



ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ

ΑΥΤΟΠΑΛΙΝΔΡΟΜΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΥΠΟ
ΣΥΝΘΗΚΗ ΕΤΕΡΟΣΚΕΔΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ
ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΤΟΥΣ ΣΕ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΕΣ
ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΕΣ ΣΕΙΡΕΣ

Δημήτριος Εμμανουήλ Μποφιλιάκης

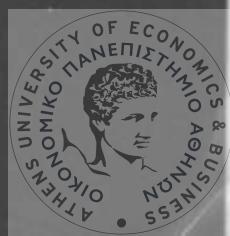
ΕΡΓΑΣΙΑ

Που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής
του Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών
ως μέρος των απαιτήσεων για την απόκτηση

Μεταπτυχιακού Διπλώματος

Συμπληρωματικής Ειδίκευσης στη Στατιστική
Μερικής Παρακολούθησης (Part-time)

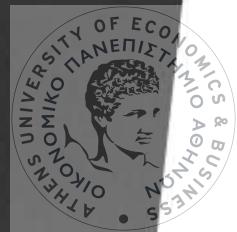
Αθήνα
Φεβρουάριος 2004

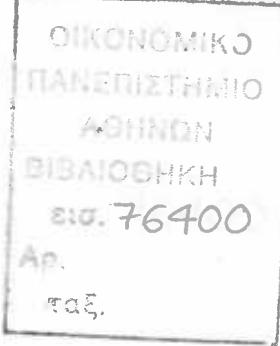


ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ



0 000000 524292





ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΑΥΤΟΠΑΛΙΝΔΡΟΜΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΥΠΟ ΣΥΝΘΗΚΗ ΕΤΕΡΟΣΚΕΔΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥΣ ΣΕ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΕΣ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΕΣ ΣΕΙΡΕΣ

Δημήτριος Εμμανουήλ Μποφιλιάκης

ΕΡΓΑΣΙΑ

Που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής
του Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών
ως μέρος των απαιτήσεων για την απόκτηση

Μεταπτυχιακού Διπλώματος
Συμπληρωματικής Ειδίκευσης στη Στατιστική
Μερικής Παρακολούθησης (Part-time)



Αθήνα
Φεβρουάριος 2004





ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΑΘΗΝΩΝ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ
εισ. 76400
Αρ.
παξ.

ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

Εργασία που υποβλήθηκε ως μέρος των απαιτήσεων για την απόκτηση
Μεταπτυχιακού Διπλώματος Συμπληρωματικής Ειδίκευσης στη Στατιστική
Μερικής Παρακολούθησης (Part-time)

ΑΥΤΟΠΑΛΙΝΔΡΟΜΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΥΠΟ ΣΥΝΘΗΚΗ ΕΤΕΡΟΣΚΕΔΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΤΟΥΣ ΣΕ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΕΣ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΕΣ ΣΕΙΡΕΣ

Δημήτριος Εμμανουήλ Μποφιλιάκης

Υπεύθυνο μέλος ΔΕΠ:

Ι. Βρόντος
Λέκτορας



Ο Διευθυντής Μεταπτυχιακών Σπουδών

Μιχαήλ Λαζαρίδης
Αναπληρωτής Καθηγητής



ΑΦΙΕΡΩΣΗ

Στη Σωτηρία

Αγαπητές και αγαπημένες φίλες και φίλοι του Πανεπιστημίου
της Αθηνών, σας ευχαριστούμε για την πάθηση που έχετε για την
ακαδημαϊκή μας ομάδα. Είναι μια πολύ δύσκολη περίοδος για όλην την
Ελλάδα, αλλά μαζι με την απόφοιτη της Τεχνολογίας Ηλεκτρονικής
και Κοινωνικών Συστημάτων, η Αθηνών Επιστημονική Κοινότητα μας
είναι η μεγαλύτερη στήριξη για την αντιμετώπιση της πανδημίας.



ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της παρούσας εργασίας, Λέκτορα του Τμήματος Στατιστικής του Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών, κ. Ιωάννη Βρόντο, για τον άφθονο χρόνο, την υπομονή και την ουσιαστική υποστήριξη που προσέφερε, για την ολοκλήρωση αυτής της προσπάθειας. Επίσης τον υποψήφιο διδάκτορα του Πάντειου Πανεπιστημίου και στέλεχος του Dealing Room της Γενικής Τράπεζας, κ. Νίκο Κοκορέ, για την βοήθεια που προσέφερε στην συλλογή των δεδομένων.

ΒΙΟΓΡΑΦΙΚΟ ΣΗΜΕΙΩΜΑ

Γεννήθηκα στην Πάτρα το 1973. Αποφοίτησα από το 2^ο Λύκειο Ζωγράφου το 1990 και την ίδια χρονιά εισήλθα στο Οικονομικό Τμήμα του Πανεπιστημίου Αθηνών, όπου ολοκλήρωσα τις σπουδές μου το 1996 με την απόκτηση του πτυχίου στις Οικονομικές Επιστήμες, με ειδικότητα στα χρηματοοικονομικά. (Βαθμός πτυχίου 6,02). Από τον Οκτώβριο του 1998 έως και σήμερα εργάζομαι στην τράπεζα BNP PARIBAS. Η τωρινή μου ενασχόληση στην συγκεκριμένη τράπεζα είναι στο τμήμα Capital Market Operations, ενώ έχω θητεύσει και για 5 χρόνια στο τμήμα Εισαγωγών-Εξαγωγών.



ABSTRACT

Dimitris E. Bofiliakis

AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETROSCEASTICITY MODELS AND APPLICATIONS IN FINANCIAL TIME SERIES

February 2004

The analysis of economic and particularly financial time series is a major field of research and application.

This study is concerned with the discussion of some important concepts and characteristics of financial time series, such as volatility clustering and leverage effect, which are important in order to understand the risk of holding an asset. The study focuses on two main frames. The statistical models, which can be used to analyze and forecast financial time series and their application in real datasets.

We present the ARCH and GARCH models and their extensions-improvements (EGARCH, ARCH in mean, TARCH, QGARCH). The key insight offered by these models is that the conditional variance is allowed to change over time. This advantage is crucial, when we apply the above models to financial time series, such as stock exchange rates. Traditional econometric models (e.g. ARMA models) assume a constant variance for the error process. ARCH-type models, relax this assumption and therefore can be used for the analysis and the construction of time varying forecast confidence intervals.

Another main objective of this study is to analyze time series data, by using Threshold ARCH models, which are able to capture the leverage effect. We use this kind of models to decompose the total volatility of an index return into upside and downside volatility. Then we examine, if these two volatility measures associated with the index can be explained by the volatility of the related stocks. To implement the above models we use bank stocks of the Athens Exchange Market.



ABSTRACT

Dimitris E. Bouliopoulis

VALUOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSCEDASTICITY MODELS AND APPLICATIONS IN FINANCIAL TIME SERIES

February 2004

The analysis of econometric and statistically financial time series is a major field of research and application. The study is concerned with the classification of some important sources and characteristics of financial time series such as long-term clustering and leverage effects, which are important in order to understand the risk of holding assets. The study focuses on two main issues. The statistical models, which in fact, the study, focus on two main issues. The statistical models, which in fact, can be used to analyze and forecast financial time series and their application in real markets.

