \int_{-\infty}^{R^c} f(x) dx \quad (1)$$

$x \rightarrow$ Μια τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί την κατανομή των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου

$c \rightarrow$ Επίπεδο σημαντικότητας

Η λύση της εξίσωσης (1) δεν είναι πάντοτε μια εύκολη διαδικασία καθώς η συνάρτηση $f(x)$ δεν είναι γνωστή αλλά πρέπει να υπολογιστεί με τη βοήθεια ιστορικών στοιχείων αυτό έχει σαν αποτέλεσμα η $f(x)$ να μη μπορεί να παρασταθεί με γενικό τύπο αλλά μόνο με αναλυτικό τρόπο (δηλαδή με πίνακα τιμών).

Αν όμως ξέραμε τον γενικό τύπο της συνάρτησης $f(x)$ τότε θα μπορούσαμε να χρησιμοποιούμε μόνο αυτόν και όχι τον πίνακα τιμών της συνάρτησης πράγμα που απλοποιεί σε μεγάλο βαθμό την διαδικασία επίλυσης της εξίσωσης (1).

Ακόμη πιο εύκολα θα ήταν τα πράγματα αν η κατανομή των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου ακολουθούσε κανονική κατανομή τότε θα μπορούσαμε να παρακάμψουμε την $f(x)$ και να λύνουμε την εξίσωση (1) χρησιμοποιώντας μόνο την τυπική απόκλιση σ και τη μέση τιμή μ της κατανομής των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου.

Av $X \sim N(\mu, \sigma^2), (1) \Rightarrow R^c = \mu - a\sigma$

$a \rightarrow$ αντιστοιχεί στο c και το βρίσκουμε από πίνακες της $N(0, 1)$

Άρα κάνοντας την παραδοχή ότι οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου ακολουθούν κανονική κατανομή ο υπολογισμός του VAR συνίσταται στον υπολογισμό του μ και του σ της κατανομής των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου.

Αν το χαρτοφυλάκιο έχει N συστατικά τότε:

$$\mu = \sum_{j=1}^N w_j * \mu_j$$

$\mu_j \rightarrow$ η μέση αναμενόμενη απόδοση του συστατικού j

επιτοπούμενη κωνίνου (best hedge).

$$\sigma = \sum_{j=1}^N w_j^2 * \sigma_j^2 + 2 \sum_{j=1}^N \sum_{i>j} w_j * w_i * \sigma_{ji}$$

$\sigma_j \rightarrow$ η τυπική απόκλιση της απόδοσης του συστατικού j

$\sigma_{ji} \rightarrow$ η συνδιασπορά των αποδόσεων των συστατικών j και i.

Άρα το VAR του χαρτοφυλακίου βρίσκεται πολύ εύκολα αν γνωρίζουμε τα μ_j , σ_j , σ_{ji} .

Ακόμη με τη χρήση της κανονικής κατανομής μπορεί να απλοποιηθεί ο τρόπος υπολογισμού των εργαλείων του VAR

Μη διαφοροποιημένο (Undiversified) VAR

$$\sigma_p = \sum_{j=1}^N w_j * \sigma_j$$

$\sigma_p \rightarrow$ σ Xαρτοφυλακίου

$\sigma_j \rightarrow$ σ j συστατικού

Οριακό (Marginal) VAR (ΔVAR)

$$\sigma_{\Delta VAR} = \frac{\sigma_{ip}}{\sigma_p} = \beta_i * \sigma_p$$

$\beta_i \rightarrow$ το beta του συστατικού ως προς το χαρτοφυλάκιο

VAR συστατικού (Component)

$$\sigma_{CVAR_j} = \Delta VAR_j * w_j * W = VAR * \beta_i * W_j$$

Η1	0.764231
Η2	0.234015
Η3	0.578223
Η4	1.470818
Η5	0.889015
Η6	1.542010
Η7	0.549444

Ημερησίο 4-14

Προσανξημένο (Incremental) VAR όταν η μεταβολή α στη σύνθεση του χαρτοφυλακίου μας έγινε μόνο ως προς ένα συστατικό j.

$$\sigma_N^2 * W_N^2 = \sigma_p^2 * W^2 + 2 * \alpha * W * \sigma_{ip} + \alpha^2 * \sigma^2$$

$\sigma_N \rightarrow$ τυπική απόκλιση των αποδόσεων του νέου χαρτοφυλακίου

Αν πάρουμε τη μέρική παράγωγο ως προς α και εξισώσουμε με το 0 δημιουργούμε μια εξίσωση που αν τη λύσουμε ως προς α βρίσκουμε το α^* που είναι το ποσό που θα έπρεπε να αυξηθεί η θέση μας στο συστατικό j για να έχουμε

ελαχιστοποίηση⁸ του VAR του χαρτοφυλακίου μας, το α^* καλείται βέλτιστη εξισορρόπηση κινδύνου (best hedge).

$$\alpha^* = -W * \frac{\sigma_{JP}}{\sigma_j^2} = -W * \beta_j * \frac{\sigma_p^2}{\sigma_j^2}$$

Τέλος μια ακόμα ευκολία που μας παρέχει η κανονική κατανομή είναι η δυνατότητα να παίρνουμε από το R_1 (επίπεδο σημαντικότητας c_1) το R_2 (επίπεδο σημαντικότητας c_2).

Το c_1 αντιστοιχίζεται στο α_1 με χρήση των πινάκων της $N(0,1)$

Το c_2 αντιστοιχίζεται στο α_2 με χρήση των πινάκων της $N(0,1)$

Τότε $R_2 = \mu + (R_1 - \mu) * \alpha_2 / \alpha_1$

Παράδειγμα 4-4

Να υπολογιστεί το VAR του χαρτοφυλακίου του παραδείγματος 4-2 με τη χρήση της κανονικής κατανομής.

Στον πίνακα 4-23 βλέπουμε τις τιμές των μ_A , μ_B , μ_p , σ_A , σ_B , σ_{AB} και σ_p .

Με χρήση των τιμών του πίνακα 4-14 υπολογίσαμε το VAR για διάφορα επίπεδα σημαντικότητας που φαίνεται στον πίνακα 4-15.

μ_A	0,769231
μ_B	0,384615
μ_p	0,576923
σ_A	1,476819
σ_B	0,889015
σ_{AB}	-0,642010
σ_p	0,649484

Πίνακας 4-14

Επίπεδο σημαντικότητας	α	VAR
99%	2,3270	0,93443
95%	1,6450	0,49148
90%	1,2815	0,25539
85%	1,0340	0,09464

Πίνακας 4-15

Πίνακας 4-15

⁸ Το α^* αποτελεί ελάχιστο καθώς ο συντελεστής (σ^2) του α^2 είναι θετικός άρα τα κοῖλα είναι προς τα πάνω

4.5. VAR διαφορετικών χρονικών περιόδων

Το VAR ενός χαρτοφυλακίου υπολογίζεται για συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα καθώς βασίζεται στην κατανομή των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου για το χρονικό αυτό ορίζοντα (ημερήσιο, μηναίο, κλπ.).

Ένα ερώτημα που τίθεται είναι πώς μπορούμε, αν ξέρουμε το VAR μιας χρονικής περιόδου να υπολογίσουμε το VAR μιας άλλης χρονικής περιόδου.

Όταν οι ημερήσιες αποδόσεις του χαρτοφυλακίου:

1. Είναι κανονικές κατανομές
2. Ισόνομες (με ίδια μ και σ)

Τότε για να μετασχηματίσουμε το ημερήσιο VAR ενός χαρτοφυλακίου σε VAR χρονικής περιόδου T ημερών μπορούμε να επικεντρωθούμε στον μετασχηματισμό του ημερήσιου σ των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου σε σ_T (τυπική απόκλιση αποδόσεων χαρτοφυλακίου T ημερών).

Όταν επιπλέον οι ημερήσιες αποδόσεις του χαρτοφυλακίου είναι ανεξάρτητες⁹ ισχύει :

$$\sigma_T = \sqrt{T} * \sigma$$

Όταν όμως οι κατανομές των ημερήσιων αποδόσεων δεν είναι ανεξάρτητες αλλά συσχετίζονται τότε η παραδοχή της ανεξαρτησίας μπορεί να οδηγήσει σε υποεκτίμηση του VAR.

Παράδειγμα 4-20

Έστω ότι οι κατανομές των ημερήσιων αποδόσεων δεν είναι ανεξάρτητες αλλά ισχύει:

$$X_t = \rho X_{t-1} + u_t$$

X_t → η απόδοση της ημέρας t

X_{t-1} → η απόδοση της ημέρας t-1

u_t → ακολουθεί N(μ, σ)

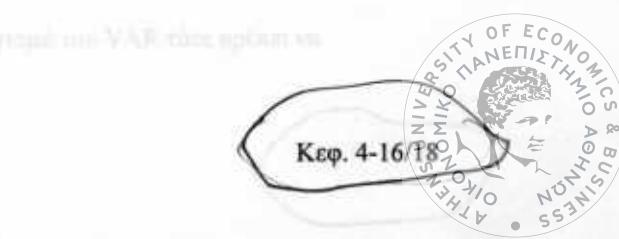
Τότε : $\sigma_T^2 = \sigma^2 [T + 2(T-1)\rho + 2(T-2)\rho^2 + \dots + 2(1)\rho^{T-1}]$

Στον πίνακα 4-16 βλέπουμε τις διαφορές που προκύπτουν στον υπολογισμό του στ για T=10 και για διάφορες τιμές του ρ.

ρ	σ_T	Ανεξαρτησία
0	3,1622777	
0,05	3,3085990	
0,10	3,4634244	
0,15	3,6275590	
0,20	3,8019730	

Πίνακας 4-16

⁹ Η ανεξαρτησία ισχύει σε αποτελεσματικές αγορές.



4.6. Αντιστοίχηση (mapping) σε παράγοντες κινδύνου

Όταν έχουμε ένα χαρτοφυλάκιο που έχει N συστατικά για να υπολογίσουμε το VAR του θα πρέπει να έχουμε συλλέξει ιστορικά στοιχεία των αποδόσεων των N συστατικών του.

Αυτό δεν είναι πάντοτε εύκολο επειδή το N μπορεί να είναι πολύ μεγάλο ή επειδή μπορεί να μην υπάρχουν ιστορικά στοιχεία για κάποια συστατικά.

Ακόμη όμως και αν ήταν διαθέσιμα όλα τα ιστορικά στοιχεία των N συστατικών του χαρτοφυλακίου μας η επεξεργασία τους θα ήταν μια επίπονη διαδικασία¹⁰.

Για να μπορέσουμε να παρακάμψουμε το πρόβλημα της συλλογής και επεξεργασίας ιστορικών στοιχείων για τα N συστατικά του χαρτοφυλακίου χρησιμοποιούμε μια τεχνική που καλείται αντιστοίχηση (mapping) των συστατικών του χαρτοφυλακίου σε παράγοντες κινδύνου (risk factors).

Σύμφωνα με αυτήν την τεχνική εντοπίζουμε κάποιους παράγοντες (δείκτες) που επηρεάζουν όλα ή κάποια ομάδα συστατικών (πχ. ομόλογα Ελληνικού Δημοσίου) του χαρτοφυλακίου. Οι παράγοντες αυτοί μπορεί να είναι ένας χρηματιστηριακός δείκτης, το 3-μηνο επιτόκιο των Έντοκων Γραμματίων του Ελληνικού Δημοσίου, κλπ.

Στη συνέχεια αντικαθιστούμε κάθε ένα από τα συστατικά του χαρτοφυλακίου με μία θέση σε έναν η περισσότερους παράγοντες.

Στόχος μας είναι:

1. Να περιορίσουμε το σύνολο των ιστορικών στοιχείων που απαιτούνται
2. Να ελαχιστοποιήσουμε όσο το δυνατόν το υπολογιστικό κόστος

Η χρησιμοποίηση της τεχνικής της αντιστοίχησης των συστατικών του χαρτοφυλακίου σε παράγοντες κινδύνου είναι μια διαδικασία που πρέπει να γίνεται με σύνεση καθώς εμπεριέχει τον κίνδυνο να οδηγηθούμε σε λανθασμένο υπολογισμό του VAR.

Οι Tanya Styblo Beder, Michael Minnich, Hubert Shen και Jodi Stanton σε μια δημοσίευση τους στη “The Journal of Financial Engineering – Volume 7 – Number ¾ - Pages 289-309” με τον τίτλο “Vignettes on VAR” αναφέρονται στους κινδύνους που υπάρχουν από τη χρήση του mapping.

Χρησιμοποιούν 3 διαφορετικούς τρόπους mapping για τον υπολογισμό του VAR τεσσάρων διαφορετικών χαρτοφυλακίων μετοχών αξίας \$1.000.000 και αντιπαραβάλουν τα αποτελέσματα με το VAR που υπολογίζουν με τη βοήθεια των πραγματικών θέσεων των μετοχών.

Πιο συγκεκριμένα χρησιμοποιούν τις παρακάτω μεθόδους mapping:

¹⁰ Αν χρησιμοποιούμε κανονική κατανομή για τον υπολογισμό του VAR τότε πρέπει να υπολογίσουμε N διασπορές και $N(N-1)/2$ συνδιασπορές.

- Mapping στο δείκτη S&P 500.
 (VAR = $\alpha W \sigma_m$ με $\sigma_m \rightarrow$ η τυπική απόκλιση των αποδόσεων του δείκτη S&P 500).
- Mapping στο δείκτη S&P 500 με προσαρμογή beta.
 (VAR = $\alpha W \beta_p \sigma_m$ με $\beta_p \rightarrow$ το β του χαρτοφυλακίου)
- Mapping στον κλαδικό δείκτη.
 (VAR = $\alpha W (w_1 \sigma_1 + w_2 \sigma_2 + \dots)^{1/2}$ με $w_j, \sigma_j \rightarrow$ το βάρος για το δείκτη j και η τυπική απόκλιση του δείκτη j)

Τα αποτελέσματα δείχνουν πως οι τρεις παραπάνω μέθοδοι mapping δίνουν ανάλογο VAR σε σχέση με το VAR που υπολογίζεται με τη χρήση των πραγματικών θέσεων όταν το χαρτοφυλάκιο αποτελείται από θετικές (long) θέσεις σε 12 μετοχές Fortune 500 (χαρτοφυλάκιο 1 πίνακας 4-17).

Μέθοδος Mapping	95% VAR
S&P mapping	\$16.160
Beta	\$22.694
Industry mapping	\$16.482
Instrument level mapping	\$17.804

Πίνακας 4-17

Μέθοδος Mapping	95% VAR
S&P mapping	\$16.160
Beta	\$24.205
Industry mapping	\$27.554
Instrument level mapping	\$31.639

Πίνακας 4-18

(χαρτοφυλάκιο 2 πίνακας 4-18).
 Στον πίνακα 4-19 βλέπουμε τα VAR όταν το χαρτοφυλάκιο απαρτίζεται από θετικές και αρνητικές (short) θέσεις στις μετοχές του χαρτοφυλακίου 1. Καμία από τις μεθόδους mapping δε δίνει συγκρίσιμα αποτελέσματα με το VAR που υπολογίζεται με τη χρήση των πραγματικών θέσεων.

Μέθοδος Mapping	95% VAR
S&P mapping	\$0
Beta	\$1.480
Industry mapping	\$4.824
Instrument level mapping	\$6.665

Πίνακας 4-19

Μέθοδος Mapping	95% VAR
S&P mapping	\$0
Beta	\$2.391
Industry mapping	\$0
Instrument level mapping	\$8.215

Πίνακας 4-20

διαφορετικό με αυτό που υπολογίζεται από τις πραγματικές θέσεις.

Τέλος το χαρτοφυλάκιο 4 αποτελείται από θετικές και αρνητικές θέσεις στις μετοχές του χαρτοφυλακίου 2. Μπορούμε να δούμε (πίνακα 4-20) ότι και εδώ το VAR που υπολογίζεται με τη βοήθεια των mapping μεθόδων είναι πολύ

5. Μέθοδοι υπολογισμού VAR

5.1. Μέθοδος πίνακα διασπορών - συνδιασπορών (Variance - Covariance matrix method)

Πριν προχωρήσουμε στην παρουσίαση αυτής της μεθόδου θα δούμε κάποιους χρήσιμους συμβολισμούς.

Απόδοση χαρτοφυλακίου

$$R_p = w_1 R_1 + w_2 R_2 + \dots + w_N R_N = [w_1 \quad w_2 \quad \dots \quad w_N] \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_N \end{bmatrix} = w' R$$

$w_j \rightarrow$ το βάρος του j συστατικού

$R_j \rightarrow$ η απόδοση του j συστατικού

Αναμενόμενη απόδοση χαρτοφυλακίου

$\mu_j \rightarrow$ η αναμενόμενη ($E(R_j)$) απόδοση του j συστατικού

$$E(R_p) = \mu_p = \sum_{j=1}^N w_j \mu_j$$

Διασπορά των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου

$$\sigma_p^2 = [w_1 \quad w_2 \quad \dots \quad w_N] \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \dots & \sigma_{1N} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} & \dots & \sigma_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \sigma_{N3} & \dots & \sigma_N^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_N \end{bmatrix} = w' \Sigma w$$

$\sigma_j^2 \rightarrow$ η διασπορά των αποδόσεων του j συστατικού.

$\sigma_{ij} \rightarrow$ η συνδιασπορά των αποδόσεων των συστατικών i και j .

$\Sigma \rightarrow$ ο πίνακας διασπορών συνδιασπορών των συστατικών του χαρτοφυλακίου.

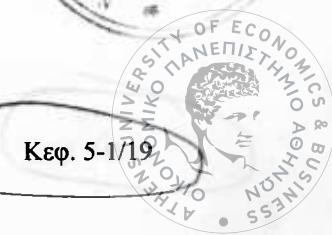
Διάνυσμα αξιών συστατικών

$$\chi = Ww$$

Ακόμη συναντάμε τους παρακάτω συμβολισμούς

$$\Sigma = S'RS$$

$R \rightarrow$ correlation matrix



S → Ένας πίνακας που στην κύρια διαγώνια έχει τις διασπορές των συστατικών και 0 στις άλλες θέσεις

$$VAR = \sqrt{x'(\alpha S' R S \alpha)x} = \sqrt{(x \times V)' R (x \times V)}$$

V=(ασ) ένα διάνυσμα μέσω του οποίου είναι δυνατός ο υπολογισμός του VAR. To RiskMetrics παρέχει εκτιμήσεις του V και του R.

Η μέθοδος υπολογισμού του VAR με τη χρήση του πίνακα διασπορών συνδιασπορών των αποδόσεων των συστατικών του χαρτοφυλακίου βασίζεται στην παραδοχή ότι οι αποδόσεις των συστατικών του χαρτοφυλακίου, άρα και οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου, ακολουθούν κανονική κατανομή. Έτσι για τον υπολογισμό του VAR του χαρτοφυλακίου χρησιμοποιούμε τις διασπορές και συνδιασπορές των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου.

Τελικά ο υπολογισμός του VAR¹ του χαρτοφυλακίου γίνεται με τη χρήση της:

$$VAR_p = \alpha \sigma_p W = \alpha \sqrt{\chi' \Sigma \chi}$$

a → η τιμή βρίσκεται από τους πίνακες της N(0,1) και είναι ο αριθμός για τον οποίο η πιθανότητα μια τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί N(0,1) να είναι μικρότερη του -a είναι c (επίπεδο σημαντικότητας).

To individual VAR δίνεται από την:

$$VAR_i = \alpha \sigma_i |W_i| = \alpha \sigma_i |w_i| W$$

Marginal VAR

$$\Delta VAR_i = \alpha (\beta_i \sigma_p) = \frac{VAR}{W} \beta_i \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_N \end{bmatrix} = \frac{\Sigma w}{(w' \Sigma w)}$$

5.1.1. Μέθοδος Delta Normal

Ο πιο εύκολος τρόπος υπολογισμού του VAR του χαρτοφυλακίου είναι μέσω της μεθόδου Delta Normal η οποία βασίζεται στη μέθοδο Variance - Covariance.

Η μέθοδος Delta Normal έχει τρία κύρια βήματα:

- Γραμμική αντιστοίχηση (mapping) των συστατικών του χαρτοφυλακίου σε παράγοντες κινδύνου (Risk Factors).
- Υπολογισμός του Σ των παραγόντων κινδύνου.

¹ Absolute VAR

- Χρησιμοποίηση του Σ των παραγόντων κινδύνου (παραδοχή ότι οι αποδόσεις των παραγόντων κινδύνου ακολουθούν κανονική κατανομή) και της αντιστοίχησης των συστατικών για τον υπολογισμό του VAR.

Στη συνέχεια θα δούμε διάφορες εφαρμογές της μεθόδου Delta Normal.

Στόχος μας πάντοτε είναι η γραμμική αντιστοίχηση των θέσεων μας σε «πρωτογενείς» παράγοντες κινδύνου για τους οποίους έχουμε ιστορικά στοιχεία.

5.1.1.1. Χαρτοφυλάκια σταθερού εισοδήματος

Οι πρωτογενείς παράγοντες κινδύνου που χρησιμοποιούνται σε αυτού του είδους τα χαρτοφυλάκια είναι συνήθως οι αποδόσεις των ομολόγων μηδενικού κουπονιού (Zero-coupon bonds).

Η αντιστοίχηση του χαρτοφυλακίου στους πρωτογενείς κινδύνους γίνεται μέσω τριών διαδικασιών²:

Αντιστοίχηση κεφαλαίου (principal mapping). Το χαρτοφυλάκιο αντιστοιχίζεται σε ομόλογο μηδενικού κουπονιού διάρκειας ίσης με τη μέση διάρκεια του χαρτοφυλακίου.

Αντιστοίχηση Duration. Το χαρτοφυλάκιο αντιστοιχίζεται σε ομόλογο μηδενικού κουπονιού διάρκειας ίσης με το Duration του χαρτοφυλακίου.

Αντιστοίχηση ταμειακών ροών (Cash flows). Αναλύουμε το χαρτοφυλάκιο σε ταμειακές ροές και κάθε ταμειακή ροή αντιστοιχίζεται σε ομόλογο μηδενικού κουπονιού ίδιας διάρκειας.

Η μέθοδος **principal mapping** είναι η πιο απλή δίνει όμως τα χειρότερα αποτελέσματα καθώς δε λαμβάνει υπόψη της πληρωμές των κουπονιών.

Η μέθοδος **duration mapping** δίνει καλύτερα αποτελέσματα όμως δε λαμβάνει υπόψη την μεταβλητότητα όλων των σημείων της καμπύλης αποδόσεων (yield curve).

Η μέθοδος **cash-flow mapping** δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα καθώς λαμβάνει υπόψη τόσο τις πληρωμές των κουπονιών όσο και τη μεταβλητότητα όλων των σημείων της καμπύλης αποδόσεων (yield curve).

5.1.1.2. Γραμμικά παράγωγα

Προθεσμιακά συμβόλαια συναλλάγματος

Οι πρωτογενείς παράγοντες κινδύνου που χρησιμοποιούνται σε αυτού του είδους τα συμβόλαια είναι η ισοτιμία συναλλάγματος καθώς και οι αποδόσεις των εγχώριων και των ξένων εντόκων γραμματίων.

² "Value at Risk" Jorion, Mc Graw Hill second edition

Θετική θέση σε προθεσμιακό συμβόλαιο συναλλάγματος =
θετική θέση σε ξένο νόμισμα
+ θετική θέση σε ξένο έντοκο γραμμάτιο
+ αρνητική θέση σε εγχώριο έντοκο γραμμάτιο

Προθεσμιακά συμβόλαια επιτοκίου (Forward Rate Agreements)

Οι πρωτογενείς παράγοντες κινδύνου που χρησιμοποιούνται σε αυτού του είδους τα συμβόλαια είναι οι αποδόσεις των εντόκων γραμματίων.

Θετική θέση σε 6X12 FRA =
θετική θέση σε 6-μηνο έντοκο γραμμάτιο
+ αρνητική θέση σε 12-μηνο έντοκο γραμμάτιο

Συμβόλαια ανταλλαγής επιτοκίου (Interest Rate Swaps)

Οι πρωτογενείς παράγοντες κινδύνου που χρησιμοποιούνται σε αυτού του είδους τα συμβόλαια είναι οι αποδόσεις των ομολόγων μηδενικού κουπονιού (Zero-coupon bonds).

Χρησιμοποιούνται δύο τρόποι αντιστοίχησης³:

- Συνδυασμένη θέση σε ομόλογα σταθερού και μεταβλητού επιτοκίου
- Χαρτοφυλάκιο μελλοντικών συμβολαίων

5.1.1.3. Δικαιώματα (Options)

Οι πρωτογενείς παράγοντες είναι η τιμή του υποκείμενου μέσου και των εντόκων γραμματίων⁴.

Θετική θέση σε δικαιόματα αγοράς =
θετική αξίας Δ στο υποκείμενο μέσο
+ αρνητική θέση αξίας ($\Delta S - c$) έντοκο γραμμάτιο

Δ → ο ρυθμός μεταβολής της τιμής του δικαιώματος σε σχέση με την τιμή του υποκείμενου μέσου.

$$\Delta = \frac{\partial c}{\partial S}$$

c → η τιμή του δικαιώματος αγοράς.

S → η spot τιμή του υποκείμενου μέσου.

³ "Value at Risk" Jorion, Mc Graw Hill second edition

⁴ "Value at Risk" Jorion, Mc Graw Hill second edition

Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι η γραμμική αντιστοίχηση του δικαιώματος στους παραπάνω παράγοντες κινδύνου είναι καλή όταν το $N(d_1)$ ⁵ όπως αυτό ορίζεται στην φόρμουλα Black-Scholes παραμένει σχετικά σταθερό.

Δυστυχώς τα Δ των δικαιωμάτων αλλάζουν δυναμικά και άρα η χρήση αυτής της γραμμικής αντιστοίχησης είναι σωστή μόνο για μικρές μεταβολές του υποκείμενου μέσου ή αν ο ρυθμός μεταβολής του Δ ⁶ είναι μικρός.

5.1.1.4. Χαρτοφυλάκια μετοχών

Οι πρωτογενείς παράγοντες είναι οι τιμές των χρηματιστηριακών δεικτών.

Υπάρχουν οι παρακάτω μέθοδοι αντιστοίχησης του χαρτοφυλακίου στους πρωτογενείς κινδύνους⁷:

- **Αντιστοίχηση στο γενικό δείκτη (Index mapping).** Όλες οι θέσεις αντιστοιχίζονται σε θέσεις στο γενικό δείκτη.
- **Αντιστοίχηση στο δείκτη κατηγορίας (Industry mapping).** Όλες οι θέσεις αντιστοιχίζονται σε θέσεις στους δείκτες κατηγορίας.
- **Αντιστοίχηση βήτα (Beta mapping).** Χρησιμοποιούμαι το β του χαρτοφυλακίου λαμβάνοντας υπόψη μόνο τον συστηματικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου.
- **Αντιστοίχηση διαγωνίου (Diagonal mapping).** Χρησιμοποιούμαι το β του χαρτοφυλακίου καθώς και τον ειδικό κίνδυνο των συστατικών του χαρτοφυλακίου

Είδαμε στην παράγραφο 4.6 τους κινδύνους που εμπεριέχουν οι αντιστοιχίσεις αυτές.

5.1.2. Μέθοδοι Delta – Gamma

Η γραμμική αντιστοίχηση που χρησιμοποιείται στη μέθοδο Delta-Normal δε δίνει καλά αποτελέσματα όταν οι αποδόσεις των συστατικών δεν έχουν γραμμική σχέση με τις αποδόσεις των παραγόντων κινδύνου. Η μέθοδοι Delta-Gamma είναι μέθοδοι που βασίζονται στη μέθοδο Variance – Covariance και προσπαθούν να βελτιώσουν τις εκτιμήσεις της Delta-Normal μεθόδου χρησιμοποιώντας προσεγγίσεις, των αποδόσεων των συστατικών, δευτέρας τάξης ως προς τις αποδόσεις των παραγόντων κινδύνου.

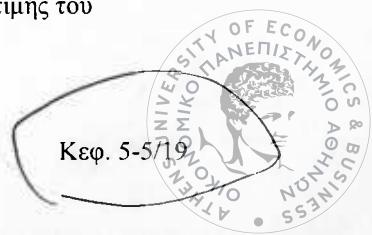
5.1.2.1. Μέθοδος Delta – Gamma Normal

Η μέθοδος Delta-Gamma Normal έχει τρία κύρια βήματα:

⁵ Υπολογισμός τιμής δικαιώματος με χρήση της φόρμουλας Black-Scholes (Hull, John, 2000 "Options, Futures, and Other Derivatives", Prentice-Hall)

⁶ Ο ρυθμός μεταβολής του Δ , γνωστός και ως Γ , είναι η δεύτερη παράγωγος της τιμής του δικαιώματος ως προς την τιμή του υποκείμενου μέσου.

⁷ "Value at Risk" Jorion, Mc Graw Hill second edition



- Αντιστοίχηση (mapping) των αποδόσεων των συστατικών του χαρτοφυλακίου σε αποδόσεις παραγόντων κινδύνου (Risk Factors) και στα τετράγωνα τους (δεύτερης τάξης).
- Υπολογισμός του Σ των παραγόντων κινδύνου.
- Χρησιμοποίηση του Σ των παραγόντων κινδύνου (παραδοχή ότι οι αποδόσεις των παραγόντων κινδύνου καθώς και τα τετράγωνα τους ακολουθούν κανονική κατανομή) και της αντιστοίχησης των συστατικών για τον υπολογισμό του VAR.

Μια βασική παραδοχή της μεθόδου αυτής είναι ότι τόσο οι αποδόσεις όσο και τα τετράγωνα των αποδόσεων των παραγόντων κινδύνου ακολουθούν κανονική κατανομή. Αυτό είναι κάτι που δεν ισχύει σε καμία περίπτωση.

5.1.2.2. Wilson's Delta – Gamma μέθοδος⁸

Έστω ότι θέλουμε να υπολογίσουμε το VAR ενός συστατικού (στο οποίο έχουμε θετική θέση) και έχουμε αντιστοιχίσει την απόδοση του dr στην απόδοση dS και στο τετράγωνο της απόδοσης (dS^2)² ενός παράγοντα κινδύνου.

$$dr = \Delta dS + \frac{\Gamma(dS)^2}{2}$$

Αν η dS ακολουθεί κανονική κατανομή $N(\mu, \sigma)$ τότε για συγκεκριμένο διάστημα εμπιστοσύνης c για την dS θα ισχύει:

Το a βρίσκεται από πίνακες της $N(0,1)$.

Τότε :

$$-\alpha\sigma \leq dS \leq \alpha\sigma$$

$$VAR = W \max(\Delta\alpha\sigma + \frac{\Gamma(\alpha\sigma)^2}{2}, \Delta(-\alpha\sigma) + \frac{\Gamma(-\alpha\sigma)^2}{2})S$$

Η μέθοδος αυτή μπορεί να γενικευτεί και για τον υπολογισμό του VAR χαρτοφυλακίου αλλά γίνεται πολύπλοκη και χρονοβόρα.

5.1.2.3. Μέθοδος Delta – Gamma με διορθωση ροπών⁹

Στη μέθοδο αυτή προσπαθούμε να διορθώσουμε το λάθος της εκτίμησης που προκύπτει από την παραδοχή της κανονικότητας των αποδόσεων και των τετραγώνων των αποδόσεων των παραγόντων κινδύνου της μεθόδου Delta-Gamma Normal.

Η μέθοδος συνίσταται στον:

- Υπολογισμό του VAR με τη χρήση της Delta-Gamma Normal μεθόδου.

⁸ "Beyond Value At Risk" Kevin Dowd

⁹ "Beyond Value At Risk" Kevin Dowd

- Χρησιμοποίηση του τύπου επέκτασης κατά Cornish-Fisher¹⁰ για διόρθωση του VAR.

5.1.3. Προσαρμογή για παχιές ουρές

Η βασική προϋπόθεση της μεθόδου Variance – Covariance είναι ότι οι αποδόσεις των παραγόντων κινδύνου (ή των συστατικών αν δεν χρησιμοποιήσουμε αντιστοίχηση) ακολουθούν κανονική κατανομή. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να υποεκτιμούμε το VAR εάν πολύ μεγάλες ή πολύ μικρές αποδόσεις συμβαίνουν πιο συχνά απ' ότι προβλέπει η κανονική κατανομή, όταν δηλαδή οι κατανομές των αποδόσεων έχουν πιο παχιές ουρές από την κανονική κατανομή.

Για να αντιμετωπίσουμε αυτό το πρόβλημα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε κάποια από τις μεθόδους¹¹:

- **Η μέθοδος τις μίξης των κανονικών κατανομών.** Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή η απόδοση ενός παράγοντα κινδύνου είναι το άθροισμα μιας κανονικής $N(\mu_1, \sigma_1)$ κατανομής και του γινομένου μιας άλλης κανονικής κατανομής $N(\mu_2, \sigma_2)$ με μία Bernoulli.
- **Χρήση της Generalised Error Distribution.** Θεωρούμε ότι οι αποδόσεις ακολουθούν GED. Οι GED είναι μια οικογένεια κατανομών που αποτελούν γενίκευση της κανονικής. Μεταβάλλοντας τις παραμέτρους της GED μπορούμε να πάρουμε κατανομές με πιο παχιές ουρές από την κανονική κατανομή.

5.1.4. Υπολογισμός του Σ

Για την μέθοδο Variance Covariance ίσως το πιο δύσκολο και σημαντικό βήμα είναι ο υπολογισμός του πίνακα Σ . Ο πίνακας Σ υπολογίζεται με τη βοήθεια ιστορικών στοιχείων και υπάρχουν εταιρείες που παρέχουν εκτιμήσεις του Σ για διάφορους παράγοντες κινδύνου.

Ο υπολογισμός του πίνακα Σ μπορεί να χωριστεί σε δύο βήματα

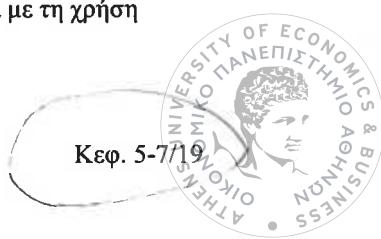
- Συλλογή των απαραίτητων ιστορικών στοιχείων.
- Επεξεργασία των ιστορικών στοιχείων.

5.1.4.1. Συλλογή των απαραίτητων ιστορικών στοιχείων.

Η συλλογή των απαραίτητων ιστορικών στοιχείων μπορεί να παρουσιάσει δυσκολίες καθώς μπορεί να υπάρχουν κενά στα ιστορικά στοιχεία. Τα κενά αυτά μπορεί να οφείλονται σε αργίες συγκεκριμένων αγορών, σε αγορές με μικρή ρευστότητα ή σε νέα προϊόντα.

¹⁰ Ο τύπος αυτός βασίζεται στο ότι μία κατανομή μπορεί πάντοτε να περιγραφεί με τη χρήση παραμέτρων μιας άλλης κατανομής.

¹¹ "Beyond Value At Risk" Kevin Dowd



Για να μπορέσουμε να αντιμετωπίσουμε αυτό το πρόβλημα γεμίζουμε τα κενά χρησιμοποιώντας στατιστικές μεθόδους ή υπολογίζουμε τα στοιχεία του Σ χωρίς τη χρήση των τιμών που λείπουν.

Οι Tanya Styblo Beder, Michael Minnich, Hubert Shen και Jodi Stanton στη δημοσίευση τους στη “The Journal of Financial Engineering – Volume 7 – Number ¾ - Pages 289-309” με τον τίτλο “Vignettes on VAR” αναφέρονται στις τρεις μεθόδους που φαίνονται στον πίνακα 5-1.

Αλγόριθμος Μεγιστοποίησης Προσδοκίας (RiskMetrics Expectation Maximization (EM)Algorithm).

Είναι ένας επαναληπτικός αλγόριθμος που προσπαθεί να γεμίσει τα κενά με τρόπο που εξασφαλίζει την συνέπεια των δεδομένων. Ειδικότερα τα κενά γεμίζονται με τις μέσες τιμές που κάποιος θα ανέμενε με βάση τα υπάρχουσα δεδομένα. Στη συνέχεια οι δεσμευμένες μέσες τιμές διασπορές και συνδιασπορές ξανά υπολογίζονται και η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι τα παλιά και τα νέα δεδομένα να παράγουν τις ίδιες παραμέτρους. Η JP Morgan χρησιμοποιεί για τον αλγόριθμο αυτό μέχρι και 50 σειρές δεδομένων τη φορά.

Επιλογή υποκατάστατης απόδοσης (Substitute return selection). Σύμφωνα με αυτήν την τεχνική οι τιμές που λείπουν γεμίζονται με δεδομένα από άλλες συσχετιζόμενες σειρές.

Υπολογισμός κατά ζεύγη δεδομένων (Pairwise Data Calculation). Εδώ δεν προσπαθούμε να υπολογίζουμε τα δεδομένα που λείπουν αλλά χρησιμοποιούμε μόνο τα δεδομένα που υπάρχουν (πχ αν έχουμε δύο προϊόντα A και B και για το A έχουμε 250 παρατηρήσεις ενώ για το B έχουμε 230 παρατηρήσεις υπολογίζουμε το σ_A με 250 παρατηρήσεις και τα σ_B και σ_{AB} με 230 παρατηρήσεις)

Μέθοδος	Υπέρ	Κατά
Αλγόριθμος Μεγιστοποίησης Προσδοκίας (RiskMetrics Expectation Maximization (EM)Algorithm)	Δίνει εκτιμήσεις μέγιστης πιθανοφάνειας των αποδόσεων	<ul style="list-style-type: none"> - Πιθανά μη θετικά ορισμένος πίνακας Σ - Πιθανόν να δώσει λάθος αποτελέσματα όταν χρησιμοποιούνται λίγοι παράγοντες κινδύνου ή υπάρχει πολυυνγγραμικότητα στις αποδόσεις - Μεροληπτικές εκτιμήσεις αν τα χαμένα (missing) δεδομένα δεν είναι τυχαία (random) - Χρονοβόρα
Επιλογή υποκατάστατης απόδοσης (Substitute return selection)	Δουλεύει καλά όταν υπάρχουν ισχυρά συσχετιζόμενα προϊόντα.	Η μέθοδος αυτή δε δουλεύει απαραίτητα τόσο καλά όσο φαίνεται στο παράδειγμα.
Υπολογισμός κατά ζεύγη δεδομένων (Pairwise Data Calculation)	Εύκολη υλοποίηση	<ul style="list-style-type: none"> - Πιθανά μη θετικά ορισμένος πίνακας Σ - Πιθανόν να δώσει λάθος αποτελέσματα όταν υπάρχουν λίγα κοινά ζεύγη δεδομένων

Πίνακας 5-1

Δοκιμάζοντας τις τρεις αυτές μεθόδους χρησιμοποίησαν τρία σενάρια:

- Σενάριο 1. Σποραδικά κενά στα δεδομένα.
- Σενάριο 2. Κενό έξι μηνών στην αρχή των δεδομένων.
- Σενάριο 3. Συνδυασμός των σεναρίων 1 και 2.