We present the ARCH and GARCH models and their extensions. We compare different types of GARCH models in terms of forecasting performance (EGARCH, ARCH, TARCH, OGARCH). The key finding is that the EGARCH model is better than the other models when we apply it to financial time series since it does not require the assumption of normality. This is particularly true when we apply the EGARCH model to financial time series such as stock exchanges rates. Traditional econometric models (e.g. ARMA models) are not a suitable alternative for the out-of-sample predictions and this is mainly due to the fact that they do not take into account the heteroscedasticity of financial time series. Another main objective of this study is to analyze time series data, particularly the construction of time-varying linear filters, which are able to capture the long-term dependencies between time series. We use this kind of models to decompose the total variability of an index into two components: a stochastic component which we estimate by applying a nonparametric measure, and a trend component which we estimate by applying a polynomial regression model. The last part of the paper concerns the application of the proposed models to the stocks of the Athens Exchange Market.



ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Δημήτρης Ε. Μποφιλιάκης

ΑΥΤΟΠΑΛΙΝΔΡΟΜΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΥΠΟ ΣΥΝΘΗΚΗ ΕΤΕΡΟΣΚΕΔΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥΣ ΣΕ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΕΣ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΕΣ ΣΕΙΡΕΣ

Φεβρουάριος 2004

Η παρούσα μελέτη αναφέρεται σε μία ειδική κατηγορία των χρονολογικών σειρών. Τις χρηματοοικονομικές χρονολογικές σειρές. Αναλύονται τα βασικά χαρακτηριστικά τους και κυρίως γίνεται εκτενής αναφορά στα υποδείγματα, τα οποία έχουν την ικανότητα να τις αναλύουν και να τις ερμηνεύουν.

Τα υποδείγματα αυτά είναι, τα Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα υπό Συνθήκη Ετεροσκεδαστικότητας. Παρουσιάζονται οι κύριοι εκπρόσωποι τους (ARCH και GARCH), καθώς και οι βασικές προεκτάσεις-εξελίξεις τους (EGARCH, ARCH in mean, TARCH, QGARCH). Η βασική ιδιότητα τους έγκειται στο ότι έχουν δεσμευμένη διακύμανση, η οποία μπορεί να μεταβάλλεται στον χρόνο. Βρίσκουν βασικές εφαρμογές στην ανάλυση των χρηματοοικονομικών προϊόντων.

Αναλύουμε τα υποδείγματα αυτά και παρουσιάζουμε την κύρια δυνατότητα τους, να ερμηνεύουν αποτελεσματικά δεδομένα που προέρχονται από χρηματοοικονομικές χρονολογικές σειρές (Χρηματιστηριακούς δείκτες), σε αντίθεση με τα υποδείγματα τύπου ARMA που δεν το κατορθώνουν. Αυτό συμβαίνει γιατί δεν έχουν την ιδιότητα της μεταβαλλόμενης διακύμανσης.

Επίσης αναλύεται μια ειδική κατηγορία μοντέλων ετεροσκεδαστικότητας, τα Threshold ARCH υποδείγματα, με βάση τα οποία προβλέπουμε το volatility των αποδόσεων των τραπεζικών μετοχών. Γίνεται διαχωρισμός των διακυμάνσεων σε αυτές που έχουν προέλθει από θετικές αποδόσεις και σε αυτές που έχουν προέλθει από αρνητικές αποδόσεις. Σκοπός είναι να διερευνηθεί εάν τα «καλά» νέα (άνοδος της τιμής του δείκτη) και τα «άσχημα» νέα (πτώση της τιμής του δείκτη) επηρεάζουν με τον ίδιο τρόπο την διακύμανση του γενικού τραπεζικού δείκτη.





ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
2 ΕΙΔΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΩΝ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΣΕΙΡΩΝ	5
2.1 Εισαγωγή	5
2.2 Καταγραφή των Ειδικών Χαρακτηριστικών	5
2.2.1 Πλοτιές ουρές των καπανομάν	5
2.2.2 To Volatility Clustering Phenomenon	8
2.2.3 To Leverage Effect	10
2.2.4 Άλλα Χαρακτηριστικά	12
3 ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ	15
3.1 Εισαγωγή	15
3.2 Το γραμμικό υπόδειγμα τύπου ARCH	18
3.2.1 Το υπόδειγμα ARCH (p)	18
3.2.2 Το γραμμικό υπόδειγμα τύπου ARCH (1)	21
3.3 Το υπόδειγμα ARCH in Mean	23
3.4 Το γραμμικό υπόδειγμα τύπου GARCH	24
3.4.1 Το υπόδειγμα GARCH (p,q)	24
3.4.2 Το υπόδειγμα GARCH (1,1)	27
3.5 Άλλα υποδείγματα τύπου GARCH	28
3.5.1 Το υπόδειγμα EGARCH	28
3.5.2 Το υπόδειγμα TARCH	30
3.5.3 Το υπόδειγμα QUADRATIC GARCH	31
3.5.4 Το υπόδειγμα GARCH προσαρμοσμένο για non trading days	32
3.6 Αναφορά σε πολυμεταβλητά υποδείγματα	33
3.6.1 Το διμεταβλητό υπόδειγμα ARCH	33
3.6.2 Το διμεταβλητό υπόδειγμα GARCH	35



4 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΩΝ ARMA ΚΑΙ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΣΕ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΥΣ ΔΕΙΚΤΕΣ	37
4.1 Εισαγωγή	37
4.2 Μετασχηματισμοί (Η απόδοση των δείκτη)	38
4.3 Εφαρμογή υποδειγμάτων ARMA	40
4.3.1 Η επιλογή του καλύτερου ARMA υποδείγματος	40
4.3.2 Έλεγχος καπαλούπων	43
4.4 Εφαρμογή υποδειγμάτων ARCH και GARCH	48
4.4.1 Επιλογή του καλύτερου υποδείγματος	48
4.4.2 Έλεγχος καπαλούπων	51
4.4.3 Το υπόδειγμα EGARCH(2,2)	54
5 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗΣ ΜΗ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΗΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ VOLATILITY ΣΤΟΝ ΤΡΑΠΕΖΙΚΟ ΔΕΙΚΤΗ ΚΑΙ ΣΤΟΥΣ ΕΠΙΜΕΡΟΥΣ ΔΕΙΚΤΕΣ ΤΡΑΠΕΖΩΝ	57
5.1 Εισαγωγή	57
5.2 Ο υπολογισμός και η απεικόνιση της απόδοσης	60
5.3 Ανάλυση στοιχείων και εφαρμογή υποδείγματος	63
5.3.1 Μεθοδολογία	63
5.3.2 Υπόδειγμα μεταβαλλόμενης μη συμμετρικής διακύμανσης με διαχωρισμό ως προς τις κινήσεις των αποδόσεων	66
5.3.3 Εφαρμογή υποδείγματος στους δείκτες τραπεζών	68
5.3.4 Αποτελέσματα	73
6 ΣΥΝΟΨΗ-ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	81
7 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	83