για τον υπολογισμό του VAR ενός χαρτοφυλακίου με ίσες θέσεις σε πέντε νομίσματα (JPY, GBP, FRF, ITL, IDR)¹².

Οι αποκλίσεις των υπολογισμών σε σχέση με το πραγματικό VAR¹³ φαίνονται στον πίνακα 5-2.

Μέθοδος	Σενάριο 1	Σενάριο 2	Σενάριο 3
EM algorithm	***	3.1%	***
Substitute Return Selection	-1.5%	0.2%	-0.9%
Pairwise Data Calculation	-0.2%	-0.3%	-0.5%

Πίνακας 5-2

Τα *** υποδηλώνουν ότι με τα υπάρχουσα δεδομένα (5 + 10 παράγοντες κινδύνου) δεν ήταν δυνατή η εφαρμογή της μεθόδου.

5.1.4.2. Επεξεργασία των ιστορικών στοιχείων.

Η πιο απλή προσέγγιση είναι να υποθέσουμε ότι οι διασπορές και συνδιασπορές παραμένουν σταθερές με το πέρασμα του χρόνου και να τις εκτιμήσουμε χρησιμοποιώντας τις δειγματικές διασπορές και συνδιασπορές.

Όμως αυτή η υπόθεση απέχει πολύ από την πραγματικότητα. Αυτό αποδεικνύεται εύκολα αρκεί κανείς να αναλογιστεί πως επηρεάστηκαν οι διασπορές και συνδιασπορές των ιστοιμιών των ευρωπαϊκών νομισμάτων κατά την κρίση του ERM (1992) αλλά και η διασπορά των αποδόσεων του Nikkei μετά το σεισμό στο Combe.

Τα πιο συνηθισμένα μοντέλα που χρησιμοποιούνται για να εκτιμηθεί ο πίνακας Σ λαμβανομένου υπόψη τη μεταβολή των διασπορών και συνδιασπορών με το πέρασμα του χρόνου είναι τα παρακάτω:

- Κινητοί Μέσοι
- GARCH εκτιμήσεις
- Εκθετικά σταθμισμένοι κινητοί μέσοι (Exponentially Weighted Moving Average)
- Υπονοούμενες διασπορές και συνδιασπορές (Implied Volatilities and Correlations)

5.1.4.2.1. Κινητοί μέσοι

¹² Τα μοντέλα AR(1) που παρουσιάζουν αυτή την θεωρία είναι τα Engle's (1982) ("Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates Based on Various Versions of the *GARCH* Model", *Review of Economics and Statistics*, vol. 64, pp.

¹³ Χρησιμοποίησαν ημερήσιες αποδόσεις ενός έτους τόσο για τα 5 νομίσματα όσο και για 10 επιπλέον παράγοντες κινδύνου.

¹³ Αυτό που υπολογίσθηκε με τη χρήση όλων των δεδομένων.

Το μοντέλο αυτό χρησιμοποιεί σταθερές στο πλήθος παρατηρήσεις για να υπολογίσει τον πίνακα Σ. Κάθε μέρα μια καινούργια παρατήρηση χρησιμοποιείται και η πιο παλιά παρατήρηση εξαιρείται. Το πιο συνηθισμένο πλήθος παρατηρήσεων είναι 20 και 60.

Οι παρατηρήσεις χρησιμοποιούνται χωρίς στάθμιση έτσι υπάρχει καθυστέρηση στο να αποτυπωθούν στην εκτίμηση του Σ οι πληροφορίες που μεταφέρουν οι νέες παρατηρήσεις. Τέλος όταν μια παλιά μη-κανονική παρατήρηση εξαιρεθεί υπάρχει σημαντική μεταβολή στην εκτίμηση του Σ που δεν δικαιολογείται από τις πρόσφατες παρατηρήσεις.

5.1.4.2.2. GARCH εκτιμήσεις

Οι μέθοδοι GARCH¹⁴ προσπαθούν να εκτιμήσουν τις διασπορές και τις συνδιασπορές χρησιμοποιώντας ένα μοντέλο εκτίμησης της παρακάτω μορφής:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1}^2 + \alpha_2 r_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p r_{t-p}^2 + \lambda_1 \sigma_{t-1}^2 + \lambda_2 \sigma_{t-2}^2 + \dots + \lambda_q \sigma_{t-q}^2$$

Το παραπάνω μοντέλο είναι ένα GARCH(p,q) μοντέλο.

Οι συντελεστές του μοντέλου συνήθως υπολογίζονται εφαρμόζοντας την μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει το GARCH(1,1) μοντέλο.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1}^2 + \lambda_1 \sigma_{t-1}^2$$

Εδώ αν υποθέσουμε ότι το σ δε μεταβάλλεται με το χρόνο έχουμε

$$\sigma^2 = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \lambda_1}$$

Άρα πρέπει $\alpha_1 + \lambda_1 < 1$. Το άθροισμα $\alpha_1 + \lambda_1$ ονομάζεται επιμονή (persistence) και έχει να κάνει με την ταχύτητα που οι εκτιμήσεις επανέρχονται στην προηγούμενη κατάσταση τους μετά από μία μη-κανονική παρατήρηση. Όσο πιο μεγάλη η επιμονή τόσο πιο αργά χάνεται η επίδραση της μη-κανονικής παρατήρησης¹⁵.

Τα GARCH μοντέλα επιτρέπουν τόσο μεταβλητότητα των διασπορών όσο και ομαδοποίηση των διασπορών.

¹⁴ Τα μοντέλα ARCH παρουσιάστηκαν από τον R. Engle το 1982 ("Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U.K. inflation", Econometrica, vol. 50, pp. 987-1008). Η γενίκευση των μοντέλων αυτών (GARCH) παρουσιάσθηκε από τον Tim Bollerslev το 1986 ("Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", Journal of Econometrics, vol. 31, pp. 307-327)

¹⁵"Value at Risk" Jorion, Mc Graw Hill second edition page 195

5.1.4.2.3. Εκθετικά σταθμισμένοι κινητοί μέσοι (Exponentially Weighted Moving Average)

Τη μεθοδολογία αυτή την ακολουθεί η JP Morgan¹⁶. Η μέθοδος χρησιμοποιεί το παρακάτω μοντέλο:

$$\sigma_t^2 = \lambda \sigma_{t-1}^2 + (1 - \lambda) r_{t-1}^2$$

Η παράμετρος λ καλείται συντελεστής αποδυνάμωσης (decay factor).

Η EWMA μεθοδολογία είναι μια ειδική περίπτωση GARCH(1,1) με $\alpha_0=0$ και $\alpha_1+\lambda_1=1$

Η JP Morgan χρησιμοποιεί $\lambda=0,94$ για την εκτίμηση ημερήσιων διασπορών και συνδιασπορών και $\lambda=0,97$ για την εκτίμηση μηνιαίων (25-ημερών) διασπορών και συνδιασπορών.

5.1.4.2.4. Υπονοούμενες διασπορές και συνδιασπορές (Implied Volatilities and Correlations)

Ένας άλλος τρόπος για να υπολογιστούν οι διασπορές και συνδιασπορές είναι με τη χρήση των τιμών των δικαιωμάτων. Οι τιμές των δικαιωμάτων αυξάνονται με την αύξηση της διασποράς των τιμών των υποκείμενων μέσων ή και των συνδιασπορών των υποκείμενων μέσων όταν πρόκειται για σύνθετα δικαιώματα. Έτσι κάθε χρονική στιγμή η τιμή των δικαιωμάτων αντικατοπτρίζει την άποψη της αγοράς για τις τιμές των διασπορών και των συνδιασπορών των τιμών των υποκείμενων μέσων.

Γνωρίζοντας τις τιμές των δικαιωμάτων μπορούμε να υπολογίσουμε τις διασπορές και συνδιασπορές των τιμών των υποκείμενων μέσων αντιστρέφοντας την φόρμουλα Black-Scholes¹⁷. Ωστόσο, πρέπει να προσεχθεί το γεγονός ότι οι εκτιμήσεις των διασπορών και συνδιασπορών που παίρνουμε μ' αυτήν τη μέθοδο είναι οι μέσες διασπορές και συνδιασπορές μέχρι τη λήξη του δικαιώματος και όχι οι διασπορές και συνδιασπορές της επόμενης ημέρας.

¹⁶ JP Morgan's RiskMetrics Technical Manual (1995)

¹⁷ Η αντιστροφή δεν είναι εφικτή με αναλυτική μέθοδο για το λόγο αυτό χρησιμοποιούνται αριθμητικές μέθοδοι.

5.2. Ιστορική προσομοίωση (Historical Simulation)

Η μέθοδος της ιστορικής προσομοίωσης βασίζεται σε ιστορικές αποδόσεις των συστατικών του χαρτοφυλακίου για τον υπολογισμό των ιστορικών αποδόσεων του χαρτοφυλακίου.

Πιο συγκεκριμένα η μέθοδος της ιστορικής προσομοίωσης συνίσταται στα ακόλουθα:

- Συλλογή ιστορικών αποδόσεων των συστατικών του χαρτοφυλακίου.
- Χρησιμοποίηση των ιστορικών αποδόσεων των συστατικών και των θέσεων του χαρτοφυλακίου για τον υπολογισμό των ιστορικών αποδόσεων του χαρτοφυλακίου και της ιστορικής κατανομής των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου.
- Εκτίμηση του VAR με τη χρήση των ιστορικών αποδόσεων του χαρτοφυλακίου.

Στο παράδειγμα 4-2 ο υπολογισμός του VAR έγινε με τη βοήθεια της ιστορικής προσομοίωσης.

Η βασικότερη παραδοχή που κάνουμε όταν χρησιμοποιούμε την ιστορική προσομοίωση είναι ότι οι μελλοντικές αποδόσεις θα εξακολουθήσουν να συμπεριφέρονται όπως οι ιστορικές αποδόσεις. Αυτό όμως δεν είναι πάντοτε έτσι, πχ. πριν την κρίση του ERM (1992) η ιστορική προσομοίωση δε θα μπορούσε να προβλέψει τη μεταβλητότητα κατά τη διάρκεια της κρίσης καθώς οι ισοτιμίες ήταν σταθερές για πολύ καιρό. Όμως οι αγορές περίμεναν μεγάλες αλλαγές στις ισοτιμίες λόγω της διατήρησης των υψηλών επιτοκίων στη Γερμανία.

Πλεονεκτήματα:

- Είναι εύκολη στην υλοποίηση.
- Δεν εξαρτάται από υποθέσεις για τις κατανομές των αποδόσεων.
- Δεν χρειάζεται να υπολογίσουμε διασπορές και συνδιασπορές των αποδόσεων.
- Εφαρμόζεται για όλα τα προϊόντα και για όλες τις θέσεις λαμβάνοντας υπόψη όλους τους πιθανούς κινδύνους αγοράς.
- Ο υπολογισμός του VAR μπορεί να γίνει για οποιαδήποτε χρονική περίοδο.
- Λαμβάνει υπόψη πιθανές παχιές ουρές.
- Σαν υποπροϊόν παράγει την ιστορική κατανομή των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου που μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για άλλους λόγους.

Μειονεκτήματα:

- Χρειάζομαστε αρκετά μεγάλη ιστορικότητα για να έχουμε αξιόπιστα αποτελέσματα. Η εύρεση των ιστορικών στοιχείων είναι δύσκολη ιδίως για νέα προϊόντα.
- Η μέθοδος καθυστερεί να αποτυπώσει αλλαγές στην συμπεριφορά των αποδόσεων καθώς το πλήθος των ιστορικών παρατηρήσεων πρέπει να είναι αρκετά μεγάλο και έτσι οι νέες παρατηρήσεις (που θα μπορούσαν να αποτυπώσουν την αλλαγή) αργούν να επηρεάσουν την ιστορική κατανομή των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου και έτσι να μεταβάλουν το VAR.



- Η μέθοδος δίνει την ίδια βαρύτητα σε όλες τις παρατηρήσεις με αποτέλεσμα να επηρεάζεται η ιστορική κατανομή των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου όταν μια μη κανονική παλιά παρατήρηση βγαίνει από τις παρατηρήσεις.
 - Η μέθοδος είναι υπολογιστικά επίπονη για μεγάλα χαρτοφυλάκια.

Μια βελτίωση της μεθόδου δίνεται από τον Boudoukh (1998). Ο Boudoukh δίνει διαφορετική βαρύτητα στις ιστορικές παρατηρήσεις μειώνοντας την βαρύτητα όσο προχωρούμε στο παρελθόν. Η προσέγγιση αυτή αμβλύνει το πρόβλημα της καθυστερημένης αποτύπωσης των αλλαγών στην συμπεριφορά των αποδόσεων. Ακόμη μετριάζει το πρόβλημα του επηρεασμού της ιστορικής κατανομής των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου όταν μια μη κανονική παλιά παρατήρηση βγει από τις παρατηρήσεις.



5.3. Προσομοίωση Monte Carlo και παρόμοιες μέθοδοι

Στην προσομοίωση Monte Carlo αντικειμενικός μας σκοπός είναι να προσομοιώσουμε τη στοχαστική διαδικασία που διέπει την εξέλιξη των τιμών των συστατικών του χαρτοφυλακίου. Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να υπολογίσουμε τη μελλοντική αξία των συστατικών του χαρτοφυλακίου μας, άρα και τη μελλοντική αξία του χαρτοφυλακίου. Αν επαναληφθεί αυτό πολλές φορές είναι εφικτή η δημιουργία της κατανομής της μελλοντικής αξίας του χαρτοφυλακίου και ο υπολογισμός του VAR του χαρτοφυλακίου.

Τα βήματα που ακολουθούμε στη διαδικασία προσομοίωσης Monte Carlo είναι τα παρακάτω:

- Αποφασίζουμε ποιες στοχαστικές διαδικασίες θα χρησιμοποιήσουμε για να προσομοιώσουμε την εξέλιξη των τιμών των συστατικών του χαρτοφυλακίου μας. Κάθε μια διαδικασία θα μας δίνει την μεταβολή της τιμής ενός συστατικού για μεταβολές του χρόνου.
- Χωρίζουμε το χρονικό ορίζοντα της πρόβλεψης του VAR σε η ίσα διαδοχικά χρονικά διαστήματα.
- Εφαρμόζουμε τις στοχαστικές διαδικασίες προσομοίωσης της εξέλιξης των τιμών των προϊόντων διαδοχικά για κάθε ένα από τα η χρονικά διαστήματα. Έτσι υπολογίζουμε την τιμή του προϊόντος στο τέλος του χρονικού ορίζοντα υπολογισμού του VAR (τιμή του προϊόντος μετά και την εφαρμογή στην στοχαστική διαδικασία και του η-οστού χρονικού διαστήματος).
- Χρησιμοποιούμε τις τιμές των προϊόντων (συστατικών) για να υπολογίσουμε την αξία του χαρτοφυλακίου.
- Επαναλαμβάνουμε το προηγούμενο βήμα πολλές φορές (πχ. 10000 φορές).
- Χρησιμοποιούμε τις αξίες του χαρτοφυλακίου που προέκυψαν από τις επαναλήψεις της διαδικασίας προσομοίωσης για την κατασκευή της κατανομής της μελλοντικής αξίας του χαρτοφυλακίου.
- Υπολογίζουμε το VAR με τη βοήθεια της κατανομής της μελλοντικής αξίας του χαρτοφυλακίου που κατασκευάσαμε στο προηγούμενο βήμα.

5.3.1. Διαδικασίες προσομοίωσης της εξέλιξης των τιμών των προϊόντων

5.3.1.1. Geometric Brownian Motion

Μια στοχαστική διαδικασία που χρησιμοποιείται συχνά για την προσομοίωση των τιμών ενός προϊόντος είναι η Geometric Brownian Motion (GBM).

Η αναλυτική της μορφή είναι:

$$dS_t = \mu_t S_t dt + \sigma_t S_t dz \quad (1)$$

$S_t \rightarrow$ η τιμή του προϊόντος τη χρονική στιγμή t
 $dz \rightarrow$ ακολουθεί $N(0,dt)$

Αν τα μ_t και σ_t θεωρήσουμε ότι είναι σταθερά¹⁸ και ίσα με μ και σ αντίστοιχα και μετασχηματίσουμε τη dS_t σε $\epsilon(dt)^{1/2}$ με ε να ακολουθεί $N(0,1)$ έχουμε:

$$(1) \Rightarrow dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t \epsilon \sqrt{dt} \quad (2)$$

Άρα για μικρές μεταβολές του χρόνου dt έχουμε βρει μια σχέση που μας δίνει τις μεταβολές της τιμής του προϊόντος dS_t σε σχέση με την τρέχουσα τιμή S_t και μιας τυχαίας μεταβλητής ε που ακολουθεί $N(0,1)$ ¹⁹.

Από τη (2) προκύπτει ότι η μέση τιμή της dS_t είναι μdt και η διασπορά της είναι $\sigma^2 dt$.

5.3.1.2. Χρήση της GBM για προσομοίωση της εξέλιξης των τιμών πολλών προϊόντων

Με τη βοήθεια της GBM μπορούμε να προσομοιώσουμε και την διακύμανση των τιμών πολλών προϊόντων μαζί.

$$dS_{t,j} = \mu S_{t,j} dt + \sigma S_{t,j} \epsilon_j \sqrt{dt}$$

Εδώ μπορούμε να διακρίνουμε δύο περιπτώσεις:

- Οι μεταβολές των τιμών διαφορετικών προϊόντων να μη συσχετίζονται μεταξύ τους δηλαδή τα εj να είναι ασυσχέτιστα μεταξύ τους.
- Οι μεταβολές των τιμών διαφορετικών προϊόντων να συσχετίζονται μεταξύ τους δηλαδή $Cov(\epsilon_j, \epsilon_i) > 0$ με $j > i$.

Αν θέσουμε $\epsilon = (\epsilon_j)$ το διάνυσμα των ϵ_j .

Τότε αν τα εj συσχετίζονται μεταξύ τους έχουμε ότι $E(\epsilon \epsilon') = R$.

Ο R είναι συμμετρικός πίνακας και μπορεί να γραφτεί με τη μορφή²⁰ $R = T T'$

Τότε αν πάρουμε $\eta = (\eta_j)$, με η_j να ακολουθούν τη $N(0,1)$ και $Cov(\eta_j, \eta_i) = 0$ για $j > i$ και θέσουμε $\epsilon = T \eta$ έχουμε υπολογίσει το ε έτσι ώστε τα εj να ακολουθούν την $N(0,1)$ και $E(\epsilon \epsilon') = R$.

5.3.1.3. Άλλα μοντέλα προσομοίωσης της εξέλιξης των τιμών

¹⁸ Τα μ_t και σ_t στη γενική περίπτωση θα μπορούσαν να υπολογίζονται με μία διαδικασία προσομοίωσης.

¹⁹ Έτσι το πρόβλημα της προσομοίωσης της μεταβολής των τιμών του προϊόντος για μικρά χρονικά διαστήματα γίνεται ισοδύναμο με την επιλογή τυχαίων τιμών από τη $N(0,1)$. Αυτό επιτυγχάνεται με τη βοήθεια τυχαίων αριθμών.

²⁰ Παραγόντοποίηση Cholesky

To GBM προσομοιώνει καλά την εξέλιξη των τιμών των μετοχών και των ισοτιμιών αλλά δεν μπορεί να προσομοιώσει καλά την εξέλιξη των τιμών των ομολόγων και των εντόκων γραμματίων.

Δυο είναι οι ιδιαιτερότητες των ομολόγων και των εντόκων γραμματίων που δεν προσομοιώνονται από την GBM

- Στη λήξη τους η αξία τους είναι προκαθορισμένη.
- Οι μεταβολές στις τιμές τους οφείλονται στη μεταβολή των επιτοκίων. Τα επιτόκια όμως έχει παρατηρηθεί²¹ ότι κινούνται γύρω από μια μέση τιμή, έτσι μεγάλη απομάκρυνση από αυτή τη μέση τιμή συνεπάγεται τάση για αντιστροφή της εξέλιξης των τιμών των επιτοκίων. Η GBM όμως προσομοιώνει τυχαίο περίπατο και όχι επαναφορά στη μέση τιμή.

Η γενική μορφή της διαδικασίας που χρησιμοποιείται για την προσομοίωση των επιτοκίων είναι η:

$$dr_t = \kappa(\theta - r_t)dt + \sigma r_t^\gamma dz_t$$

Για $\gamma=0$ η διαδικασία²² περιγράφει κανονικά κατανεμημένες μεταβολές στα επιτόκια.

Για $\gamma=1$ η διαδικασία είναι lognormal.

Η διαδικασία αυτή μπορεί να γενικευτεί για πάνω από ένα παράγοντες κινδύνου με ανάλογο τρόπο με αυτόν για τη GBM.

Πχ. οι Brennan και Schwartz (1979) πρότειναν το παρακάτω μοντέλο δύο παραγόντων r (βραχυχρόνια επιτόκια) και l (μακροχρόνια επιτόκια).

$$dr_t = \kappa_1(\theta_1 - r_t)dt + \sigma_1 r_t^\gamma dz_{t,1}$$

$$dl_t = \kappa_2(\theta_2 - l_t)dt + \sigma_2 l_t^\gamma dz_{t,2}$$

Στο παραπάνω μοντέλο μπορούμε να ενσωματώσουμε δικλείδα ασφαλείας που θα μας εξασφαλίσει ότι τα επιτόκια r δε θα απομακρυνθούν πολύ από τα επιτόκια l .

$$dr_t = \kappa_1(\theta_1 - (r_t - l_t))dt + \sigma_1 r_t^\gamma dz_{t,1}$$

Οι δικλείδες ασφαλείας θα μπορούσαν να γενικευτούν και σε μοντέλα με περισσότερους παράγοντες κινδύνου.

5.3.2. Ακρίβεια και επιτάχυνση των μοντέλων

²¹ "Value at Risk" Jorion, Mc Graw Hill second edition

²² Vasicek (1977)

Η ακρίβεια της μεθόδου αυξάνει καθώς αυξάνει το πλήθος των επαναλήψεων όπως φαίνεται και στα γραφήματα της εικόνας 5-10.

Δυστυχώς όταν αυξάνουν τα συστατικά του χαρτοφυλακίου είναι δύσκολο να έχουμε πολλές επαναλήψεις καθώς οι υπολογισμοί είναι πολύ χρονοβόροι. Για να αντιμετωπιστεί αυτό το πρόβλημα έχουν προταθεί διάφοροι τρόποι επιτάχυνσης των υπολογισμών που εκτελούν τα μοντέλα.

Σύμφωνα με την **τεχνική της αντίθετης μεταβλητής** το πλήθος των επαναλήψεων μπορεί να διπλασιαστεί εάν χρησιμοποιήσουμε εκτός από τις μεταβλητές ϵ και $\tau - \epsilon$. Βέβαια το κόστος του υπολογισμού των τιμών των συστατικών του χαρτοφυλακίου καθώς και της αξίας του χαρτοφυλακίου διπλασιάζεται.

Ο **Glasserman (1999)** παρουσιάζει διάφορες τεχνικές που βασίζονται στο γεγονός ότι για τον υπολογισμό του VAR δεν ενδιαφέρομαστε να υπολογίσουμε το σύνολο της μελλοντικής κατανομής της αξίας του χαρτοφυλακίου μας αλλά τις ουρές της.

Η μέθοδος **Quasi – Monte Carlo** η οποία διαφέρει από την απλή Monte Carlo στον τρόπο με τον οποίο επιλέγονται τα ϵ . Στην απλή μέθοδο Monte Carlo η επιλογή των ϵ γίνεται εντελώς τυχαία με τη βοήθεια τυχαίων αριθμών. Στην Quasi-Monte Carlo η επιλογή των ϵ γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε να καλυφθεί όσο το δυνατό πιο συμμετρικά ο N -διάστατος χώρος από τον οποίο παράγονται τα ϵ . Σκοπός της μεθόδου είναι να βελτιώσει την ακρίβεια σε σχέση με το πλήθος των επαναλήψεων.

5.3.3. Bootstrap μέθοδος

Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή οι μελλοντικές αποδόσεις ενός προϊόντος επιλέγονται τυχαία από ένα σύνολο ιστορικών αποδόσεων του προϊόντος.

Παράδειγμα 5-1

Έστω ότι θέλουμε να υπολογίσουμε μια πιθανή μελλοντική εβδομαδιαία απόδοση ενός προϊόντος όταν γνωρίζουμε τις τελευταίες 100 ημερήσιες αποδόσεις του προϊόντος.

$S_t \rightarrow$ η τρέχουσα τιμή του προϊόντος

$S_{t+j} \rightarrow$ η τιμή του προϊόντος σε j ημέρες

$R_j \rightarrow$ η j ημερήσια ιστορική απόδοση ($j=1,2,\dots,100$)

Επιλέγουμε έναν τυχαίο αριθμό ϵ_1 από το ένα έως το εκατό²³ τότε:

$$S_{t+1} = S_t (1 + R_{\epsilon_1})$$

Συνεχίζουμε επιλέγοντας άλλους 6 τυχαίους αριθμούς ($\epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4, \epsilon_5, \epsilon_6, \epsilon_7,$) από το ένα έως το εκατό και τελικά έχουμε:

²³ Τόσες είναι οι ιστορικές αποδόσεις που διαθέτουμε



$$S_{t+7} = S_t (1 + R_{\varepsilon_1}) (1 + R_{\varepsilon_2}) (1 + R_{\varepsilon_3}) (1 + R_{\varepsilon_4}) (1 + R_{\varepsilon_5}) (1 + R_{\varepsilon_6}) (1 + R_{\varepsilon_7})$$

Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να υπολογίσουμε μια πιθανή μελλοντική απόδοση ενός προϊόντος.

Το πλεονέκτημα της μεθόδου Bootstrap είναι ότι δε χρειάζεται να καθορίσουμε μια στοχαστική διαδικασία βάση της οποίας μεταβάλλονται οι τιμές του προϊόντος, άρα δε διατρέχουμε κίνδυνο το μοντέλο ή οι παράμετροι του να είναι λανθασμένοι. Ακόμη επειδή οι μελλοντικές αποδόσεις πηγάζουν κατευθείαν από τις ιστορικές αποδόσεις έχουν ενσωματωμένες οποιεσδήποτε παρεκκλίσεις από την κανονικότητα είχαμε στο παρελθόν.

Η ακρίβεια της μεθόδου αυξάνει με την αύξηση του πλήθους των ιστορικών αποδόσεων και του πλήθους των επαναλήψεων.

Βέβαια εδώ έχουμε υποθέσει ότι οι ημερήσιες αποδόσεις είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Αν θα θέλαμε να υπάρχει εξάρτηση μεταξύ τους θα μπορούσαμε να μετασχηματίσουμε τις ημερήσιες αποδόσεις με τη χρήση κάποιου μοντέλου πχ. $\varepsilon_t = r_t / (h_t)^{1/2}$ με h_t να είναι η δεσμευμένη διασπορά από μια εκτιμούμενη GARCH διαδικασία.

5.3.4. Προσομοίωση σεναρίου

Στην προσομοίωση σεναρίου²⁴ στόχος μας είναι να μειώσουμε το πλήθος των παραγόντων κινδύνου και να απλοποιήσουμε την κατανομή των αποδόσεων τους.

Το πλήθος των παραγόντων κινδύνου μπορεί να μειωθεί με τη χρήση της τεχνικής Principal Component Analysis. Με τη βοήθεια αυτής της μεθόδου εντοπίζουμε έναν ή περισσότερους ανεξάρτητους παράγοντες που μπορούν να ερμηνεύσουν μέσα από γραμμικές συναρτήσεις όλους τους παράγοντες κινδύνου.

Στη συνέχεια επιλέγουμε το πλήθος M των διακριτών τιμών κάθε παράγοντα και αντιστοιχίζουμε στις πιθανές τιμές του στις πιθανότητες της διωνυμικής κατανομής B(M,1/2).

Τέλος υπολογίζουμε για κάθε συνδυασμό των πιθανών τιμών των παραγόντων την αξία του χαρτοφυλακίου και κατασκευάζουμε την κατανομή των μελλοντικών αξιών του χαρτοφυλακίου από όπου υπολογίζουμε το VAR

Παράδειγμα 5-4

Αν έχουμε τους παράγοντες:

- Παράγοντας-1 με πιθανές τιμές -1,0,1,2,3

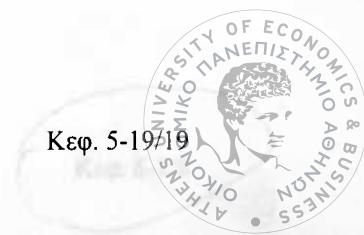
²⁴ Η μέθοδος παρουσιάσθηκε το 1991 από τους Zamshidian και Zhu

- Παράγοντας-2 με πιθανές τιμές -2,1,0,1
 - Παράγοντας-3 με πιθανές τιμές 0,1,2

Η αντιστοίχηση πιθανοτήτων σε τιμές των παραγόντων φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

Παράγοντας-1	Πιθανότητα	Παράγοντας-2	Πιθανότητα	Παράγοντας-3	Πιθανότητα
-1	1/16	-2	1/8	0	1/4
0	4/16	1	3/8	1	2/4
1	6/16	0	3/8	2	1/4
2	4/16	1	1/8		
3	1/16				

④ Α υπολογίζουμε τις τιμές του χαρτοφυλακίου για $5 \times 4 \times 3 = 60$ σενάρια.



6. Έλεγχοι μοντέλων υπολογισμού VAR (Backtesting)

6.1. Ανάγκη για έλεγχο των μοντέλων υπολογισμού του VAR

Στο προηγούμενο κεφάλαιο είδαμε διάφορους τρόπους υπολογισμού του VAR. Είναι πλέον ξεκάθαρο πως δεν υπάρχει ένας συγκεκριμένος κανόνας για το πως θα πρέπει να υπολογίζεται το VAR. Τα εργαλεία είναι πολλά και όλα έχουν ιδιαιτερότητες, πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. Φτάνουμε λοιπόν στο συμπέρασμα πως ο υπολογισμός του VAR είναι μια πολύ υποκειμενική διαδικασία. Όμως τελικά μέσα από αυτήν την υποκειμενική διαδικασία παράγεται ένα προϊόν, το VAR και όπως σε κάθε προϊόν έτσι και στο VAR η αξία του εξαρτάται από την ποιότητά του.

Η ποιότητα του VAR θα μπορούσαμε να πούμε πως είναι το πόσο καλά προσεγγίζει την θεωρητική του τιμή όπως αυτή προκύπτει από τον ορισμό του VAR. Με άλλα λόγια θα θεωρούσαμε ποιοτικό ένα VAR που θα υπολογίζόταν μέσω ενός μοντέλου που αποδεδειγμένα παράγει VAR, το οποίο με πιθανότητα ίση με το επίπεδο σημαντικότητας φράσσει τις ζημιές του χαρτοφυλακίου μας.

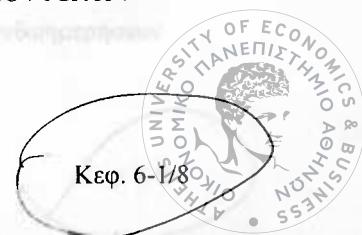
Άρα η ανάγκη καθορισμού της ποιότητας του VAR μας οδηγεί πίσω στη μέθοδο υπολογισμού του VAR και συγκεκριμένα στην εύρεση μεθοδολογιών ελέγχου της. Ο πιο απλός τρόπος ελέγχου ενός μοντέλου υπολογισμού του VAR είναι εκ του αποτελέσματος, έλεγχος δηλαδή του κατά πόσον το VAR που παράγεται από το συγκεκριμένο μοντέλου δίνει ένα καλό κάτω φράγμα των ζημιών του χαρτοφυλακίου για το συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης.

Πριν προχωρήσουμε να δούμε τις μεθόδους που χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο των μοντέλων υπολογισμού του VAR είναι σκόπιμο να εξηγήσουμε την έννοια **καλό κάτω φράγμα** που αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο.

Η έννοια **καλό κάτω φράγμα** έχει δύο διαστάσεις:

- Το καλό κάτω φράγμα δεν είναι μεγαλύτερο από το αναγκαίο κάτω φράγμα. Δηλαδή θα πρέπει το VAR που υπολογίζεται από ένα μοντέλο να μην είναι μεγαλύτερο από το πραγματικό VAR γιατί τότε έχουμε υπερεκτίμηση του VAR. Η υπερεκτίμηση του VAR συνεπάγεται υπερεκτίμηση του κινδύνου η οποία οδηγεί σε δέσμευση περισσότερων κεφαλαίων απ' ότι πραγματικά χρειάζονται για την κάλυψη έναντι του κινδύνου με αποτέλεσμα να έχουμε μείωση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου.
- Το καλό κάτω φράγμα δεν είναι μικρότερο από το αναγκαίο κάτω φράγμα. Δηλαδή θα πρέπει το VAR που υπολογίζεται από ένα μοντέλο να μην είναι μικρότερο από το πραγματικό VAR γιατί τότε έχουμε υποεκτίμηση του VAR. Η υποεκτίμηση του VAR συνεπάγεται υποεκτίμηση του κινδύνου η οποία οδηγεί σε δέσμευση λιγότερων κεφαλαίων απ' ότι πραγματικά χρειάζονται για την κάλυψη έναντι του κινδύνου με αποτέλεσμα να έχουμε αύξηση της πιθανότητας χρεοκοπίας.

6.2. Αποδόσεις του χαρτοφυλακίου και έλεγχοι των μοντέλων υπολογισμού VAR



Όπως είδαμε στην προηγούμενη παράγραφο ο έλεγχος των μοντέλων υπολογισμού του VAR θα επικεντρωθεί στο κατά πόσο, η πιθανότητα, οι ζημίες του χαρτοφυλακίου να υπερβαίνουν το κάτω φράγμα, που ορίζεται από το VAR, είναι μεγαλύτερη από το επίπεδο σημαντικότητας.

Είναι προφανές πως για να κάνουμε τον παραπάνω έλεγχο χρειάζεται να γνωρίζουμε τα κέρδη και τις ζημίες (P&L) του χαρτοφυλακίου μας. Εδώ μπαίνει το ερώτημα ποιά είναι τα P&L του χαρτοφυλακίου μας.

Τα P&L του χαρτοφυλακίου μας μπορούν να οριστούν με τρεις τρόπους¹:

- **Πραγματικά P&L** (actual P&L) που είναι αυτά που προκύπτουν από την μεταβολή της αξίας του χαρτοφυλακίου μας, τις ενδωμερήσιες συναλλαγές και άλλα λειτουργικά κέρδη και ζημίες.
- **Υποθετικά P&L** είναι αυτά που προκύπτουν από την διαφορά στην αξία του χαρτοφυλακίου² για το οποίο υπολογίσθηκε το VAR.
- **Καθαρά P&L** είναι αυτά που προκύπτουν από τα πραγματικά P&L αν αφαιρεθούν όλα τα P&L που σχετίζονται με είδη που δεν αποτιμούνται σε τιμές αγοράς (non mark-to-market items).

Οι ελεγκτικές αρχές επιβάλουν οι έλεγχοι να γίνονται με βάση τα πραγματικά P&L ενώ πιο σωστό θα ήταν να χρησιμοποιούσαμε τα υποθετικά P&L.

6.3. Μέθοδοι ελέγχου που βασίζονται στο ποσοστό αποτυχίας

Η πιο απλή προσέγγιση είναι να βρούμε το ποσοστό των ζημιών που υπερβαίνουν το VAR και να το συγκρίνουμε με το επίπεδο εμπιστοσύνης.

Το ποσοστό των ζημιών που υπερβαίνουν το VAR καλείται ποσοστό αποτυχίας.

Ποσοστό αποτυχίας = $p^* = x/N$

$x \rightarrow$ το πλήθος των περιπτώσεων για τις οποίες το ποσοστό των ζημιών υπερβαίνει το VAR

$N \rightarrow$ το πλήθος των παρατηρήσεων

Η διαδικασία εφόσον ο υπολογισμός του VAR είναι σωστός ακολουθεί μια $B(N, c)$ (διωνυμική) με $1-c$ το επίπεδο εμπιστοσύνης.

Όταν το N αυξάνει, από το κεντρικό οριακό θεώρημα έχουμε ότι:

πλήθος περιπτώσεων	ποσοστό περιπτώσεων 95% εμπιστοσύνης
100	0.017
200	0.0085
300	0.0053
400	0.0036
500	0.0028
600	0.0023
700	0.0019
800	0.0016
900	0.0014
1000	0.0012
1100	0.0010
1200	0.0009
1300	0.0008
1400	0.0007
1500	0.0006
1600	0.0005
1700	0.00045
1800	0.00041
1900	0.00037
2000	0.00034
2100	0.00031
2200	0.00028
2300	0.00026
2400	0.00024
2500	0.00022
2600	0.00020
2700	0.00018
2800	0.00017
2900	0.00016
3000	0.00015
3100	0.00014
3200	0.00013
3300	0.00012
3400	0.00011
3500	0.00010
3600	0.00009
3700	0.000085
3800	0.00008
3900	0.000075
4000	0.00007
4100	0.000065
4200	0.00006
4300	0.000055
4400	0.00005
4500	0.000045
4600	0.00004
4700	0.000035
4800	0.00003
4900	0.000028
5000	0.000026
5100	0.000024
5200	0.000022
5300	0.000020
5400	0.000018
5500	0.000017
5600	0.000016
5700	0.000015
5800	0.000014
5900	0.000013
6000	0.000012
6100	0.000011
6200	0.000010
6300	0.000009
6400	0.0000085
6500	0.000008
6600	0.0000075
6700	0.000007
6800	0.0000065
6900	0.000006
7000	0.0000055
7100	0.000005
7200	0.0000045
7300	0.000004
7400	0.0000035
7500	0.000003
7600	0.0000028
7700	0.0000026
7800	0.0000024
7900	0.0000022
8000	0.0000020
8100	0.00000185
8200	0.0000017
8300	0.0000016
8400	0.0000015
8500	0.0000014
8600	0.0000013
8700	0.00000125
8800	0.0000012
8900	0.00000115
9000	0.0000011
9100	0.00000105
9200	0.0000010
9300	0.00000095
9400	0.0000009
9500	0.00000085
9600	0.0000008
9700	0.00000075
9800	0.0000007
9900	0.00000065
10000	0.0000006

¹ "Value at Risk" Jorion, Mc Graw Hill second edition page 131

² Το χαρτοφυλάκιο αυτό μπορεί να διαφέρει από το τρέχον χαρτοφυλάκιο λόγω ενδωμερήσιων συναλλαγών.

$$z = \frac{x - cN}{\sqrt{c(1-c)N}} \approx N(0,1)$$

Άρα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το παρακάτω διάστημα εμπιστοσύνης με επίπεδο σημαντικότητας β (που αντιστοιχεί σε τιμή α βάση των πινάκων της $N(0,1)$) για τον έλεγχο και αποδοχή της υπόθεσης ότι η x ακολουθεί $B(N,c)$.

$$-\alpha \leq \frac{x - cN}{\sqrt{c(1-c)N}} \leq \alpha \Rightarrow -\alpha \sqrt{c(1-c)N} + cN \leq x \leq \alpha \sqrt{c(1-c)N} + cN$$

Ο έλεγχος της υπόθεσης ότι η x ακολουθεί $B(N,c)$ μ' αυτόν τον τρόπο μας δίνει έλεγχο μόνο στο σφάλμα τύπου 1 δηλαδή την πιθανότητα να απορρίψουμε την υπόθεση ενώ ισχύει.