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

<u>Πίνακας</u>	<u>Σελίδα</u>
Πίνακας 1: Απεικόνιση των τιμών του κριτηρίου Pearson και του ελέγχου Anderson Darling	8
Πίνακας 2: Έλεγχος Μοναδιαίας ρίζας βάση των Dickey-Fuller στην μεταβλητή DAXPRICE	38
Πίνακας 3: Έλεγχος Μοναδιαίας ρίζας βάση των Dickey-Fuller στην μεταβλητή DAXRETURN	40
Πίνακας 4: Απεικόνιση των τιμών των κριτηρίων AIC και SBC για τα υποδείγματα ARMA	41
Πίνακας 5: Απεικόνιση των τιμών των ελέγχων Jarque Bera και Anderson Darling για τα υποδείγματα MA(1) και ARMA(1,1)	45
Πίνακας 6: Αυτοσυσχετίσεις των καταλοίπων και έλεγχος Ljung Box	46
Πίνακας 7: Απεικόνιση των τιμών των κριτηρίων AIC και SBC για τα υποδείγματα ARCH και GARCH	50
Πίνακας 8: Αυτοσυσχετίσεις των καταλοίπων και έλεγχος Ljung Box	52
Πίνακας 9: Αυτοσυσχετίσεις των τετραγωνισμένων καταλοίπων και έλεγχος Ljung Box	53
Πίνακας 10: Περιγραφικά μέτρα και κανονικότητα	69
Πίνακας 11α: Q Statistics για τις μετοχές και το αντίστοιχο p value	70
Πίνακας 11β: Q Statistics για τις μετοχές και το αντίστοιχο p value	71
Πίνακας 12: Ανοδικές και καθοδικές κινήσεις του volatility των αποδόσεων	72
Πίνακας 13: Εκτίμηση Παραμέτρων Υποδείγματος	74
Πίνακας 14: Υπόδειγμα χωρίς διαχωρισμό	75
Πίνακας 15: Υπόδειγμα ανοδικών κινήσεων του volatility	75
Πίνακας 16: Υπόδειγμα καθοδικών κινήσεων του volatility	76



ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

<u>Διάγραμμα</u>	<u>Σελίδα</u>
Διάγραμμα 1: Ιστόγραμμα του δείκτη Dow Jones μαζί με την καμπύλη της κανονικής κατανομής	6
Διάγραμμα 2: Ιστόγραμμα του δείκτη DAX μαζί με την καμπύλη της κανονικής κατανομής	7
Διάγραμμα 3: Ιστόγραμμα του δείκτη FTSE μαζί με την καμπύλη της κανονικής κατανομής	7
Διάγραμμα 4: Αποδόσεις Χρηματιστηριακών Δεικτών.	9
Διάγραμμα 5: Δείκτης VIX (02/01/2001-30/09/2003)	11
Διάγραμμα 6: Κίνηση του δείκτη DAX (20/09/2000-26/09/2003)	37
Διάγραμμα 7: Κίνηση του DAXRETURN (20/09/2000-26/09/2003)	39
Διάγραμμα 8: Ιστόγραμμα καταλοίπων για το υπόδειγμα MA(1)	43
Διάγραμμα 9: Ιστόγραμμα καταλοίπων για το υπόδειγμα ARMA(1)	44
Διάγραμμα 10: Διάγραμμα καταλοίπων για το MA(1)	47
Διάγραμμα 11: Διάγραμμα καταλοίπων για το ARMA(1)	47
Διάγραμμα 12: Ιστόγραμμα τυποποιημένων καταλοίπων για το υπόδειγμα EGARCH(1,1) όπου $y_t = \varepsilon_t$	51
Διάγραμμα 13: Ιστόγραμμα τυποποιημένων καταλοίπων για το υπόδειγμα EGARCH(2,2) όπου $y_t = \varepsilon_t$	51
Διάγραμμα 14: Η εκτίμηση της δεσμευμένης διακύμανσης	56
Διάγραμμα 15: Διαγράμματα τιμών Τραπεζικών μετοχών και του Τραπεζικού δείκτη	58-59-60
Διάγραμμα 16: Διαγράμματα αποδόσεων Τραπεζικών μετοχών και του Τραπεζικού δείκτη	61-62-63
Διάγραμμα 17: Σύγκριση απόδοσης και εκτίμησης της δεσμευμένης διακύμανσης	77-78-79-80



ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΡΩΤΟ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι χρηματοοικονομικές χρονολογικές σειρές αποτελούν μια ειδική κατηγορία όχι μόνο των χρονολογικών σειρών, αλλά και ειδικότερα, των οικονομικών χρονολογικών σειρών.

Η σπουδαιότητα τους στην ανάλυση του χρηματοοικονομικού γίγνεσθαι, σε μία εποχή που υπάρχει μία παγκοσμιοποίηση και ουσιαστικά ομογενοποίηση (κοινά προϊόντα, ίδια δομή περιβάλλοντος δραστηριοποίησης, κοινή νομοθεσία, κτλ) των αγορών, είναι προφανής και αναγκαία.

Οι χρηματοοικονομικές χρονολογικές σειρές έχουν ειδικά χαρακτηριστικά που τις προσδιορίζουν και έχουν διαμορφωθεί ειδικές τεχνικές που τις αναλύουν. Αυτή η πρακτική ήταν απαραίτητη, δεδομένου ότι διάφορα προγενέστερα υποδείγματα (π.χ. ARMA), δεν μπορούσαν να αντιληφθούν και να εξηγήσουν τα χαρακτηριστικά τους. Μια από τις λύσεις ήταν τα Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα Ετεροσκεδαστικότητας, ARCH (Engle 1982) και τα Γενικευμένα Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα Ετεροσκεδαστικότητας, GARCH (Bollerslev 1986), καθώς και οι μετέπειτα προεκτάσεις και εξειδικεύσεις τους, που πρόσθεσαν στα επιστημονικά εργαλεία μια έννοια με εξέχουσα σημασία, η οποία συνέβαλε πάρα πολύ στην πραγματική και αποτελεσματική ανάλυση των δεδομένων. Αυτή της *Υπό Συνθήκη Διακύμανσης* (*Conditional Variance*). Την δυνατότητα της διακύμανσης να μεταβάλλεται στον χρόνο.

Στην παρούσα εργασία γίνεται μια προσπάθεια, παρουσίασης βάση θεωρίας και με πρακτικά παραδείγματα, εφαρμογής των ανωτέρω στατιστικών υποδειγμάτων σε χρηματοοικονομικού τύπου δεδομένα.

Είναι αυτονόητο, ότι σε ένα τόσο εφαρμοσμένο πεδίο, όπως είναι οι τεχνικές ανάλυσης και πρόβλεψης των χρηματοοικονομικών χρονολογικών σειρών, δεν θα

μπορούσαν αυτές να αναδειχθούν αποτελεσματικά εάν δεν υπήρχαν τα κατάλληλα και επαρκή αριθμητικά δεδομένα. Οι βάσεις δεδομένων που χρησιμοποιούνται αποτελούνται από: α) οι τιμές των χρηματιστηριακών δεικτών DAX, Nikkey, Dow Jones και FTSE, για την περίοδο από 10/01/2000 εώς και την 26/09/2003. β) Ο δείκτης VIX που μετρά το volatility των Αμερικανικών Χρηματοοικονομικών αγορών, για την περίοδο από 02/01/2001 εώς και 30/09/2003. γ) Ο Γενικός Τραπεζικός δείκτης του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών καθώς και οι μετοχές που τον απαρτίζουν. Η περίοδος που εξετάζεται είναι από 03/01/2000 εώς και την 04/12/2003. Σε όλες τις περιπτώσεις έγινε συνειδητή επιλογή, οι περίοδοι που ελήφθησαν τα δεδομένα να ξεκινούν με την εισαγωγή του Ευρώ στα Ελληνικά ή τα διεθνή οικονομικά δεδομένα, διότι εάν δεν γινόταν αυτό θα είχαμε ένα εξωγενή παράγοντα που θα επηρέαζε σημαντικά την κάθε διαδικασία.

Η παρουσίαση της μελέτης ξεκινάει με το πρώτο κεφάλαιο, που είναι το παρόν κείμενο και αποτελεί την εισαγωγή.

Το δεύτερο κεφάλαιο αναφέρεται στα ειδικά χαρακτηριστικά που έχουν οι χρονολογικές σειρές, οι οποίες προέρχονται από χρηματοοικονομικού τύπου δεδομένα. Τα χαρακτηριστικά αυτά είναι: οι πλατιές ουρές των συγκεκριμένων κατανομών, το φαινόμενο του volatility clustering, το leverage effect, η περίπτωση των non trading days και η παράλληλη κίνηση για το volatility. Για την καλύτερη και πληρέστερη κατανόηση αυτών των ιδιοτήτων, παρέχονται παραδείγματα από εμφάνισης τους σε χρηματιστηριακούς δείκτες, σε αποδόσεις δεικτών καθώς και σε δείκτες αγορών.

Το τρίτο κεφάλαιο είναι μία παρουσίαση του θεωρητικού υπόβαθρου των υποδειγμάτων μεταβαλλόμενης διακύμανσης και ταυτοχρόνως γίνεται μία αναφορά στα πιο σημαντικά από αυτά. Στην αρχή του κεφαλαίου υπάρχει μια αντιπαράθεση με τα υποδείγματα ARIMA, με σκοπό να φανεί ότι οι χρηματοοικονομικές χρονολογικές σειρές έχουν κατάλοιπα που δεν πληρούν τις προϋποθέσεις του λευκού θορύβου και έτσι δεν μπορούν να ερμηνευθούν ικανοποιητικά από τα υποδείγματα ARIMA. Στην συνέχεια μελετάμε τα υποδείγματα ARCH και GARCH στην γενική τους μορφή, αλλά και στην

μικρότερη τάξη που μπορεί να εμφανίσουν. Αυτά αποτελούν την βάση και ακολουθούν οι προεκτάσεις αυτών των υποδειγμάτων που είναι τα ARCH in mean, TARCH, EGARCH, QGARCH καθώς και το GARCH προσαρμοσμένο για non trading days. Η ενότητα κλείνει με μία σύντομη αναφορά σε πολυμεταβλητά υποδείγματα υπό συνθήκη διακύμανσης (διμεταβλητό ARCH και διμεταβλητό GARCH).

Το σκέλος του τρίτου κεφαλαίου όπου υπάρχει η θεωρητική σύγκριση των υποδειγμάτων AR, MA και ARIMA με την οικογένεια των ARCH υποδειγμάτων, μετουσιώνεται σε πρακτικό επίπεδο στο πρώτο μέρος της εφαρμογής του τέταρτου κεφαλαίου, που αφορά την απόδοση του δείκτη DAX. Εκεί επαληθεύονται, βάση διάφορων στατιστικών ελέγχων και με παράθεση πινάκων και διαγραμμάτων, οι διαπιστώσεις ότι τα υποδείγματα ARIMA, δεν μπορούν να βοηθήσουν στην κατανόηση και στην πρόβλεψη, όταν διαπραγματεύονται τέτοιου είδους δεδομένα. Αντιθέτως αποδεικνύεται, ότι τα ARCH υποδείγματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την ανάλυση χρηματοοικονομικών δεδομένων και μέσω μιας αναλυτικής διαδικασίας επιλέγεται το καλύτερο από αυτά για να προσαρμοστεί στα δεδομένα. Η σωστή εφαρμογή του υποδείγματος, φαίνεται από την εκτίμηση της δεσμευμένης του διακύμανσης, η οποία μπορεί να παρακολουθεί συνέχεια την κίνηση της απόδοσης του δείκτη και τις μεταβολές της.

Η δεύτερη πρακτική εφαρμογή, παρουσιάζεται στο πέμπτο κεφάλαιο. Η εισαγωγή του, είναι η διαγραμματική απεικόνιση της πορείας της τιμής του τραπεζικού δείκτη του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών και των μετοχών που τον απαρτίζουν. Ακολουθεί η απεικόνιση των αντιστοίχων αποδόσεων, καθώς και ο τρόπος υπολογισμού τους. Στο κύριο μέρος, γίνεται η προσαρμογή ενός αυτοπαλίνδρομου υποδείγματος μεταβαλλόμενης μη συμμετρικής διακύμανσης στα δεδομένα που αναφέρθηκαν, καθώς και η παράθεση των αποτελεσμάτων.

Στο συγκεκριμένο υπόδειγμα γίνεται διαχωρισμός του volatility σε σ^2 , προερχόμενο από θετικές αποδόσεις και $-\sigma^2$, προερχόμενο από αρνητικές αποδόσεις, για τις υπό ανάλυση μετοχές. Απότερος σκοπός αυτού του διαχωρισμού είναι να καθορισθούν οι μετοχές, που η κίνηση τους, ταυτίζεται ή

όχι με την ανοδική ή καθοδική πορεία του δείκτη και το πόσο συνεισφέρουν οι μετοχές αυτές στο να καθορισθεί το πρόσημο της κατεύθυνσης.

Η ανωτέρω συλλογιστική υλοποιείται με την χρησιμοποίηση υποδειγμάτων πολλαπλής παλινδρόμησης. Παρατίθονται επίσης τα αποτελέσματα, που αναφέρονται στην περίπτωση του να μην έχει γίνει διαχωρισμός στο volatility.¹ Το επόμενο στάδιο είναι, όπως και στο τέταρτο κεφάλαιο, η εκτίμηση της δεσμευμένης διακύμανσης και η διαγραμματική της παράθεση σε σχέση με την απόδοση για να γίνει αντιληπτό εάν υπάρχει αντίληψη των αλλαγών στην κίνηση των αποδόσεων.

Ακολουθεί το έκτο κεφάλαιο που είναι τα συμπεράσματα και σύνοψη της όλης προσπάθειας.

¹ Οι Στατιστικοί ή Οικονομικοί όροι που αναφέρονται για πρώτη φορά αποδίδονται με πλάγιους χαρακτήρες, ενώ δίνεται ο ορισμός τους και στα Αγγλικά. Όταν η Ελληνική δεν μπορεί να αποδώσει την συνολική ερμηνεία ενός όρου, ή δεν υπάρχει η καθολική αποδοχή σε μια ερμηνεία, (χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η έννοια του volatility, όπου σε μερικά συγγράμματα ονομάζεται σαν μεταβλητικότητα Συριόπουλος(1998), άλλου απλώς σαν διακύμανση Χρυσοβιτσιώτης(2001), Δημέλη(2002), κτλ), τότε σε αυτή την περίπτωση χρησιμοποιείται αποκλειστικά ο Αγγλικός ορισμός, παρά μια περιφραστική μετάφραση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ

ΕΙΔΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΩΝ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΣΕΙΡΩΝ

2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η μακροχρόνια έρευνα και η αποκτηθείσα από αυτή εμπειρία στην ανάλυση των χρονολογικών σειρών, που προέρχονται από χρηματοοικονομικού τύπου δεδομένα, έχει δείξει ότι οι συγκεκριμένες σειρές παρουσιάζουν κάποια ειδικά χαρακτηριστικά, τα οποία είναι κοινά σχεδόν σε όλες τις περιπτώσεις που εξετάζονται χρονολογικές σειρές αυτού του είδους.

Αυτά αφορούν την ίδια την χρονολογική σειρά, ή κάποιο μετασχηματισμό της. Αντιπροσωπευτική περίπτωση στο παραπάνω, είναι η απόδοση ενός χρηματοοικονομικού στοιχείου.

Όλα αυτά τα χαρακτηριστικά έχουν σαν άξονα το volatility της χρονολογικής σειράς, το οποίο ταυτόχρονα το προσδιορίζουν. Σαν volatility μπορούμε να ορίσουμε την μεταβλητότητα των τιμών της χρονολογικής σειράς όπως αυτή εκφράζεται από την διακύμανση (ή την τυπική απόκλιση). Το volatility είναι εξαιρετικά χρήσιμο να προσδιοριστεί και να προβλεφτεί διότι απεικονίζει τον βαθμό κινδύνου που περιέχει η κατοχή ενός χρηματοοικονομικού στοιχείου.