Στη γενική περίπτωση θα θέλαμε να έχουμε έναν έλεγχο που θα ελαχιστοποιούσε τόσο το σφάλμα τύπου 1 όσο και το σφάλμα τύπου 2 (δηλαδή την πιθανότητα να δεχτούμε την υπόθεση ενώ είναι λανθασμένη).

Ο Kupiec (1995) ανέπτυξε έναν έλεγχο που μας παρέχει διαστήματα εμπιστοσύνης 95% ελαχιστοποιώντας τόσο το σφάλμα τύπου 1 όσο και το σφάλμα τύπου 2. Ο έλεγχος βασίζεται στην τιμή του παρακάτω στατιστικού LR_{uc} :

$$LR_{uc} = -2 \ln \left[(1-c)^{N-x} c^x \right] + 2 \ln \left[\left(1 - \frac{x}{N} \right)^{N-x} \left(\frac{x}{N} \right)^x \right]$$

Το LR_{uc} ακολουθεί X^2 με ένα βαθμό ελευθερίας.

C	Διαστήματα 95% αποδοχής της υπόθεσης μη χρήση $N(0,1)$			Διαστήματα 95% αποδοχής της υπόθεσης μη χρήση LR_{uc} ³		
	N=255	N=510	N=1000	N=255	N=510	N=1000
0,01	$x < 6$	$1 < x < 9$	$4 < x < 17$	$x < 7$	$1 < x < 11$	$4 < x < 17$
0,025	$2 < x < 11$	$6 < x < 19$	$16 < x < 36$	$2 < x < 12$	$6 < x < 21$	$15 < x < 36$
0,05	$7 < x < 19$	$17 < x < 34$	$38 < x < 62$	$6 < x < 21$	$16 < x < 36$	$37 < x < 65$
0,075	$12 < x < 27$	$28 < x < 49$	$61 < x < 89$	$11 < x < 28$	$27 < x < 51$	$59 < x < 92$
0,1	$17 < x < 34$	$39 < x < 63$	$84 < x < 116$	$16 < x < 36$	$38 < x < 65$	$81 < x < 120$

Πίνακας 6-1

Βλέπουμε πως τα μήκη των διαστημάτων μικραίνουν καθώς το πλήθος των παρατηρήσεων αυξάνει αλλά και καθώς το VAR μετατοπίζεται δεξιότερα (σ αυξάνει). Σε όλες τις περιπτώσεις ο απλός έλεγχος με χρήση της $N(0,1)$ δίνει στενότερα διαστήματα.

C	Μήκη διαστημάτων 95% αποδοχής της υπόθεσης μη χρήση $N(0,1)/N$			Μήκη διαστημάτων 95% αποδοχής της υπόθεσης μη χρήση LR_{uc}/N		
	N=255	N=510	N=1000	N=255	N=510	N=1000
0,01	0,0235	0,0157	0,0130	0,0275	0,0196	0,0130
0,025	0,0353	0,0255	0,0200	0,0392	0,0294	0,0210
0,05	0,0471	0,0333	0,0240	0,0588	0,0392	0,0280

³ Πηγή "Value at Risk" Jorion, Mc Graw Hill second edition page 136

0,075	0,0588	0,0412	0,0280	0,0667	0,0471	0,0330
0,1	0,0667	0,0471	0,0320	0,0784	0,0529	0,0390

Πίνακας 6-2

Από τους παραπάνω πίνακες φαίνεται ότι για $c=0,01$ και $N=255$ έχουμε διαστήματα που δε μας αφήνουν να απορρίψουμε την υπόθεση ακόμη και όταν δεν παρατηρηθεί καμία αστοχία. Δηλαδή τα διαστήματα αυτά δε μας δίνουν καμία αίσθηση του αν το VAR που υπολογίζουμε υπερεκτιμά το VAR⁴. Για το λόγο αυτό είναι καλό να επιλέγεται για τον υπολογισμό του VAR $c=0,05$.

6.4. Μέθοδος υπό συνθήκη αποτυχιών του Christofferson

Η προηγούμενη μέθοδος ελέγχει το ποσοστό αποτυχίας σε ένα πλήθος παρατηρήσεων (πχ. 255). Η μέθοδος αυτή δε μπορεί να εντοπίσει πιθανή μεταβολή του ποσοστού αποτυχίας στη διάρκεια της ελεγχόμενης περιόδου αφού δε λαμβάνει υπόψη της τη χρονική σειρά των παρατηρήσεων. Όμως θα μας ενδιέφερε να γνωρίζουμε, αν υπάρχει, μια μεταβολή του ποσοστού αποτυχίας καθώς αυτό θα σηματοδοτούσε μια αλλαγή στην ποιότητα του VAR που υπολογίζουμε. Τελικά η λογική αντίδραση θα ήταν να εντοπίσουμε τους λόγους αυτής της αλλαγής (πχ. αύξηση της μεταβλητότητας, αλλαγή στη σύνθεση του χαρτοφυλακίου, κλπ.) και να πάρουμε τα κατάλληλα μέτρα.

O Cristofferson (1998) έχει προτείνει έναν έλεγχο που μας δίνει τη δυνατότητα να εντοπίζουμε μεταβολές του ποσοστού αποτυχίας. Ο έλεγχος αυτός βασίζεται στην παραδοχή ότι οι αποτυχίες θα πρέπει να είναι γραμμικά ανεξάρτητες.

Περιγραφή της μεθόδου:

- Κάθε ημέρα θέτουμε έναν δείκτη αποτυχίας σε 1 αν έχουμε αποτυχία (οι ζημιές υπερβαίνουν το VAR) και 0 αλλιώς.
- Υπολογίζουμε τα $N_{ij}=\{\text{πλήθος των ημερών που είχαμε δείκτη αποτυχίας } j \text{ και την προηγούμενη ημέρα είχαμε δείκτη αποτυχίας } i\}$
- Υπολογίζουμε τα $\pi_i=\{\eta \text{ πιθανότητα να έχουμε αποτυχία αν την προηγούμενη ημέρα είχαμε κατάσταση } i\}$

Στη συνέχεια υπολογίζουμε την τιμή του παρακάτω στατιστικού LR_{ind} :

$$LR_{ind} = -2 \ln[(1-\pi)^{N_{00}+N_{10}} \pi^{N_{01}+N_{11}}] + 2 \ln[(1-\pi_0)^{N_{00}} \pi_0^{N_{01}} (1-\pi_1)^{N_{10}} \pi_1^{N_{11}}]$$

Τέλος υπολογίζουμε την τιμή του στατιστικού

$$LR_{cc} = LR_{uc} + LR_{ind}$$

To LR_{cc} ακολουθεί X^2 με δύο βαθμούς ελευθερίας.

⁴ Όταν το VAR υπερεκτιμηθεί αναμένουμε να έχουμε λιγότερες αστοχίες από αυτές που αντιστοιχούν στο c



Θα απορρίπταμε την υπόθεση ότι το ποσοστό αποτυχίας είναι ίσο με c, με επίπεδο σημαντικότας 95%, αν η τιμή του LR_{cc} ήταν μεγαλύτερη του 5,99

6.5. Μέθοδος εκατοστημορίων VAR των Crnkovic-Drachman

Η βασική ιδέα πίσω από τη μέθοδο αυτή είναι να χρησιμοποιούμε τα καθημερινά P&L για να βρίσκουμε με βάση την εκτιμηθείσα κατανομή της απόδοσης του χαρτοφυλακίου μας την πιθανότητα που είχαν να συμβούν.

Περιγραφή της μεθόδου⁵:

- Κάθε ημέρα υπολογίζουμε την κατανομή της απόδοσης του χαρτοφυλακίου μας (αυτό το κάνουμε για να υπολογίσουμε το VAR).
- Χρησιμοποιούμε τα P&L και τη χθεσινή κατανομή της απόδοσης του χαρτοφυλακίου μας για να υπολογίσουμε την πιθανότητα (εκατοστημόριο) τα P&L να ήταν μικρότερα από τα πραγματοποιηθείσα.
- Συλλέγουμε τα εκατοστημόρια.

Αν η μέθοδος πρόβλεψης της κατανομής της απόδοσης του χαρτοφυλακίου μας δουλεύει σωστά τότε τα εκατοστημόρια θα πρέπει:

- Να ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή $U(0,1)$.
- Να είναι ανεξάρτητα μεταξύ τούς.

Οι Crnkovic-Drachman προτείνουν τον έλεγχο του Kuiper για την καλή προσαρμογή στην $U(0,1)$ και το στατιστικό BDS για τον έλεγχο της ανεξαρτησίας.

Τα αποτελέσματα αυτής της μεθόδου αρχίζουν να αλλοιώνονται όταν έχουμε κάνω από 1000 παρατηρήσεις και υπάρχει σοβαρό πρόβλημα με λιγότερες από 500 παρατηρήσεις⁶.

6.6. Έλεγχος εκτιμούμενου διαστήματος του Christoffersen

Η μέθοδος αυτή προτάθηκε το 1991 από τον Christoffersen και είναι μια γενική μέθοδος ελέγχου εκτιμούμενων διαστημάτων⁷. Η μέθοδος αυτή αφενός λαμβάνει υπόψη τις συνθήκες⁸ που χρησιμοποιήθηκαν για την εξαγωγή της πρόβλεψης και αφετέρου δίνει τη δυνατότητα να ξεχωρίσουμε τις συνέπειες των δυναμικών παραγόντων από τις συνέπειες της υπόθεσης για την κατανομή πιθανοτήτων που διέπει τις αποδόσεις. Ετσι αν η πρόβλεψη μας δεν περάσει τον έλεγχο θα ξέρουμε αν αυτό οφειλόταν σε ελλιπή διαχείριση των δυναμικών παραγόντων ή σε λάθος υποθέσεις για την κατανομή πιθανοτήτων που διέπει τις αποδόσεις ή και στα δύο.

6.7. Παραμετρικά μοντέλα

⁵ "Beyond Value At Risk" Kevin Dowd, page 56

⁶ Crnkovic and Drachman, 1995 page 5

⁷ Το VAR είναι μια πρόβλεψη διαστήματος των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου μας με τη μορφή $[VAR, +\infty)$

⁸ πχ. υποθέσεις για τη διασπορά.

Όλοι οι παραπάνω μέθοδοι ελέγχου δεν κάνουν καμία υπόθεση για την κατανομή των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου. Τα παραμετρικά μοντέλα κάνουν την υπόθεση ότι οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου ακολουθούν μια συγκεκριμένη κατανομή. Η πιο απλή περίπτωση είναι η κανονική⁹.

Περιγραφή μεθόδου:

- Υπολογίζουμε την ημερήσια απόδοση ανά μονάδα κινδύνου $\varepsilon_t = r_t / s_t$ (με s_t συμβολίζουμε την εκτιμηθείσα τυπική απόκλιση της κατανομής των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου).
- Υπολογίζουμε τη διασπορά των ε και τη πολλαπλασιάζουμε με το πλήθος των παρατηρήσεων T .

Τότε:

$$V(\varepsilon)T \approx X^2(T)$$

Το γινόμενο της διασποράς των ε με το T ακολουθεί X^2 με T βαθμούς ελευθερίας.

Για μεγάλο πλήθος παρατηρήσεων έχουμε το παρακάτω 95% διάστημα εμπιστοσύνης:

$$1 - 1.96\sqrt{\frac{2}{T}} < V(\varepsilon) < 1 + 1.96\sqrt{\frac{2}{T}}$$

Η μέθοδος αυτή μπορεί να επεκταθεί και σε κατανομές με πιο παχιές ουρές απ' ότι η κανονική κατανομή αρκεί το σ να αρκεί για τη μέτρηση της διασκόρπισης των παρατηρήσεων¹⁰.

Το καλό με τη μέθοδο αυτή είναι ότι έχει πολύ μικρό σφάλμα τύπου 2.

6.8. Έλεγχος εκτιμούμενης πιθανότητας του Lopez

Το πρόβλημα με τις παραπάνω μεθόδους είναι ότι έχουν μεγάλο σφάλμα τύπου 2 ιδίως όταν το δείγμα είναι μικρό. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι μέθοδοι αυτοί είναι στατιστικοί μέθοδοι. Ο Lopez (1996) πρότεινε μια μη στατιστική μέθοδο ελέγχου. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή κατασκευάζουμε μια συνάρτηση ζημιάς (loss function) και χρησιμοποιούμε αυτή τη συνάρτηση για να μετρήσουμε την απόδοση του μοντέλου μας.

Περιγραφή μεθόδου:

- Κάθε ημέρα συλλέγουμε την πιθανότητα r_t να έχουμε υπέρβαση του VAR (δηλαδή 1- το επίπεδο εμπιστοσύνης)..

⁹ Για μεγάλα χαρτοφυλάκια με μεγάλη διαφοροποίηση αυτό φαίνεται να είναι αληθές “Value at Risk” Jorion, Mc Graw Hill second edition page 144

¹⁰ “Value at Risk” Jorion, Mc Graw Hill second edition page 143

- Υπολογίζουμε έναν δείκτη I_t θέτοντας 1 όταν έχουμε υπέρβαση του VAR και 0 αλλιώς.
- Ορίζουμε μια συνάρτηση ζημίας (loss function) F .
- Χρησιμοποιούμε τα $1 - p_t$ και I_t για τον υπολογισμό της τιμής της F .
- Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της F τόσο χειρότερο είναι το μοντέλο μας.

O Lopez χρησιμοποιεί την παρακάτω συνάρτηση¹¹:

$$QPS = 2 \sum_{t=1}^T \frac{(p_t - I_t)^2}{T}$$

$T \rightarrow$ πλήθος των παρατηρήσεων

6.9. Ελεγκτικές αρχές και Backtesting

Οι ελεγκτικές αρχές επιβάλουν στα χρηματοπιστωτικά ίδρυματα που υπολογίζουν την κεφαλαιακή τους επάρκεια με βάση το VAR να ελέγχουν την ορθότητα των μοντέλων υπολογισμού του VAR.

Όταν το μοντέλο υπολογισμού του VAR αποδειχτεί αναξιόπιστο τότε οι ελεγκτικές αρχές επιβάλουν τη διόρθωση του μοντέλου. Η επιβολή της διόρθωσης γίνεται εμμέσως μέσα από τη σταδιακή αύξηση του πολλαπλασιαστικού συντελεστή K .

Πιο συγκεκριμένα η επιτροπή της Βασιλείας επιβάλει για τον έλεγχο των μοντέλων υπολογισμού του VAR να χρησιμοποιούνται τα P&L ενός έτους. Η μέθοδος που ακολουθείται είναι βασισμένη στο ποσοστό αποτυχίας. Η διαδικασία περιγράφεται ως εξής:

- Κάθε ημέρα καταγράφονται τα P&L.
- Αν οι ζημίες $>$ VAR, τότε έχουμε αποτυχία.
- Το χρηματοπιστωτικό ίδρυμα κατατάσσεται με βάση τον πίνακα 6-3.

ΖΩΝΕΣ ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΥ ΤΗΣ ΠΟΙΝΗΣ (ΑΥΞΗΣΗ K) – ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΒΑΣΙΛΕΙΑΣ		
Ζώνη	Πλήθος αποτυχιών	Αύξηση K
Πράσινη	0 μέχρι 4	0
Κίτρινη	5	0,4
	6	0,5
	7	0,65
	8	0,75
	9	0,85
Κόκκινη	10+	1,00

Πίνακας 6-3

Όταν το πλήθος των αποτυχιών κατατάσσει το χρηματοπιστωτικό ίδρυμα στη κίτρινη ζώνη είναι στη διακριτική ευχέρεια των ελεγκτικών αρχών αν θα

¹¹ Quadratic Probability Scope

επιβάλουν τη ποινή (αύξηση του Κ). Όταν το χρηματοπιστωτικό ίδρυμα είναι στη κόκκινη ζώνη η επιβολή της ποινής είναι επιβεβλημένη.

Η επιτροπή της Βασιλείας κατατάσσει τις αποτυχίες σε τέσσερις κατηγορίες:

- **Βασική αξιοπιστία του μοντέλου.** Η αποτυχία συνέβη επειδή οι θέσεις δεν αναφέρθηκαν σωστά ή υπάρχει λάθος σε πρόγραμμα.
 - **Η ακρίβεια του μοντέλου μπορεί να βελτιωθεί.** Η αποτυχία συνέβη επειδή το μοντέλο δε μετράει τον κίνδυνο με αρκετή ακρίβεια.
 - **Ενδωημερήσιες κινήσεις.** Άλλαξαν οι θέσεις μέσα στην ημέρα.
 - **Κακοτυχία.** Οι αγορές ήταν ιδιαιτέρως ευμετάβλητες οι ή συνδιασπορές άλλαξαν.

Όταν οι ελεγκτικές αρχές εντοπίζουν το είδος της αποτυχίας σε μία από τις δύο πρώτες κατηγορίες τότε η ποινή πρέπει να επιβάλλεται. Στην τρίτη περίπτωση οι ελεγκτικές αρχές πρέπει να το σκεφτούν αν θα επιβάλλουν την ποινή. Τέλος οι αποτυχίες που ανήκουν στην τέταρτη κατηγορία μπορούν να εξαιρεθούν αν θεωρηθεί ότι είναι προϊόν μη προβλέψιμης ανωμαλίας (ξαφνική αύξηση των επιτοκίων, φυσική καταστροφή, πολιτική ανωμαλία, κλπ.).



7. Η νέα τάση

7.1. CAViaR

Οι Robert F. Engle και Simone Manganelli το 1999¹ παρουσίασαν μία νέα μέθοδο εκτίμησης του VAR. Τη νέα αυτή μέθοδο την ονόμασαν CAViaR, Conditional Autoregressive VAR.

Οι κλασικές μέθοδοι υπολογισμού του VAR συνίστανται σε τρία βήματα:

- Αποτίμηση χαρτοφυλακίου.
- Εκτίμηση της κατανομής των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου.
- Υπολογισμός του VAR με βάση την εκτιμούμενη κατανομή αποδόσεων του χαρτοφυλακίου.

Η βασική διαφοροποίηση των κλασικών μεθόδων υπολογισμού του VAR εντοπίζεται στο δεύτερο βήμα, δηλαδή στον τρόπο εκτίμησης της κατανομής των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου.

Η μέθοδος CAViaR προτείνει απευθείας τον υπολογισμό του VAR στο επίπεδο εμπιστοσύνης που επιθυμούμε αντί για τον υπολογισμό της κατανομής των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου.