2.2 ΚΑΤΑΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΕΙΔΙΚΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ

2.2.1 ΠΛΑΤΙΕΣ ΟΥΡΕΣ ΤΩΝ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ

Οι κατανομές των αποδόσεων των χρηματοοικονομικών στοιχείων τείνουν να είναι λεπτόκυρτες. Έχουν δηλαδή παχιές ''ουρές'', (Thick tails) πράγμα

που συνεπάγεται ότι η κύρτωση τους είναι διαφορετική από αυτή της κανονικής κατανομής. Αυτό ισχύει κατά κύριο λόγο και για τα κατάλοιπα τους.

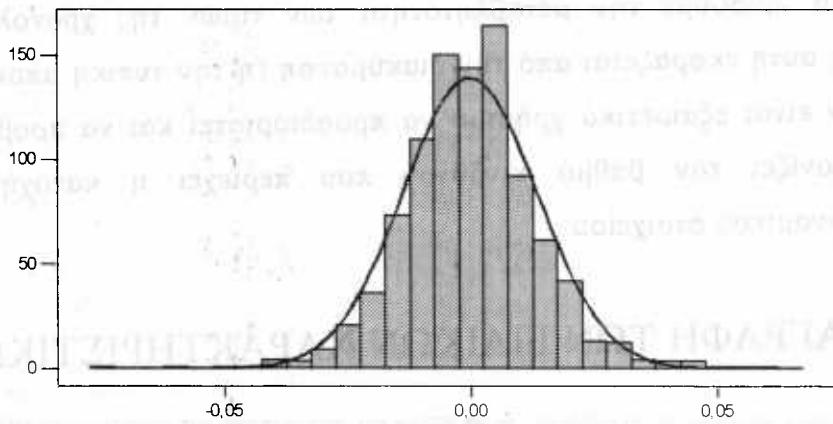
Για να μελετηθεί αυτή η περίπτωση, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η έννοια της υπό συνθήκης κανονικότητας (conditional normality), η οποία όμως μπορεί να ερμηνεύσει-αφομοιώσει ένα μέρος από τις παχιές ουρές που μπορεί να εμφανίσει μια κατανομή.

Πιο αποτελεσματικός τρόπος είναι να χρησιμοποιήσουμε δεσμευμένες κατανομές, που έχουν πιο παχιές ''ουρές'' από ότι έχει η κανονική κατανομή. Τέτοιες κατανομές μεταξύ άλλων είναι η Student-t (Bollerslev 1987) Generalized Error distribution (Nelson 1991).

Παρακάτω παρουσιάζεται διαγραμματικά το χαρακτηριστικό των πλατιών ουρών των χρηματοοικονομικών χρονολογικών σειρών στις αποδόσεις, σε σύγκριση με την καμπύλη της κανονικής κατανομής συγκεκριμένων δεικτών των χρηματιστηρίων της Νέας Υόρκης, Φρανκφούρτης και Λονδίνου.

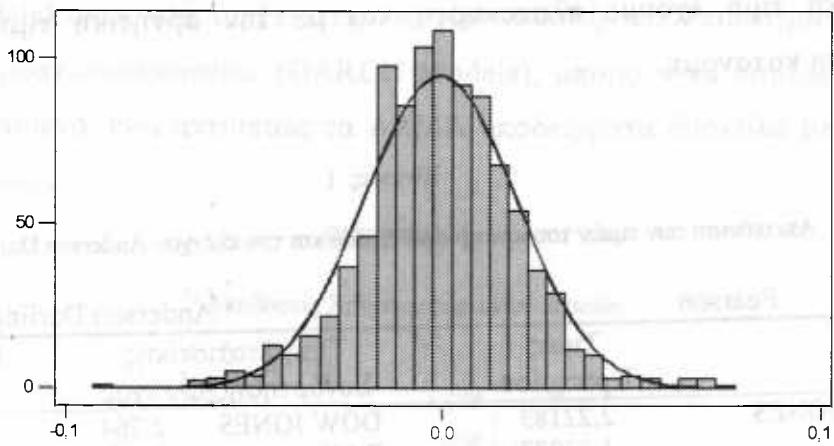
Διάγραμμα 1

Ιστόγραμμα του δείκτη Dow Jones μαζί με την καμπύλη της κανονικής κατανομής



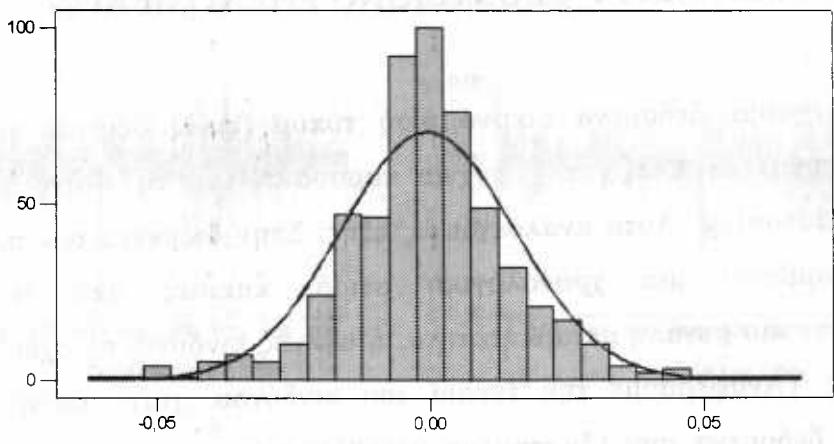
Διάγραμμα 2

Ιστόγραμμα του δείκτη DAX μαζί με την καμπύλη της κανονικής κατανομής



Διάγραμμα 3

Ιστόγραμμα του δείκτη FTSE μαζί με την καμπύλη της κανονικής κατανομής



Ακολουθεί πίνακας όπου έχουμε τα αποτελέσματα για τον έλεγχο της κανονικότητας, βάση του έλεγχου Anderson Darling, των ανωτέρω δεικτών.

Η υπόθεση της κανονικότητας της κατανομής απορρίπτεται σε πολύ χαμηλά επίπεδα σημαντικότητας και για τους τρεις δείκτες.

Παρουσιάζεται και ο συντελεστής κύρτωσης, βάση της μεθοδολογίας του Pearson για τα παραπάνω δεδομένα. Όταν η τιμή του συγκεκριμένου κριτηρίου είναι 0 ή κοντά στο 0 τότε μιλάμε για μεσόκυρτη κατανομή, όταν έχει θετική τιμή έχουμε πλατύκυρτη και με την αρνητική τιμή έχουμε λεπτόκυρτη κατανομή.

Πίνακας 1

Απεικόνιση των τιμών του κριτηρίου Pearson και του ελέγχου Anderson Darling

Pearson	Anderson Darling		
	Τιμές Κριτηρίου	Τιμή Στατιστικής Συνάρτησης Ελέγχου	P Value
DOWJONES	2,22183	DOW JONES	2,764
DAX	1,23077	DAX	2,087
FTSE	2,00167	FTSE	4,540

Παρατηρούμε ότι οι κατανομές των αποδόσεων των τριών χρηματιστηριακών δεικτών ενσωματώνουν το χαρακτηριστικό των παχιών ''ουρών''.