Ο υπολογισμός του VAR γίνεται με τη βοήθεια μιας συνάρτησης. Ο τύπος της συνάρτησης αυτής προσδιορίζεται με εμπειρικό τρόπο. Το βασικό σημείο που θα πρέπει να έχουμε υπόψη μας είναι το εμπειρικό γεγονός ότι οι διασπορές των αποδόσεων τείνουν να ομαδοποιούνται (cluster) μέσα στο χρόνο, δηλαδή ότι οι αποδόσεις τείνουν να είναι αυτοσυσχετιζόμενες. Άρα το VAR που σχετίζεται άμεσα με την κατανομή των αποδόσεων θα πρέπει να είναι και αυτό αυτοσυσχετιζόμενο. Για το λόγο αυτό προτείνεται ένας δεσμευμένος αυτοπαλιδρομούμενος προσδιορισμός (conditional autoregressive quantile) του VAR ενός συγκεκριμένου επιπέδου εμπιστοσύνης, που καλείται Conditional Autoregressive Value at Risk (CAViaR).).

Ο γενικός τύπος του CAViaR είναι:

$$VAR_t = f(x_t, \beta_\theta) = \beta_0 + \sum_{i=1}^p \beta_i VAR_{t-i} + l(\beta_{p+1}, \dots, \beta_{p+q}; \Omega_{t-1})$$

$\Omega_{t-1} \rightarrow$ το σύνολο των πληροφοριών που είναι γνωστές τη χρονική στιγμή t.

Στην πράξη ο παραπάνω γενικός τύπος μπορεί να απλοποιηθεί σε ένα μοντέλο πρώτου βαθμού:

$$VAR_t = \beta_0 + \beta_1 VAR_{t-1} + l(\beta_2, y_{t-1}, VAR_{t-1})$$

$y_{t-1} \rightarrow$ η απόδοση του χαρτοφυλακίου που αντιστοιχούσε στο VAR_{t-1} .

¹ "CAViaR: Conditional Value At Risk By Quantile Regression", Robert F. Engle and Simone Manganelli, National Bureau Of Economics Research, Inc., Working Paper Series, Working Paper 7341

Ο αυτοπαλινδρομούμενος όρος $\beta_1 VAR_{t-1}$ εξασφαλίζει ότι το VAR μεταβάλλεται ομαλά με το πέρασμα του χρόνου.

Ο ρόλος του $I(\beta_2, y_{t-1}, VAR_{t-1})$ εξασφαλίζει τη σύνδεση του VAR_t με το y_{t-1} . Δηλαδή μετράει πόσο πολύ πρέπει να μεταβληθεί το VAR με βάση την απόδοση y . Θα περιμέναμε το VAR να αυξάνει όταν το y είναι πολύ αρνητικό, καθώς μια πολύ κακή ημέρα αυξάνει την πιθανότητα μιας ακόμη κακής ημέρας. Ακόμη μια πολύ μεγάλη απόδοση θα αύξανε το VAR σε αντιστοιχία με τα μοντέλα που βασίζονται στη διασπορά.

Οι Engle και Manganelli δοκιμάζουν 6 συναρτήσεις CAViaR:

Adaptive:

$$VAR_t = VAR_{t-1} + \beta[I(y_{t-1} \leq VAR_{t-1}) - \theta]$$

Proportional Symmetric Adaptive:

$$VAR_t = VAR_{t-1} + \beta_1 \max(|y_{t-1}| - VAR_{t-1}, 0) - \beta_2 \min(|y_{t-1}| - VAR_{t-1}, 0)$$

Symmetric Absolute Value:

$$VAR_t = \beta_0 + \beta_1 VAR_{t-1} + \beta_2 |y_{t-1}|$$

Asymmetric Absolute Value:

$$VAR_t = \beta_0 + \beta_1 VAR_{t-1} + \beta_2 |y_{t-1} - \beta_3|$$

Asymmetric Slope:

$$VAR_t = \beta_0 + \beta_1 VAR_{t-1} + \beta_2 \max(y_{t-1}, 0) - \beta_3 \min(y_{t-1}, 0)$$

Indirect GARCH(1,1):

$$VAR_t = (\beta_1 + \beta_2 VAR_{t-1}^2 + \beta_3 y_{t-1}^2)^{1/2}$$

Στη συνέχεια χρησιμοποιούν Regression Quantile μοντέλα και βρίσκουν ότι οι παράμετροι β είναι η λύση της:

$$\max_{\beta_\theta} \frac{\sum_{t=1}^n \{[I(y_t < f(x_t, \beta_\theta)) - \theta][y_t - f(x_t, \beta_\theta)]\}}{n}$$

Την εύρεση των β που μεγιστοποιούν την παραπάνω συνάρτηση τα υπολογίζουν με τη χρήση ενός γενετικού αλγορίθμου, του Differential Evolutionary Genetic Algorithm των Price and Storn (1997).

Τον έλεγχο της υπόθεσης ότι τα $\beta=0$ των κάνουν με τη χρήση των στατιστικών LM και Wald².

Τέλος για τον έλεγχο του μοντέλου ορίζουν τη συνάρτηση:

$$Hit_{\alpha} \equiv I(y_t < -VAR_t) - \theta$$

Στη συνέχεια τρέχουν την παλινδρόμηση:

$$Hit_t = \delta_0 + \delta_1 Hit_{t-1} + \cdots + \delta_p Hit_{p-1} + \delta_{p+1} VAR_t + \delta_{p+2} I_{year1,t} + \cdots \delta_{p+l+n} I_{yearn,t} + u_t$$

Και με μορφή πινάκων:

$$Hit_t = X\delta + u_t \quad ut = \begin{cases} -\theta & prob(1-\theta) \\ (1-\theta) & prob\theta \end{cases}$$

Για να είναι καλό το μοντέλο μας θα πρέπει το Hit_t να μην εξαρτάται από καμία από αυτές τις παραμέτρους άρα θα πρέπει να αποδεχτούμε την υπόθεση $\delta=0$.

Ο έλεγχος της υπόθεσης $\delta=0$ γίνεται με τη βοήθεια του Dynamic Quantile:

$$\frac{\hat{\delta}_{OLS}' X' X \hat{\delta}_{OLS}}{\theta(1-\theta)} \sim X^2(p+n+2)$$

Για να ελέγξουν τη μέθοδο προσδιορισμού των β (για υπολογισμό του VAR σε επίπεδα εμπιστοσύνης 0.1%, 1%, 5% και 25%) έκαναν Monte Carlo προσομοίωση³ που έβγαλε αρκετά καλά αποτελέσματα εκτός από την περίπτωση του επίπεδου εμπιστοσύνης 0.1%.

Τέλος χρησιμοποίησαν 3392 ημερήσιες παρατηρήσεις για την General Motors, την IBM και τον S&P 500 για να δοκιμάσουν τη μέθοδο. Χρησιμοποίησαν 2892 παρατηρήσεις για την εκτίμηση των παραμέτρων των μοντέλων CAViaR για επίπεδα εμπιστοσύνης 0.1%, 1%, 5% και 25%. Τις υπόλοιπες 500 παρατηρήσεις τις χρησιμοποίησαν για Backtesting. Τα αποτελέσματα έδειξαν πως όλες οι

$$W_n = \frac{n}{\theta(1-\theta)} [\hat{g}(0)]^2 (R\hat{\beta}_\theta - r)[R\hat{C}_n^{-1} A_n \hat{C}_n^{-1} R']^{-1} (R\hat{\beta}_\theta - r) \sim X^2 q$$

$$LM_n = d_n(\tilde{\beta}_\theta)' \tilde{C}_n^{-1} R'[R\tilde{C}_n^{-1} \tilde{A}_n \tilde{C}_n^{-1} R']^{-1} R\tilde{C}_n^{-1} d_n(\tilde{\beta}_\theta) \sim X^2 q$$

$$\hat{A}_n = n^{-1} \sum \nabla f_t(\hat{\beta}_\theta)' \nabla f_t(\hat{\beta}_\theta)$$

$$\hat{C}_n = n^{-1} \sum [f(x_t, \hat{\beta}_\theta)]^{-1} \nabla f_t(\hat{\beta}_\theta)' \nabla f_t(\hat{\beta}_\theta)$$

$$d_n(\tilde{\beta}_\theta) = n^{-1/2} \sum \nabla f_t(\hat{\beta}_\theta)' H f_t(\hat{\beta}_\theta)$$

³ 1000 δείγματα των 3000 παρατηρήσεων με τη χρήση GARCH(1,1) και παραμέτρους (0.3, 0.05, 0.9)

συναρτήσεις CAViaR με εξαίρεση τις Adaptive και Proportional Symmetric Adaptive συμπεριφέρονται πολύ καλά ακόμα και στη μεγάλη πτώση του 1987.

7.2. Μέθοδος Extreme Value

Η μέθοδος αυτή παρουσιάστηκε το 1997 από τον Francois M Longin⁴. Βασίζεται στις ακραίες αρνητικές αποδόσεις του χαρτοφυλακίου που οφείλονται είτε σε ακραίες κινήσεις των τιμών λόγω διόρθωσης των αγορών είτε σε κατάρρευση του συστήματος. Το ενδιαφέρον με τις ακραίες τιμές είναι ότι η κατανομή τους δεν εξαρτάται από την κατανομή των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου. Έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε το VAR του χαρτοφυλακίου χωρίς να χρειάζεται να υπολογίσουμε την κατανομή των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου.

Η διαδικασία υπολογισμού του VAR χαρτοφυλακίου με τη μέθοδο Extreme Value συνίσταται στα παρακάτω βήματα:

1. Επιλέγουμε τη συχνότητα των αποδόσεων f που θα χρησιμοποιήσουμε πχ. ημερήσιες.
2. Κατασκευάζουμε την ιστορική χρονοσειρά των αποδόσεων R_t με $t=1,2,\dots,N^{obs}$.
3. Επιλέγουμε την περίοδο επιλογής των ελαχίστων αποδόσεων T ($T=nf$).
4. Βρίσκουμε τις ελάχιστες αποδόσεις Z_n . χωρίζουμε τη χρονοσειρά των αποδόσεων σε διαδοχικά διαστήματα μήκους n. τότε $Z_{n,j} = \text{minimal}(R_{n*(j-1)+1}, R_{n*(j-1)+2}, \dots, R_{n*j})$. Το πλήθος των Z_n είναι $N=[N^{obs}/n]$
5. Υπολογίζουμε τις παραμέτρους της ασυμπτωτικής κατανομής $F_{Z_n}^{asympt}$ των ελαχίστων⁵. Οι τρεις παράμετροι α_n , β_n , τ και θ υπολογίζονται με μεθόδους μέγιστης πιθανοφάνειας. Σε περίπτωση που τα δεδομένα μας δεν παρουσιάζουν ισχυρή συσχέτιση η παράμετρος θ μπορεί να θεωρηθεί ίση με τη μονάδα.
6. Έλεγχος καλής προσαρμογής της $F_{Z_n}^{asympt}$. Για το έλεγχο χρησιμοποιούμε μια δοκιμασία⁶ που αναπτύχθηκε από τον Sherman (1957) και προτείνεται από τον Gumbel (1958). Αν η $F_{Z_n}^{asympt}$ δεν περάσει τη δοκιμασία επιστρέφουμε στο βήμα 3 και επιλέγουμε πιο μεγάλο T.
7. Επιλέγουμε την τιμή της πιθανότητας p^{ext} μια ελάχιστη απόδοση να μην υπερβαίνει το VAR. η πιθανότητα p^{ext} συνδέεται με το επίπεδο σημαντικότητας p με τη σχέση $p^{ext} = (p^n)^{\theta}$ με $\theta=1$ όταν δεν έχουμε ισχυρή συσχέτιση των $Z_{n,j}$.
8. Υπολογίζουμε το VAR με τη χρήση της σχέσης:

⁴ "From Value At Risk to stress testing: the Extreme Value approach", Center for Economic Policy Research, Discussion Paper Series No. 2161

$$F_{Z_n}^{asympt}(Z) = 1 - \exp\{-1(1 + tZ)^{\tau}\}$$
$$Z = \frac{(Z_n - \beta_n)}{\alpha_n}$$

⁵ Η δοκιμασία χρησιμοποιεί τη σειρά των ταξινομημένων ελαχίστων αποδόσεων που συμβολίζονται με (Z_n') : $Z_{n,1}' \leq Z_{n,2}' \leq \dots \leq Z_{n,N}'$. Το στατιστικό ελέγχου είναι το:

$$\Omega_N = \frac{1}{2} \left| F_{Z_n}^{asympt}(Z_{n,i+1}) - F_{Z_n}^{asympt}(Z_{n,j}') \right| - \frac{1}{N+1}, \text{ με } F_{Z_n}^{asympt}(Z_{n,0}') = 0 \text{ και } F_{Z_n}^{asympt}(Z_{n,N+1}') = 1$$

με Ω_n να ακολουθεί την $N((N/(N+1))^{N+1}, (2e-5)/(e^2 N))$.

Χρηματοοικονομικό δεδομένα από την Ιανουάριο του 1962 μέχρι το Δεκέμβριο του 1993. Τα αποτελούμενα δεδομένα είναι παρακάτω:

$$p^{ext} = 1 - F_{Z_n}^{asympt}(-VAR) = \exp\left[-\left(1 + \tau\left(\frac{-VAR - \beta_n}{\alpha_n}\right)\right)^{\frac{1}{\tau}}\right] \Rightarrow VAR = -\beta_n + \frac{\alpha_n}{\tau}\left[1 - \left(-\ln(p^{ext})\right)^{\tau}\right]$$

7.2.1. Μέθοδος Extreme Value με χρήση παραγόντων κινδύνου

Όταν το χαρτοφυλάκιο μας αναλυθεί με βάση παράγοντες κινδύνου τότε το VAR δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$VAR = \sqrt{\sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \rho_{ij} w_i w_j VAR_i VAR_j}$$

$w_j \rightarrow$ τα βάρη των παραγόντων κινδύνου.

$\rho_{ij} \rightarrow$ το correlation μεταξύ των ακραίων αποδόσεων των παραγόντων κινδύνου i και j.

$VAR_j \rightarrow$ το VAR του j παράγοντα κινδύνου.

Προσοχή πρέπει να δοθεί στην επιλογή των ακραίων τιμών. Για τους παράγοντες που το w_j είναι θετικό επιλέγουμε τις ελάχιστες αποδόσεις ενώ για παράγοντες που το w_j είναι αρνητικό επιλέγουμε τις μέγιστες αποδόσεις.

7.2.2. Μέθοδος Extreme Value για παράγωγα

Όταν θέλουμε να υπολογίσουμε το VAR ενός παραγώγου θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε δεδομένα για τα οποία ισχύει η υπόθεση της ουδετερότητας κινδύνου (risk neutrality) που είναι απαραίτητη για τον υπολογισμό της τιμής ενός παραγώγου με βάση την φόρμουλα Black_Scholes.

Η risk-neutral ασυμπτωτική κατανομή των ακραίων αποδόσεων διαφέρει από την ιστορική (που εμείς μπορούμε να υπολογίσουμε) μόνο ως προς την παράμετρο β_n .

Συγκεκριμένα για τον υπολογισμό της $F_{Z_n}^{asympt}$ δουλεύουμε όπως προηγουμένως και στο τέλος αλλάζουμε την παράμετρο β_n με την $\beta_n^* = \beta_n - (\mu - r^0)$ με $\mu = \eta$ αναμενόμενη απόδοση και $r^0 =$ το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο για την περίοδο f.

7.2.3. Απόδοση της μεθόδου Extreme Value

Ο Longin υπολόγισε το VAR του δείκτη S&P 500 για επίπεδα εμπιστοσύνης 50%, 95% και 99%, για 1 ημέρα και για 10 ημέρες με τη χρήση των παρακάτω μεθόδων:

Ιστορική προσομοίωση.

Delta-Normal.

GARCH(1,1).

EWMA με τις παραμέτρους του RiskMetrics.

Extreme Value.

Χρησιμοποίησε δεδομένα από τον Ιανουάριο του 1962 μέχρι το Δεκέμβριο του 1993. Τα αποτελέσματα έδειξαν τα παρακάτω:

- Η μέθοδος Extreme Value δίνει πολύ καλές εκτιμήσεις του VAR σε σχέση με την ιστορική προσομοίωση σε επίπεδα σημαντικότητας 50% και 95% πράγμα που υποδηλώνει ότι η μέθοδος δουλεύει σωστά. Επιπλέον με την Extreme Value μέθοδο μπορούμε να υπολογίσουμε και το VAR σε επίπεδα σημαντικότητας 99% πράγμα που δεν είναι εφικτό με την ιστορική προσομοίωση. Άρα η Extreme Value μπορεί να αντικαταστήσει την ιστορική προσομοίωση.
- Η μεγάλη απόκλιση της Delta-Normal από την ιστορική προσομοίωση σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95% ανέδειξε τον κίνδυνο μοντέλου που διατρέχουμε όταν κάνουμε υποθέσεις για την κατανομή των αποδόσεων. Η Extreme Value μέθοδος δεν κάνει καμία υπόθεση για την κατανομή των αποδόσεων και άρα ο κίνδυνος μοντέλου περιορίζεται αισθητά.
- Οι μικρές τιμές για το VAR που υπολογίζονται με τις μεθόδους GARCH(1,1) και EWMA οφείλονται κύρια στη φύση των μεθόδων αυτών, οι οποίες σταθμίζουν τα δεδομένα δίνοντας μεγαλύτερη βαρύτητα στις νεώτερες παρατηρήσεις. Με τις μεθόδους αυτές διατρέχουμε κίνδυνο να έχουμε μεγάλη υπέρβαση του VAR σε περίοδο κρίσης. Η μέθοδος Extreme Value επικεντρώνεται στις ακραίες τιμές άρα το VAR που εκτιμά καλύπτει και περιόδους κρίσεων.

Ένα πρόβλημα δημιουργείται όταν χρειάζεται να υπολογίσουμε την κεφαλαιακή επάρκεια με βάση τους κανόνες της επιτροπής της Βασιλείας⁷. Ο Longin υπολόγισε ότι για μια θετική θέση στο S&P 500 αξίας \$100 η κεφαλαιακή επάρκεια με τη μέθοδο Extreme Value είναι \$21.84 ενώ η κεφαλαιακή επάρκεια χωρίς τη χρήση του VAR είναι 12% δηλαδή \$12.

4.1. Bank capital and Value at Risk

$$^7 C_t = \text{Max} \left(VAR_{t-1}, (M + m) \frac{1}{60} \sum_{j=1}^{60} VAR_{t-j} \right)$$

C_t → κεφαλαιακή επάρκεια

M → 3

m → από 0 έως 1

8. Συγκριτικές μελέτες

Έχουμε δει πως μπορούμε να υπολογίσουμε το VAR χαρτοφυλακίου με τη βοήθεια των τριών κλασσικών μεθόδων:

1. Μέθοδος Variance/Covariance
2. Ιστορική προσομοίωση
3. Προσομοίωση Monte Carlo

Ακόμη έχουμε δει πως μπορούμε να υπολογίσουμε το VAR χαρτοφυλακίου με τη βοήθεια δύο πιο εξηγητημένων μεθόδων των:

1. CAViAR
2. Extreme Value Theory

Έχουμε ήδη αναφερθεί στα υπέρ και τα κατά των μεθόδων κυρίως σε θεωρητικό επίπεδο όμως το εύλογο ερώτημα που γεννάται είναι ποια από τις μεθόδους είναι η αποδοτικότερη και πώς ποιες είναι οι προσφορότερες τιμές των παραμέτρων (επίπεδο εμπιστοσύνης, πλήθος ιστορικών στοιχείων, τρόπος υπολογισμού της μεταβλητότητας και των συσχετίσεων, , κλπ.) , ανεξαρτήτως μεθόδου, που επηρεάζουν τον υπολογισμό του VAR.