2.2.2 TO VOLATILITY CLUSTERING PHENOMENON

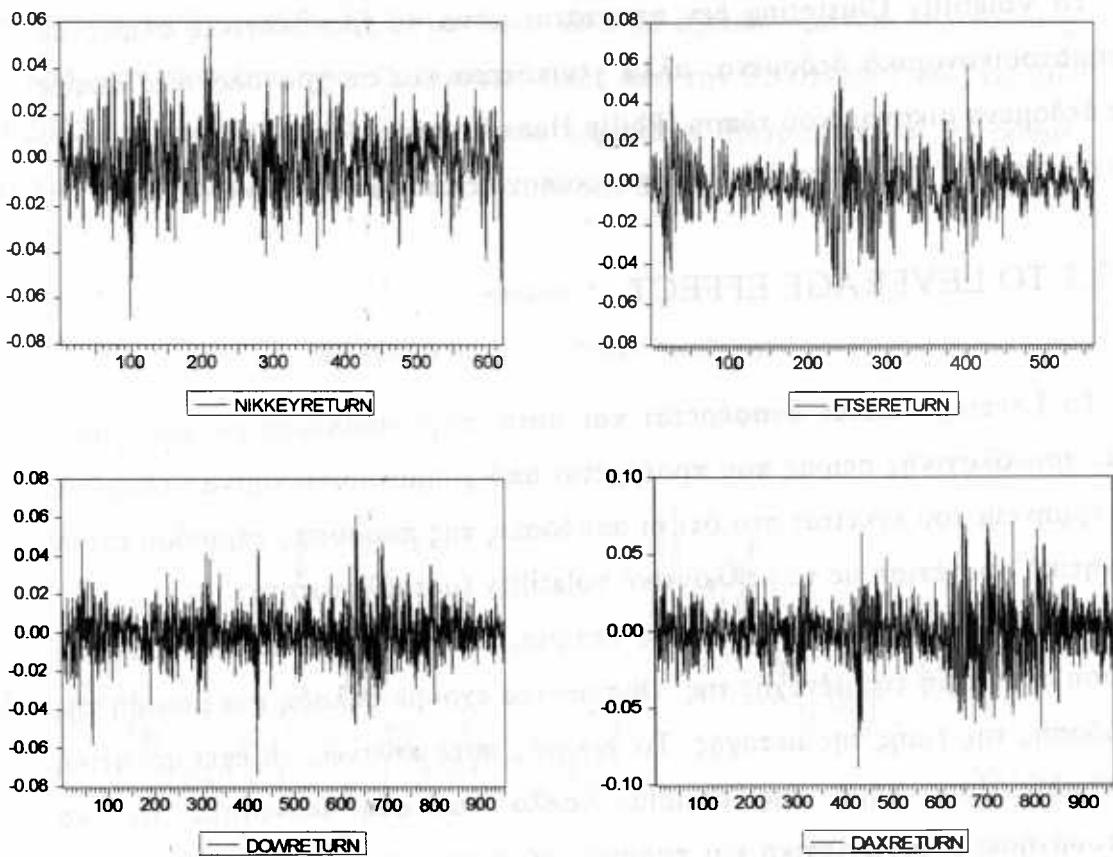
Όταν έχουμε δεδομένα οικονομικού τύπου (τιμές δεικτών μετοχών, ισοτιμίες συναλλάγματος κτλ) συχνά παρουσιάζεται το φαινόμενο του Volatility Clustering. Αυτό αναλύεται ως εξής: Στην διάρκεια των περιόδων που περιλαμβάνει μια χρονολογική σειρά, κάποιες από τις τιμές παρουσιάζουν πιο μεγάλη μεταβλητότητα, ή αλλιώς κίνδυνο, σε σχέση με τις άλλες τιμές. (Αναφέρουμε την έννοια του κινδύνου, γιατί, συνήθως στα οικονομικά δεδομένα σαν εξαρτημένη μεταβλητή έχουμε την απόδοση των δεδομένων αυτών. Η διακύμανση της απόδοσης αντιπροσωπεύει τον βαθμό κινδύνου που μπορεί να επιφέρει αυτή).

Αυτές οι τιμές που διαφέρουν δεν κατανέμονται ομοιόμορφα μέσα στον χρόνο. Αντιθέτως όπως αναφέρει και ο Mandelbrot (1963) «...large changes tend to be followed by large changes - of either sign – and small changes tend to be followed by small changes...».

Τα *Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα* Υπό Συνθήκη Ετεροσκεδαστικότητας (ARCH Models) όπως και τα *Γενικευμένα Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα* Υπό Συνθήκη Ετεροσκεδαστικότητας (GARCH Models), μπορούν να «συλλάβουν» αυτό το φαινόμενο, ενώ αντιθέτως τα ARMA υποδείγματα δύσκολα μπορούν να το διακρίνουν.

Διάγραμμα 4

Αποδόσεις Χρηματιστηριακών δεικτών



Στις ανωτέρω αποδόσεις τεσσάρων χρηματιστηριακών δεικτών, εμφανίζεται το φαινόμενο του Volatility Clustering. Υπάρχουν χρονικές περίοδοι όπου η μεταβλητότητα των αποδόσεων έχει μεγαλύτερη διακύμανση

και άλλες χρονικές στιγμές όπου η μεταβλητότητα των αποδόσεων είναι σαφώς πιο μικρή. Αυτό φαίνεται πολύ καθαρά στους δείκτες του Χρηματιστηρίου του Λονδίνου (FTSE) και της Νέας Υόρκης (Dow Jones).

Η προσπάθεια για διάγνωση του φαινομένου αυτού, γίνεται με σκοπό την πρόβλεψη του μελλοντικού volatility. Όπως αναφέραμε, ουσιαστικά πρόκειται για μια κλίμακα αξιολόγησης του κίνδυνου και της αβεβαιότητας. Με την βοήθεια της, υπό συνθήκης διακύμανσης που θα αναλυθεί στο τρίτο κεφάλαιο μπορούμε να καταγράψουμε και κατά το δυνατό να προβλέψουμε το μελλοντικό volatility. Αυτό είναι εξαιρετικά χρήσιμο για τις επενδύσεις, διότι με την κατάλληλη στρατηγική (με διάφορα χρηματοοικονομικά εργαλεία όπως options, futures κτλ) μπορούμε να αντισταθμίσουμε τον κίνδυνο ή μέρος αυτού.

To Volatility Clustering δεν απαντάται μόνο σε χρονολογικές σειρές με χρηματοοικονομικά δεδομένα, αλλά γενικότερα και σε χρονολογικές σειρές με δεδομένα οικονομικού τύπου (Philip Hans Frances 1998). Όχι όμως με την συχνότητα και την ένταση των χρηματοοικονομικών χρονολογικών σειρών

2.2.3 TO LEVERAGE EFFECT

To Leverage effect αναφέρεται και αυτό στην συμπεριφορά των τιμών μιας χρονολογικής σειράς που προέρχεται από χρηματοοικονομικά δεδομένα. Η ερμηνεία του έγκειται στο ότι οι αποδόσεις της παρούσας περιόδου έχουν αρνητική συσχέτιση με το μελλοντικό volatility (μεταβλητότητα).