Απάντηση σε αυτά τα ερωτήματα θα προσπαθήσουμε να δώσουμε σ' αυτό το τελευταίο κεφάλαιο της μελέτης μας βασιζόμενοι κύρια στις παρακάτω μελέτες:

1. "Bank capital and Value at Risk", Patricia Jackson, David J. Maude, William Perraudin, Bank of England 1998.
2. "Evaluating Predictive Performance of Value-at-Risk Models in Emerging Markets: A Reality Check", Tae-Hwy Lee, Burak Sarltooglou, January 2001.

8.1. Bank capital and Value at Risk

Η μελέτη αυτή εξετάζει την εμπειρική απόδοση διαφορετικών VAR μοντέλων χρησιμοποιώντας πραγματικά δεδομένα (θέσεις σε προϊόντα σταθερού εισοδήματος, συναλλάγματος και μετοχών) μιας μεγάλης τράπεζας.

Αναλυτικότερα στη μελέτη εξετάζονται:

1. Η συγκριτική απόδοση του υπολογισμού του VAR με τη χρήση δύο μεθόδων:
 - Variance/Covariance (με υπόθεση κανονικότητας των αποδόσεων)
 - Ιστορική προσομοίωση
2. Η επίδραση του πλήθους των ιστορικών στοιχείων (window length) στον υπολογισμό του VAR.
3. Η επίδραση της χρήσης στάθμισης των ιστορικών στοιχείων (weighting factors) στον υπολογισμό της μεταβλητότητας.
4. Πρέπει να χρησιμοποιείται η δειγματική μέση τιμή για τον υπολογισμό του σήμερα πρέπει να θεωρείται η μέση τιμή των αποδόσεων 0;
5. Η ικανότητα της μεθόδου Variance/Covariance να παρακολουθεί την χρονολογική εξέλιξη του στης επιτρέπει να δίνει καλύτερα αποτελέσματα σε περιόδους κρίσεων;
6. Είναι κατάλληλος ο τρόπος υπολογισμού της κεφαλαιακής επάρκειας με τη χρήση του VAR, όπως ορίζεται από την Επιτροπή της Βασιλείας;

7. Είναι κατάλληλες οι διαδικασίες backtesting που ορίζονται από την Επιτροπή της Βασιλείας;

Για τους σκοπούς της μελέτης χρησιμοποιούνται 4 διαφορετικά χαρτοφυλάκια που αντιστοιχούν στα χαρτοφυλάκια που είχε η τράπεζα τέσσερις διαφορετικές χρονικές στιγμές (τα τρία πρώτα είναι διαδοχικών μηνών). Τα χαρτοφυλάκια αυτά περιέχουν προϊόντα σταθερού εισοδήματος, συνάλλαγμα και το τέταρτο περιέχει και μετοχές. Τα προϊόντα σταθερού εισοδήματος είναι κρατικά ομόλογα 5 χωρών (Ηνωμένο Βασίλειο, ΗΠΑ, Ιαπωνία, Γερμανία και Γαλλία) και χωρίζονται σε 4 κατηγορίες σε σχέση με τη λήξη (3-12 μήνες, 2-5 χρόνια, 6-10 χρόνια, 11+ χρόνια). Το συνάλλαγμα και οι μετοχές αναφέρονται για τις ίδιες χώρες. Τα χαρτοφυλάκια αυτά με βάση τα στοιχεία που ήταν στη διάθεση των ερευνητών θεωρούνται αντιπροσωπευτικά. Ο λόγος που επιλέγηκαν τα χαρτοφυλάκια αυτά αντί τυχαία δημιουργημένων χαρτοφυλακίων είναι το γεγονός ότι το πρότυπο των εκθέσεων στους κινδύνους κατά μήκος της καμπύλης αποδόσεων και ανάμεσα στις αγορές, των χαρτοφυλακίων αυτών, είναι πραγματικό.

Οι αποδόσεις που χρησιμοποιήθηκαν για τη μελέτη είναι οι αποδόσεις των ομολόγων μηδενικού τοκομεριδίου (zero-coupon bonds) για 14 κατηγορίες λήξεων (<3 μηνών, 3-6 μηνών, 6-9 μηνών, 9-12 μηνών, 1-2 ετών, 2-3 ετών, 3-4 ετών, 4-5 ετών, 5-6 ετών, 6-7 ετών, 7-8 ετών, 8-9 ετών, 9-10 ετών, 11+ ετών), οι αποδόσεις των παρακάτω δεικτών χρηματιστηρίου:

- French CAC-40
- British FT-All Share
- German DAX
- US S&P Composite
- Japanese Nikkei-225

και οι τιμές του συναλλάγματος από τον Ιούλιο του 1987 μέχρι τον Απρίλιο του 1995.

Επίδραση του πλήθους των ιστορικών στοιχείων

Υπολογίζουν το σ χρησιμοποιώντας στοιχεία 3 μηνών, 6 μηνών, 12 μηνών και 24 μηνών.

Για τη μέτρηση της απόδοσης των προβλέψεων οι ερευνητές χρησιμοποιούν το απόλυτο λάθος πρόβλεψης που ορίζεται από τον τύπο:

$$\left| r_t - \bar{r}_t \right| - \hat{\sigma}_t$$

Στη συνέχεια υπολογίζουν το μέσο απόλυτο σφάλμα πρόβλεψης για κάθε χαρτοφυλάκιο και για κάθε περίοδο (3, 6, 12 και 24 μηνών), τα τυπικά λάθη και τα t-statistics για τη σύγκριση με το μικρότερο μέσο απολύτου σφάλματος πρόβλεψης¹ για κάθε χαρτοφυλάκιο.

Ακόμη χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Variance/Covariance υπολογίζουν του ημερήσιου VAR για διάστημα εμπιστοσύνης 99%.

¹ Τόσο το τυπικό σφάλμα όσο και το t-statistic υπολογίζονται με τη χρήση της τεχνικής Newey και West (1987)

Τα t-statistics δείχνουν ότι δεν υπάρχει στατιστική διαφορά μεταξύ των μέσων απόλυτων σφαλμάτων πρόβλεψης για τις διαφορετικές περιόδους. Όμως τα VAR που υπολογίστηκαν έδειξαν ότι μια μεγαλύτερη περίοδο ιστορικών δεδομένων βοηθάει στη μείωση της μεροληψίας της πιθανότητας της ουράς (tail probability bias).

Στάθμιση των ιστορικών στοιχείων

Για τη στάθμιση των ιστορικών στοιχείων χρησιμοποίησαν τον παρακάτω τύπο υπολογισμού του σ:

$$\hat{\sigma}_t^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{i=0}^{T-1} \lambda_i (r_{t-T+i} - \bar{r}_t)^2$$

$$\bar{r}_t = \frac{\sum_{j=0}^{T-1} r_{t-T+j}}{T}$$

$$\lambda_i = T \frac{1-\lambda}{1-\lambda^{T-1}} \lambda^i$$

Θέτοντας το λ ίσο με 0,97 και με 0,94 αλλά και χωρίς καθόλου βάρη και με τη μέση τιμή ίση με 0 υπολογίσαν τα ίδια στοιχεία όπως προηγουμένως για κάθε χαρτοφυλάκιο.

Τα αποτελέσματα έδειξαν και πάλι ότι η πρόβλεψη του σ δεν επηρεάζεται σε μεγάλο βαθμό από τη μέθοδο που ακολουθείται παρόλο που τα γρήγορα μειούμενα βάρη ($\lambda=0,94$) αποδίδουν λίγο καλύτερα και για τα 4 χαρτοφυλάκια και δίνουν μια στατιστικά σημαντικά βελτίωση της ακρίβειας πρόβλεψης για το τέταρτο χαρτοφυλάκιο.

Είναι προφανές ότι τα σχήματα στάθμισης με γρήγορα μειούμενα βάρη αυξάνουν την μεροληψία στον υπολογισμό της πιθανότητας ουράς. Όπως και στη περίπτωση του πλήθους των δεδομένων αυτό είναι το τίμημα των μεθόδων που προσπαθούν να συλλάβουν τις αλλαγές του στο πέρασμα του χρόνου.

Σύγκριση των μεθόδων Variance/Covariance και Ιστορική προσομοίωση

Υπολογίσθηκε το VAR 10 ημερών και το ημερήσιο για διάστημα εμπιστοσύνης 99% και για με πλήθος ιστορικών στοιχείων (3, 6, 12 και 24 μηνών).

Για τη μέθοδο Variance/Covariance υπολογίσθηκε το ημερήσιο VAR το οποίο μετατράπηκε σε VAR 10 ημερών (πολλαπλασιάζοντας με τη τετραγωνική ρίζα του 10) στη συνέχεια υπολογίσθηκε το ποσοστό των παρατηρήσεων που ήταν εκτός ορίων πρόβλεψης του VAR. Για τον υπολογισμό του ημερήσιου VAR χρησιμοποιήθηκαν οι ημερήσιες αποδόσεις των χαρτοφυλακίων και πάλι υπολογίσθηκε το ποσοστό των παρατηρήσεων που ήταν εκτός ορίων πρόβλεψης.

Για τον υπολογισμό του VAR 10 ημερών με τη μέθοδο της ιστορικής προσομοίωσης χρησιμοποιήθηκαν οι αποδόσεις 10 ήμερων των χαρτοφυλακίων και στη συνέχεια υπολογίσθηκε το ποσοστό των παρατηρήσεων που ήταν εκτός ορίων πρόβλεψης του VAR. Για τον υπολογισμό του ημερήσιου VAR χρησιμοποιήθηκαν οι ημερήσιες αποδόσεις των χαρτοφυλακίων και πάλι υπολογίσθηκε το ποσοστό των παρατηρήσεων που ήταν εκτός ορίων πρόβλεψης.

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η ιστορική προσομοίωση δίνει πιο ακριβή αποτελέσματα σε 15 από τις 16 περιπτώσεις που αφορούν ημερήσια VAR αποδεικνύοντας τη μη κανονικότητα των αποδόσεων των χαρτοφυλακίων. Στις περιπτώσεις που αφορούν VAR 10 ημερών η μέθοδος Variance/Covariance δίνει πιο ακριβή αποτελέσματα και στις 16 περιπτώσεις αυτό σχετίζεται με το γεγονός ότι το πλήθος των ιστορικών στοιχείων, ακόμη και 24 μηνών, είναι μικρό για τον υπολογισμό αποδόσεων 10 ημερών.

Δειγματική μέση τιμή ή μέση τιμή των αποδόσεων 0

Υπολογίσθηκε το σ και για τα 4 χαρτοφυλάκια με τη χρήση ιστορικών στοιχείων 24 μηνών και με ίσα βάρη, τόσο χρησιμοποιώντας δειγματική μέση τιμή όσο και με μέση τιμή ίση με το 0.

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά στους δύο τρόπους υπολογισμού.

Περίοδοι κρίσεων

Για να μπορέσουν να διαπιστώσουν εάν η μέθοδος Variance/Covariance δίνει καλύτερα αποτελέσματα από την ιστορική προσομοίωση σε περιόδους κρίσεων χωρίσαν τα δεδομένα τους σε περιόδους 6 μηνών και βρήκαν για κάθε χαρτοφυλάκιο την ημέρα με τις μεγαλύτερες ζημιές για κάθε περίοδο.

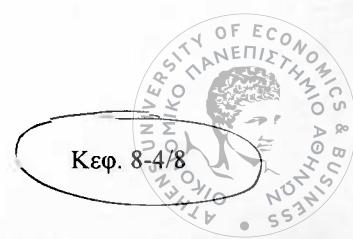
Στη συνέχεια υπολόγισαν τη διαφορά του VAR ημερήσιου που είχε υπολογιστεί με τις δύο μεθόδους και της πραγματικής ζημίας για τις ημέρες αυτές και για όλα τα χαρτοφυλάκια.

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η ιστορική μέθοδος έδωσε VAR μικρότερο από τη ζημία σε 22 περιπτώσεις ενώ η μέθοδος Variance/Covariance (ίσα βάρη, 24-μήνες) σε 29 περιπτώσεις από τις 48. Όποτε είχαμε υποεκτίμηση με την ιστορική μέθοδο είχαμε υποεκτίμηση και με τη μέθοδο Variance/Covariance. Ακόμη σχεδόν πάντοτε το VAR που υπολογίσθηκε με την ιστορική προσομοίωση ήταν μεγαλύτερο από αυτό που υπολογίσθηκε με τη μέθοδο Variance/Covariance. Άρα μπορούμε να πούμε ότι η ιστορική προσομοίωση παρότι δεν εκμεταλλεύεται την εξαρτημένη δομή του σ δίνει καλύτερα αποτελέσματα από τη μέθοδο Variance/Covariance σε περιόδους κρίσεων.

Τρόπος υπολογισμού της κεφαλαιακής επάρκειας

Ο υπολογισμός της κεφαλαιακής επάρκειας γίνεται με βάση το μέγιστο μεταξύ του τελευταίου VAR και του μέσου όρου των τελευταίων 60 VAR επί 3.

Χρησιμοποιώντας τον τρόπο αυτό για τον υπολογισμό της κεφαλαιακής επάρκειας αλλά με συντελεστές 2, 2,5 και 3 και με τη χρήση της μεθόδου Variance/Covariance (ίσα βάρη, 24-μηνών και 0 μέση τιμή αποδόσεων) για τον υπολογισμό του VAR. Στη συνέχεια υπολόγισαν πόσες φορές υπήρχε υπέρβαση της κεφαλαιακής επάρκειας από τις ζημίες των χαρτοφυλακίων.



Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι όταν χρησιμοποιήθηκαν οι συντελεστές 2,5 και 3 δεν υπήρξε καμία αστοχία σε κανένα χαρτοφυλάκιο. Ενώ με το συντελεστή 2 είχαμε από μία αστοχία για τρία χαρτοφυλάκια. Άρα ο συντελεστής 2 θα μπορούσε να πει κάποιος ότι είναι πολύ συντηρητικός.

Backtesting

Για τον έλεγχο της διαδικασίας backtesting όπως αυτή ορίζεται από την Επιτροπή της Βασιλείας υπολόγισαν το πλήθος των αστοχιών για 6 περιόδους των 250 ημερών (ο υπολογισμός του VAR έγινε με τη μέθοδο Variance/Covariance).

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι το πλήθος των αστοχιών μεταβάλλεται ανά περίοδο μετακινώντας το μοντέλο μεταξύ της πράσινης και της κίτρινης ζώνης. Αυτό αποδεικνύει ότι το πλήθος των 250 παρατηρήσεων είναι πολύ μικρό. Παρόλα αυτά, αυτή η μέθοδος backtesting μπορεί να συλλάβει μοντέλα χονδροειδώς ακατάλληλα.

8.2. Evaluating Predictive Performance of Value-at-Risk Models in Emerging Markets: A Reality Check

Σκοπός της μελέτης αυτής είναι να διεξάγει μια συγκριτική εκτίμηση των αποδόσεων ενός συνόλου VAR μοντέλων.

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν στη μελέτη αυτή είναι οι τιμές από τις 2 Ιανουαρίου 1984 έως 2 Δεκεμβρίου 2001 πέντε χρηματιστηριακών δεικτών αναδυόμενων Ασιατικών αγορών:

1. Indonesia, Jakarta Stock Exchange Composite Price Index
2. Korea, Korea Stock Exchange Composite Price Index
3. Malaysia, Kuala Lumbur Stock Exchange Composite
4. Taiwan, Taiwan Weight Index
5. Thailand S.E.T. Price Index

Για κάθε ένα από τους δείκτες αυτούς χρησιμοποιήθηκαν οι ημερήσιες λογαριθμικές αποδόσεις.

Μια πρώτη ματιά στα δεδομένα δείχνει ότι οι κατανομές των αποδόσεων έχουν υψηλή κύρτωση και ιδιαίτερα η Ινδονησία. Η Ταϊβάν δείχνει ένα πιο σταθερό πρότυπο αποδόσεων.

Συνολικά γίνεται μέτρηση του ημερήσιου VAR με διάστημα εμπιστοσύνης 95% και 99%, με 27 διαφορετικά μοντέλα και για τρεις διαφορετικές περιόδους:

- Περίοδος 1: 2/1/1995 – 31/12/1996 522 υπολογισμοί του VAR
- Περίοδος 2: 1/1/1997 – 31/12/1998 522 υπολογισμοί του VAR
- Περίοδος 3: 1/1/1999 – 9/12/2000 502 υπολογισμοί του VAR

Τα 27 μοντέλα είναι τα παρακάτω:

0. RiskMetrics, $\lambda=0,94$
1. RiskMetrics, $\lambda=0,97$
2. RiskMetrics, $\lambda=0,90$
3. Moving Average (200)

4. CARCH_N
5. CARCH_t
6. CARCH_{GED}
7. ECARCH_N
8. ECARCH_t
9. ECARCH_{GED}
10. TCARCH_N
11. TCARCH_t
12. TCARCH_{GED}
13. Historical Simulation
14. Historical Simulation (200, 0,99)²
15. Historical Simulation (200, 0,97)
16. Monte Carlo 1 (με χρήση Geometric Brownian motion)³
17. Monte Carlo 2 (με χρήση Geometric Brownian motion)⁴
18. MC₂ + GARCH_N
19. MC₂ + EGARCH_{GED}
20. MC₂ + RM(0,94)
21. Non Parametric Percentile regression 1 (200)⁵
22. Non Parametric Percentile regression 2 (200)⁶
23. Neftci⁷
24. Longin (10)⁸
25. Longin (20)
26. Hill⁹

Η αξιολόγηση των μοντέλων γίνεται με δύο τρόπους:

- Cristoffersen Tests for Coverage Probability
- White's Reality Check

Cristoffersen Tests for Coverage Probability

Αν y_t είναι οι παρατηρούμενες αποδόσεις και α είναι το διάστημα εμπιστοσύνης υπολογισμού του VAR τότε αν συμβολίσουμε με p την παρακάτω πιθανότητα:

$$p = \Pr[y_t < Vart(\alpha)]$$

² Ιστορική προσομοίωση με βάρη, 200 παρατηρήσεις και $\lambda=0,99$

³ $S_t = S_0 \exp\left(\left[\mu_t - \frac{1}{2}\sigma_t^2\right]t + \sigma_t W_t\right)$

⁴ $\Delta S_t = S_{t-1} (\mu_t \Delta t + \sigma_{t-1} \varepsilon_t \sqrt{\Delta t})$

⁵ Πλήθος παρατηρήσεων 200 και χρήση της Gaussian Kernel για εκτίμηση της δεσμευμένης αθροιστικής συνάρτησης κατανομής

⁶ Πλήθος παρατηρήσεων 200 και χρήση της Epanechnikov Kernel για εκτίμηση της δεσμευμένης αθροιστικής συνάρτησης κατανομής

⁷ Extreme Value Theory, Neftci 2000

⁸ Longin 2000, με μήκος υποπεριόδου 10

⁹ Hill 1975, Danielson 2000, Embrechts 1997

Οι έλεγχοι του Cristoffersen for Coverage Probability ελέγχουν την υπόθεση $H_0: p=a$ σε σχέση με την υπόθεση $H_1: p\neq a$. Για τον έλεγχο της υπόθεσης χρησιμοποιούνται τα τρία παρακάτω στατιστικά:

$$LR_1 = -2 \ln(L(\alpha) / L(p)) \xrightarrow{d} x(1) \quad p = \frac{n_1}{n_0 + n_1}$$

$$LR_2 = -2 \ln(L(p) / L(\pi_{01}, \pi_{11})) \xrightarrow{d} x(1) \quad \pi_{ij} = \frac{n_{ij}}{n_{ii} + n_{ij}}$$

$$LR_3 = LR_1 + LR_2 \xrightarrow{d} x(2)$$

White's Reality Check

Χρησιμοποιείται σα μοντέλο αναφοράς το RM(0,94) και γίνεται σύγκριση των υπολοίπων μοντέλων με το μοντέλο αναφοράς (RC1) και του καλύτερου μοντέλου με το μοντέλο αναφοράς (RC2). Για τη σύγκριση των μοντέλων χρησιμοποιείται ένας έλεγχος που έχει αναπτυχθεί από τον White (2000) και βασίζεται στους ελέγχους των West (1996) και Diebold and Mariano (1995).