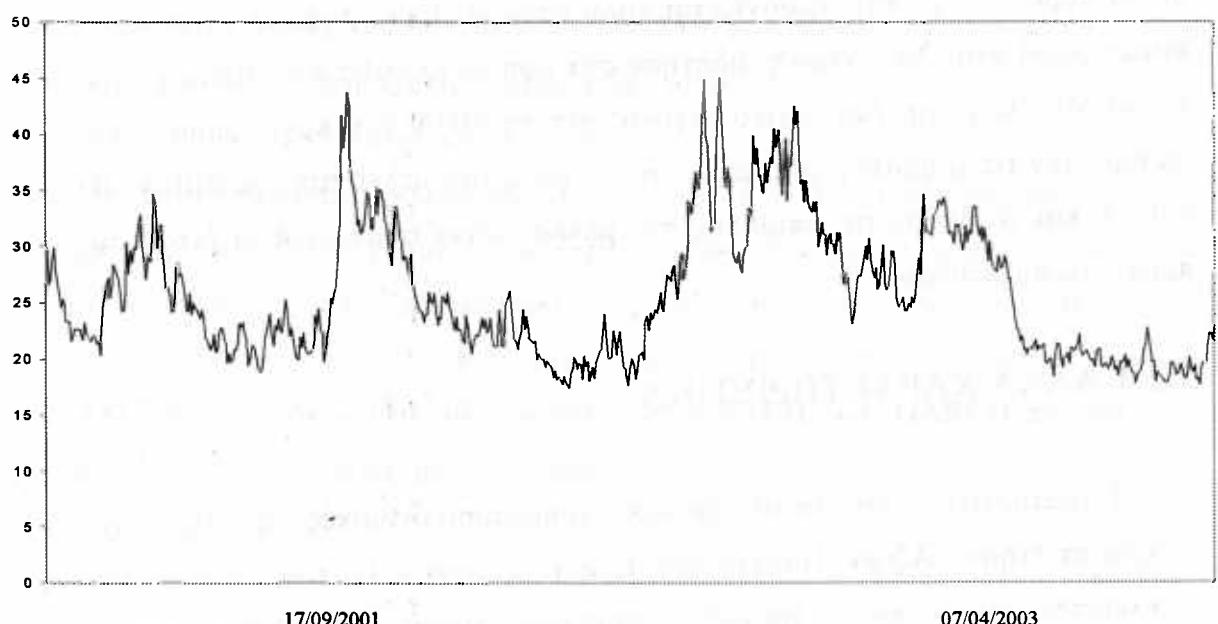
Εάν έχουμε για παράδειγμα μια εταιρία, όπου σήμερα παρουσιάζει μια πτώση στην τιμή της μετοχής της. Ουσιαστικά έχουμε δηλαδή μια μείωση της απόδοσης της τιμής της μετοχής. Το γεγονός αυτό πιθανώς να έχει αρνητική επίπτωση στην φήμη της εταιρίας, αλλά και στη ικανότητα της να λειτουργήσει ανταγωνιστικά και παραγωγικά στην αγορά. Θα υπάρχει λοιπόν μια αρνητική επίπτωση στο μέλλον. Στο άμεσο σύγουρα, ίσως και στο απότερο. Αυτή η αρνητική επίπτωση έχει αποδειχθεί ότι εκδηλώνεται με μία αύξηση του volatility. Αντιστρόφως κάποια θετικά νέα ή γεγονότα οδηγούν σε μείωση του volatility στο μέλλον.

Το γραμμικό υπόδειγμα GARCH(p,q) δεν μπορεί να διαγνώσει αυτό το χαρακτηριστικό και αυτός ήταν ένας από τους λόγους που αναπτύχθηκε ένα άλλο είδος υποδειγμάτων τα EGARCH.

Το volatility είναι μια σημαντική έννοια, η οποία ήταν επιθυμητό να πάρει μια συγκεκριμένη μορφή, μετρήσιμη για να μπορεί να επεξεργασθεί και να χρησιμοποιηθεί αντιστοίχως. Το 1990 το Chicago Board Options Exchange (CBOE) εισήγαγε έναν δείκτη μέτρησης της μεταβλητότητας, τον Volatility Index (VIX) ο οποίος μέσα από την μέτρηση του volatility, βάσης μιας εξαιρετικά πολύπλοκής διαδικασίας που δεν κρίνεται σκόπιμο να αναφερθεί εδώ, (για λεπτομερή ανάλυση μπορούμε να ανατρέξουμε στην ηλεκτρονική διεύθυνση του CBOE: www.cboe.com), έδινε μια ποσοτική έκφραση της αστάθειας στις αποδόσεις των χρηματοοικονομικών αγορών. Η τιμή βάσης του ήταν την 02-01-1990 17,24 μονάδες. Εδώ θα εξετάσουμε δύο περιπτώσεις ως προς την επίδραση του. Παίρνουμε τιμές από την 02-01-2001 εώς τις 30-09-2003, οι οποίες παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα και θα δούμε την εμφάνιση του Leverage effect σε αυτό τον δείκτη:

Διάγραμμα 5

ΔΕΙΚΤΗΣ VIX (02/01/2001 – 30/09/2003)



Η κλίμακα των για αναφέρει τις τιμές του δείκτη, ενώ στον χάρτη έχουμε τις χρονικές περιόδους. Επικεντρωνόμαστε σε δύο ενδεικτικές ημερομηνίες.

Η πρώτη ημερομηνία είναι η 17/09/2001 όπου είχαμε την επαναλειτουργία των χρηματιστηριακών αγορών στις ΗΠΑ μετά τα τραγικά γεγονότα της 11/09/2001. Η τιμή του δείκτη στις 10/09 ήταν 31,84 μετά εκτοξεύθηκε στις 41,76 μονάδες (17/09), παρότι λόγω των γεγονότων το χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης παρέμεινε κλειστό για μερικές ημέρες. Εδώ μπορούμε να πούμε ότι έχουμε και το χαρακτηριστικό των *non trading days* που θα εξετάσουμε στην επόμενη ενότητα. Ξαναγύρισε στα προγενέστερα επίπεδα στις 24/10/2001

Η δεύτερη ημερομηνία είναι η 07/04/2003 όπου είχαμε την κατάληψη της Βαγδάτης και την ουσιαστική κήρυξη του τέλους των εχθροπραξιών στο Ιράκ. Είναι η αρχή μιας καθοδικής πορείας για τον δείκτη, που ήταν ψηλά, λόγω ίσως του πολέμου. Τότε είχαμε μια τιμή 28,45 (07/04). Τις επόμενες ημέρες, είχαμε συνεχόμενη μείωση των τιμών που έπαιρνε ο δείκτης οι οποίες κατέληξαν να κυμαίνονται γύρω στις 20 μονάδες.

Η έννοια του volatility, είναι μια έννοια πολυσύνθετη, καθώς ο συγκεκριμένος δεν διαμορφώθηκε μόνο από αυτά τα γεγονότα, για τις ημερομηνίες που προαναφέρθηκαν. Γενικά όμως το φαινόμενο του Leverage effect παρατηρούμε ότι εμφανίζεται πολύ καθαρά. Ένα αρνητικό γεγονός, η καταστροφή στην Νέα Υόρκη οδήγησε στα ύψη το μελλοντικό volatility ενώ η νίκη σε μια μάχη, ένα θετικό γεγονός για τις ΗΠΑ που κατά κύριο λόγο καθορίζουν τις χρηματαγορές, μείωσαν τις τιμές του μελλοντικό volatility. Η ένταση και το βάθος της επιρροής στο μέλλον είναι σημαντικά θέματα που πρέπει να συζητηθούν.

2.2.4 ΆΛΛΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ

Παρατηρείται ότι όταν έχουμε χρηματοοικονομικές αγορές (πχ χρηματιστήρια, Αξιών, Παραγώγων, Εμπορευμάτων κτλ), που παραμένουν κλειστές για κάποιες χρονικές περιόδους (αργίες, Σαββατοκύριακα, έκτακτες διακοπές), όταν επαναλειτουργούν, ότι διαπραγματεύεται σε

αυτές παρουσιάζει πιο μεγάλη διακύμανση σε σχέση με τις υπόλοιπες ημέρες. Έχουμε δηλαδή μια συσσώρευση πληροφορίας, η οποία διαχέεται με πολύ έντονο ρυθμό σε σχέση με πριν όταν για κάποιο λόγο είναι αποκλεισμένη και στην συνέχεια της επιτραπεί να κινηθεί. Στο τρίτο κεφάλαιο θα δούμε μια παραλλαγή στα GARCH υποδείγματα που διαπραγματεύεται αυτή την συμπεριφορά. Το φαινόμενο αυτό στα αγγλικά αναφέρεται σαν *non trading days*.