Ο έλεγχος αυτός βασίζεται στον έλεγχο της ροπής των διαφορών μίας συνάρτησης ζημίας (loss function) και γίνεται με τον υπολογισμό του στατιστικού:

$$\sqrt{P}(\bar{f} - E(f^*)) \rightarrow N(0, \Omega)$$

$$P \equiv P(T) \rightarrow \infty \text{ otan } T \rightarrow \infty, \Omega \text{ πινακας } 26 \times 26$$

$$\Omega = \lim_{T \rightarrow \infty} \text{var}[P^{-\frac{1}{2}} \sum_{t=R}^T f(Z_{t-1}, \hat{\beta}_t)]$$

Όπου f είναι η συνάρτηση που ορίζεται από τις διαφορές της συνάρτησης ζημίας για κάθε μία από τις προβλέψεις που γίνονται με το υπό έλεγχο μοντέλο και με το μοντέλο αναφοράς.

Το Ω υπολογίζεται με χρήση προσομοίωσης και συγκεκριμένα με τη μέθοδο “stationary bootstrap of Politis and Romano (1994)”.

Σαν συναρτήσεις ζημίας χρησιμοποιούνται τρεις διαφορετικές συναρτήσεις:

1. Η Quasi log likelihood (QLL) του Bertail (2000). Η συνάρτηση αυτή δίνει μεγαλύτερη βαρύτητα στη διαφορά μεταξύ πραγματικών αποδόσεων και της πρόβλεψης του VAR.
2. Η δεύτερη συνάρτηση βασίζεται στην μικρότερη μέση απόδοση (tail mean return). Η συνάρτηση αυτή δίνει μεγαλύτερη βαρύτητα στην αποφυγή μεγάλων ζημιών.
3. Η τρίτη είναι η μέση τιμή του LR1. Η συνάρτηση αυτή είναι κατάλληλη για τη χρήση από τις ελεγκτικές αρχές καθώς δίνει βαρύτητα στη μη υπέρβαση της πιθανότητας (διάστημα εμπιστοσύνης) βάση της οποίας υπολογίσθηκε το VAR.

Τα αποτελέσματα της έρευνας συνοψίζονται στα ακόλουθα:

1. Με βάση τον έλεγχο του Cristoffersen τα μοντέλα ARCH και ιδιαίτερα το CARCH_N και τα TGARCH μοντέλα αποδεικνύεται ότι είναι καλύτερα από τα EVT (Extreme Value Theory) μοντέλα. Ακόμη τα ARCH μοντέλα και τα MC μοντέλα φαίνεται να είναι λιγότερο ευαίσθητα στην επιλογή του διαστήματος εμπιστοσύνης.
 2. Με βάση το Reality Check του White:
 - Πρώτη συνάρτηση ζημίας:
 1. Εκτός από την Ταϊβάν (όπου τα δεδομένα δείχνουν ότι οι αποδόσεις είναι πιο κοντά στη κανονική κατανομή) από τα μοντέλα EVT, ARCH και MC αποδίδουν καλύτερα από το RM(0,94) και ακόμη καλύτερα κατά τη διάρκεια κρίσεων (περίοδος 2).
 2. Το μοντέλο RM(0,90) αποδίδει καλύτερα από το RM(0,94) το οποίο με τη σειρά του αποδίδει καλύτερα από το RM(0,97). Άρα χαμηλότερες τιμές του λ δίνουν καλύτερα μοντέλα RM.
 - Δεύτερη συνάρτηση ζημίας:
 1. Κάποια μοντέλα όπως τα NPQ, HS, MC₂+RM(0,94) και κάποια EVT έχουν κάπως καλύτερη απόδοση για $\alpha=0,05$ αλλά δεν παρατηρήθηκε μια συνεπής και ομοιόμορφη βελτίωση της απόδοσης σε σχέση με το μοντέλο αναφοράς.
 - Τρίτη συνάρτηση ζημίας:
 1. Κανένα από τα μοντέλα δεν παρουσίασε καλύτερη απόδοση από το μοντέλο αναφοράς.



9. Εφαρμογές του VAR

Έχουμε δει μέχρι τώρα το τι είναι το Value-At-Risk, τι εργαλεία προσφέρει και πως υπολογίζεται. Σ' αυτό το τελευταίο κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε κάποιες από τις εφαρμογές του VAR. Συγκεκριμένα θα παρουσιάσουμε τον τρόπο που χρησιμοποιείται το VAR για:

- Μέτρηση του κινδύνου αγοράς.
- Ρύθμιση του κινδύνου αγοράς.
- Ενεργή διαχείριση του κινδύνου.

9.1. Χρήση του VAR για μέτρηση του κινδύνου αγοράς.

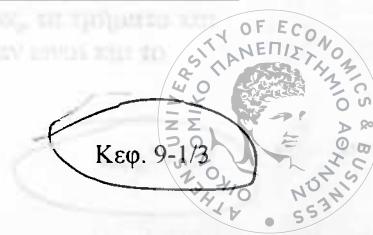
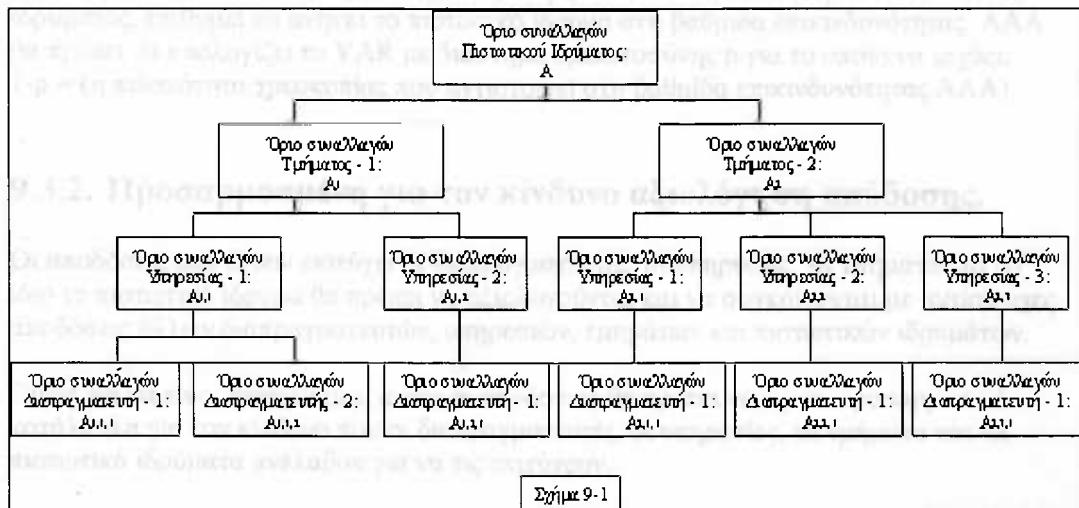
Το VAR είναι η μέγιστη ζημιά που μπορεί να υποστεί το χαρτοφυλάκιο μας για ένα συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα και με συγκεκριμένη πιθανότητα η ζημιά μας να είναι μικρότερη ή ίση του VAR.

Άρα όταν έχουμε δύο χαρτοφυλάκια A και B και $VAR_A > VAR_B$ τότε το χαρτοφυλάκιο A θεωρείται πιο επικίνδυνο από το χαρτοφυλάκιο B. Δηλαδή το VAR είναι ένα μέτρο μέτρησης του κινδύνου αγοράς με τη βοήθεια του οποίου μπορούμε να κατατάξουμε διάφορα χαρτοφυλάκια ως προς την επικινδυνότητά τους.

Εδώ αξίζει να επισημάνουμε ότι ναι μεν το VAR μας δίνει ένα μέτρο του κινδύνου αγοράς του χαρτοφυλακίου μας αλλά θα πρέπει να έχουμε στο νου μας ότι το VAR σχετίζεται με έναν συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα και ένα συγκεκριμένο διάστημα εμπιστοσύνης, αυτό σημαίνει ότι αν μεταβληθεί ο χρονικός ορίζοντας ή το διάστημα εμπιστοσύνης θα μεταβληθεί το VAR και πιθανόν η κατάταξη των χαρτοφυλακίων ως προς την επικινδυνότητά τους.

9.2. Χρήση του VAR για ρύθμιση του κινδύνου αγοράς.

Ο κλασικός τρόπος ρύθμισης του κινδύνου αγοράς μέσα σε ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα γίνεται με τη βοήθεια ορίων συναλλαγών (trading limits). Κάθε διαπραγματευτής, κάθε υπηρεσία και κάθε τμήμα έχει ένα όριο συναλλαγών το οποίο δε μπορεί να υπερβεί (Σχήμα 9-1). Με τον τρόπο αυτό προστατεύεται το πιστωτικό ίδρυμα από το να δημιουργήσει μεγάλες θέσεις.



Μια πιο αποτελεσματική προσέγγιση είναι να θέσουμε και όρια VAR παράλληλα με τα όρια συναλλαγών. Μ' αυτόν τον τρόπο μπορούμε να ρυθμίσουμε πιο αποτελεσματικά τον κίνδυνο τόσο του πιστωτικού ιδρύματος όσο και των επιμέρους δομικών του στοιχείων (τμήματα, υπηρεσίες, διαπραγματευτές) θέτοντας όριο στο πόσο πολύ κίνδυνο θέλουμε να αναλάβει κάθε δομικό στοιχείο του πιστωτικού ιδρύματος. Επιτέλον το VAR είναι ένας κοινός παρανομαστής μέσω του οποίου μπορούμε να συγκρίνουμε διάφορες κατηγορίες περιουσιακών στοιχείων (assets) και μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν οδηγός για να τεθούν όρια συναλλαγών.

Είναι πάντως σημαντικό να σημειωθεί ότι τα όρια VAR δεν πρέπει να είναι ο μόνος παράγοντας μέσω του οποίου να αποφασίζονται οι θέσεις ενός πιστωτικού ιδρύματος. Αν η μεταβλητότητα των αγορών μεταβληθεί απότομα, ο διαχειριστής του κινδύνου (risk-manager) μπορεί να αποφασίσει να αυξήσει τα όρια του VAR αλλιώς μπορεί να αποβεί πολύ ζημιογόνα η ρευστοποίηση περιουσιακών στοιχείων κάτω από κακές συνθήκες στις αγορές.

9.3. Χρήση του VAR για ενεργή διαχείριση του κινδύνου.

Η ενεργή διαχείριση του κινδύνου περιλαμβάνει την αξιολόγηση της επίδοσης και την κατανομή των κεφαλαίων.

9.3.1. Risk Capital ή Economic Capital

Το VAR μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα μέτρο του κεφαλαίου κάλυψης από τον κίνδυνο (risk capital, economic capital) που χρειάζεται ένα πιστωτικό ίδρυμα για να υποστηρίξει την χρηματοοικονομική του δραστηριότητα.

Σ' αυτήν την περίπτωση το διάστημα εμπιστοσύνης βάση του οποίου έχει υπολογιστεί το VAR αντιστοιχεί στην πιθανότητα το πιστωτικό ίδρυμα να μην έχει τα αναγκαία κεφάλαια για να καλύψει τις πιθανές ζημιές λόγω μεταβολής των τιμών στις αγορές. Δηλαδή το επίπεδο εμπιστοσύνης σχετίζεται με την πιθανότητα το πιστωτικό ίδρυμα να χρεοκοπήσει.

Άρα η επιλογή του διαστήματος εμπιστοσύνης σ' αυτήν την περίπτωση γίνεται με κριτήριο την κατάταξη του πιστωτικού ιδρύματος από τους οργανισμούς κατάταξης σε μια βαθμίδα επικινδυνότητας (rating). Συγκεκριμένα, όταν η διοίκηση, του πιστωτικού ιδρύματος, επιθυμεί να ανήκει το πιστωτικό ίδρυμα στη βαθμίδα επικινδυνότητας AAA θα πρέπει να υπολογίζει το VAR με διάστημα εμπιστοσύνης p για το οποίο να ισχύει: $1-p = (\eta \text{ πιθανότητα χρεοκοπίας που αντιστοιχεί στη βαθμίδα επικινδυνότητας AAA})$.

9.3.2. Προσαρμοσμένη για τον κίνδυνο αξιολόγηση απόδοσης.

Οι αποδόσεις που έχουν επιτύχει οι διαπραγματευτές, οι υπηρεσίες, τα τμήματα και το ίδιο το πιστωτικό ίδρυμα θα πρέπει να αξιολογούνται και να συγκρίνονται με αντίστοιχες αποδόσεις άλλων διαπραγματευτών, υπηρεσιών, τμημάτων και πιστωτικών ιδρυμάτων.

Όμως για να είναι συγκρίσιμες αυτές οι αποδόσεις θα πρέπει να έχουν προσαρμοστεί κατάλληλα για τον κίνδυνο που οι διαπραγματευτές, οι υπηρεσίες, τα τμήματα και τα πιστωτικά ιδρύματα ανέλαβαν για να τις επιτύχουν.

Ένα μέτρο του κινδύνου που ανέλαβαν οι διαπραγματευτές, οι υπηρεσίες, τα τμήματα και το ίδιο το πιστωτικό ίδρυμα για να επιτύχουν τις αποδόσεις που επέτυχαν είναι και το

VAR. Έτσι η προσαρμογή των αποδόσεων για τον κίνδυνο μπορεί να γίνει με τη βοήθεια του VAR.

Το RAPM (Risk Adjusted Performance Measurement) είναι ένα μέτρο μέτρησης της προσαρμοσμένης για τον κίνδυνο απόδοσης.

Ένας τρόπος ορισμού του RAPM είναι ο ακόλουθος:

$$RAPM = \frac{\text{Κέρδος}}{VAR}$$

Αν αντί για το VAR χρησιμοποιήσουμε το Marginal VAR τότε παίρνουμε το Marginal RAPM.

$$Marginal RAPM_i = \frac{\text{Κέρδος}}{\Delta VAR_i}$$

Το Marginal RAPM είναι ένα μέτρο της προσαρμοσμένης για τον κίνδυνο οριακής απόδοσης ενός στοιχείου του χαρτοφυλακίου μας.

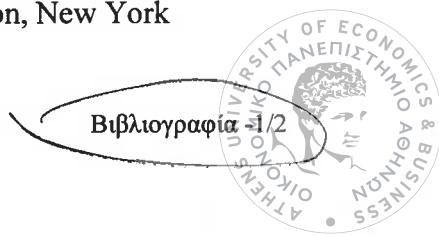
Αντίστοιχα μπορούμε να έχουμε το Componenent VAR.

$$Component RAPM_i = \frac{\text{Κέρδος}}{CVAR_i}$$

Το Component RAPM είναι ένα μέτρο της προσαρμοσμένης για τον κίνδυνο συνολικής απόδοσης ενός στοιχείου του χαρτοφυλακίου μας.

Βιβλιογραφία

1. "Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risks (january 1996, updated to April 1998)"
2. "An Extremes Analysis of VARs for Emerging Market Benchmark Bonds", Rudiger Kiesel (Birkbeck College), William Perraudin (Birkbeck College, Bank of England and CEPR), Alex Taylor (Birkbeck College), January 2000
3. "A Primer on Value at Risk", Michael Minnich, Vice President Capital Market Risk Advisors, Inc.
4. "Bank Capital and Value At Risk", Patricia Jackson (Bank of England), David J. Maude (HM Treasury), William Perraudin (Birkbeck College, Bank of England and CEPR), Bank of England 1998
5. "Beyond Value at Risk, The New Science of Risk Management", Kevin Dowd, John Wiley & Sons Ltd, 1998
6. "Calculation of Value at Risk and Risk/Return Simulation", Atsutoshi Mori, Makoto Ohsawa, and Tokiko Shimizu, Institute for Monetary and Economic Studies, Bank of Japan (Discussion Paper Series, Discussion Paper 96-E-8)
7. "CAViaR: Conditional Value at Risk by Quantile Regression", Robert F. Engle, Simone Manganelli, National Bureau of Economic Research, Inc, Working Paper Series No. 7341
8. "Central Banking and Market Volatility, The Marjolin Lecture", Robert Raymond
9. "Closed Form Value at Risk", Glyn A. Holton, Contingency Analysis 1996
10. "Econometric Models an Economic Forecasts", Fourth Edition, Robert S. Pindyck, Daniel L. Rubinfeld, McGraw-Hill 1998
11. "Evaluating Predictive Performance of Value-at-Risk Models in Emerging Markets: A Reality Check", Tae-Hwy Lee (Department of Economics University of California), Burak Saltoglu (Department of Economics Marmara University), January 2001
12. "From Value at Risk to Stress Testing: The Extreme Value Approach", Francois M Longin, Centre for Economic Policy Research (Discussion Paper Series, Financial Economics, No. 2161)
13. "International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards (July 1998, Updated to April 1998)
14. "Introduction to RiskMetrics", JP Morgan, Fourth Edition, New York November 21, 1995



15. "Investment Management", Second Edition, Frank J. Fabozzi, Prentice-Hall, Inc. 1999
16. "Macroeconomics", Oliver Blanchard, Prentice-Hall, Inc. 1997
17. "Overview of the Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risks (January 1996)"
18. "Report Card on Value at Risk: High Potential but Slow Starter", Tanya Styblo Beder, Capital Market Risk Advisors Inc, New York.
19. "RiskMetrics-Technical Document", JP Morgan/Reuters, Fourth Edition, New York December 17, 1996
20. "The Emerging Framework of Bank Regulation and Capital Control", Julian S. Alworth and Sudipto Bhattacharya
21. The William Taylor Memorial Lecture No. 3 "Global Risk Management", Ulrich Cartelli, Alan Greenspan, Group of Thirty, Washington, DC 1996
22. "Value at Risk for Derivatives", Lina El Jahel, William Perraudin, Peter Sellin, Sveriges Riksbank Working Paper Series No. 45, December 1997
23. "VALUE AT RISK The New Benchmark for Managing Financial Risk", Second Edition, Philippe Jorion, McGraw-Hill 2001
24. "Vignettes on VAR", Tanya Styblo Beder, Michael Minnich, Hubert Shen, Jodi Stanton, The Journal of Financial Engineering-Volume 7-Number ¾- Pages 289-309
25. «Ανάλυση και Διαχείριση Επενδύσεων», Δημήτρης Βασιλείου, Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών 1999
26. «Μαθηματική Στατιστική Τόμος I - Εκτιμητική» Κ. Μπαγιάτης, Φ. Κολυβά - Μαχαίρα, ΑΠΘ Θεσσαλονίκη
27. «Μαθηματική Στατιστική Τόμος II - Έλεγχος Υποθέσεων» Κ. Μπαγιάτης, Φ. Κολυβά - Μαχαίρα, ΑΠΘ Θεσσαλονίκη
28. «Τραπεζική Διοίκηση», Κ. Γαλάτσος, Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών, Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών, Χρηματοοικονομική και Τραπεζική, 2000
29. «Χρηματοοικονομική Διοίκηση», Δημήτρης Βασιλείου, Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών 1999



Dept 2