Σε ένα χρηματιστηριακό δείκτη, ή γενικότερα σε μια αγορά χρηματοοικονομικών προϊόντων, μια αλλαγή στο volatility της αγοράς θα επιδράσει σε καθέναν από τους επιμέρους παράγοντες που συνθέτουν την αγορά αυτή.

Είναι αυτονόητο ότι χρηματοοικονομικά προϊόντα με μεγάλη μεταβλητότητα στην αλλαγή της τιμής της διαπραγμάτευσης τους, είναι πιο ευαίσθητα στην αλλαγή του volatility της αγοράς στην οποία μετέχουν, σε σχέση με κάποια άλλα που έχουν πιο σταθερή τιμή. Κάτι που το συναντάμε συχνά στην χρηματιστηριακή αγορά.

Αυτή η παρόμοια κίνηση της μεταβλητότητας των χρηματοοικονομικών στοιχείων προς την ίδια κατεύθυνση, υποδηλώνει ότι υπάρχουν κάποιοι κοινοί δομικοί παράγοντες στην δεσμευμένη διακύμανση και δεσμευμένη συνδιακύμανση των αποδόσεων τους που μπορούν να ερμηνεύσουν κατά ένα μεγάλο ποσοστό αυτή την κίνηση. Τέτοιοι είναι: η βιομηχανική παραγωγή, οι ισοτιμίες συναλλάγματος, τα επιτόκια και άλλα μακροοικονομικά μεγέθη.

Τα υποδείγματα χρονολογικών σειρών που θα εφαρμοσθούν σε χρηματοοικονομικά δεδομένα, θα πρέπει να μπορούν να αντιληφθούν αυτά τα χαρακτηριστικά που αναφέρθηκαν, να μπορούν να τα αναλύσουν και να τα προβλέψουν εάν είναι δυνατό. Αυτόν τον σκοπό επιδιώκει να εκπληρώσει η οικογένεια των υποδειγμάτων ARCH και GARCH που θα παρουσιάσουμε στο επόμενο κεφάλαιο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΙΤΟ

ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιάσουμε κάποια βασικά υποδείγματα ανάλυσης χρονολογικών σειρών. Η περιγραφή θα ξεκινήσει με την παρουσίαση των ARMA υποδειγμάτων, τα οποία υποθέτουν σταθερή διακύμανση για την στοχαστική διαδικασία.

Στην συνέχεια θα παρουσιάσουμε τα μονομεταβλητά υποδείγματα μεταβαλλόμενης διακύμανσης (ARCH, GARCH, EGARCH κτλ) και τα πλεονεκτήματα τους έναντι των παραδοσιακών υποδειγμάτων σταθερής διακύμανσης. Τέλος θα παρουσιάσουμε και πολυμεταβλητά υποδείγματα ετεροσκεδαστικότητας όπου μεταβάλλονται στο χρόνο όχι μόνο οι διακυμάνσεις, αλλά και οι συνδιακυμάνσεις των υπό ανάλυση δεδομένων.

Το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα (Autoregressive Model) τάξεως p ή αλλιώς AR(p) είναι:

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 Y_{t-2} + \dots + \alpha_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$$

Καλείται αυτοπαλίνδρομο, γιατί οι μεταβλητές $Y_{t-1}, Y_{t-2}, Y_{t-p}$ αποτελούν χρονικές υστερήσεις της εξαρτημένης μεταβλητής Y_t . Δηλαδή τα αυτοπαλίνδρομα υποδείγματα εκφράζουν το Y_t σαν γραμμική συνάρτηση των παρελθουσών πραγματικών τιμών τους, $Y_{t-1}, Y_{t-2}, Y_{t-p}$.

Το υπόδειγμά του κινητού μέσου (Moving Average) τάξεως q ή αλλιώς MA(q) είναι:

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Τα υποδείγματα κινητού μέσου δίνουν προβλέψεις για την εξαρτημένη μεταβλητή Y_t , οι οποίες προέρχονται από γραμμικό συνδυασμό παρελθουσών τυχαίων και ασυσχέτιστων σφαλμάτων.

Το *Μεικτό υπόδειγμα* ή *υπόδειγμα Αυτοπολύνδρομου Κινητού Μέσου ARMA (p,q)* δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$Y_t = a_0 + a_1 Y_{t-1} + a_2 Y_{t-2} + \dots + a_p Y_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Στα υποδείγματα που αναφέραμε παραπάνω, αλλά και για υποδείγματα που συνδέουν την εξαρτημένη μεταβλητή Y_t με ένα σύνολο εξωγενών μεταβλητών, οι συντελεστές $a_0, a_1, a_2, \dots, a_p$, μ , και $\theta_1, \dots, \theta_q$ είναι άγνωστοι και πρέπει να εκτιμηθούν. Τα σφάλματα του υποδείγματος ε_t είναι τυχαίες μεταβλητές, ανεξάρτητες και ισόνομα κατανεμημένες (independent and identically distributed) με μέσο 0 και διακύμανση σ^2 . Η στοχαστική αυτή διαδικασία (stochastic process) είναι γνωστή ως διαδικασία λευκού θορύβου (white noise).

Τα χαρακτηριστικά του λευκού θορύβου είναι:

- α) Σταθερός μέσος: $E(\varepsilon_t) = 0$
- β) Σταθερή διακύμανση (ομοσκεδαστικότητα): $Var(\varepsilon_t) = \sigma^2$
- γ) Δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση των τιμών του ε_t . Υπάρχει μια ανεξαρτησία μεταξύ των ε_t και έτσι ότι συμβαίνει την χρονική τ δεν επηρεάζεται από τις παρελθούσες τιμές των ε_t και δεν επηρεάζει τις μελλοντικές.

Οι παραδοχές αυτές, για το τι θα πρέπει να ισχύει ως προς τα κατάλοιπα των υποδειγμάτων, πολλές φορές δεν επαληθεύονται. Δηλαδή όταν έχουμε ετεροσκεδαστική διακύμανση των καταλοίπων (διακύμανση που μεταβάλλεται στον χρόνο, κάτι σύνηθες στα χρηματοοικονομικά δεδομένα), είναι πιθανό να έχουμε λάθος εκτιμήσεις, ειδικά για την πρόβλεψη από τα υποδείγματα ARMA.

Η διακύμανση των καταλοίπων επηρεάζει και την συνολική διακύμανση του μοντέλου, όπως παρατηρούμε παρακάτω. Εστω ότι έχουμε ένα αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα τάξης 1, AR(1) με μορφή που δίνεται από την σχέση:

$$Y_t = \alpha_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

όπου ε_t είναι λευκός θόρυβος με $V(\varepsilon_t) = \sigma^2$. Η δεσμευμένη μέση τιμή του Y_t είναι:

$$E\left(\frac{Y_t}{I_{t-1}}\right) = \alpha_1 Y_{t-1}$$

Η μη δεσμευμένη μέση τιμή είναι 0. Με I_{t-1} δηλώνουμε την πληροφορία μέχρι την χρονική t-1. Η δεσμευμένη διακύμανση (Conditional Variance) του AR(1) υποδείγματος είναι:

$$\text{Var}\left(\frac{Y_t}{I_{t-1}}\right) = \sigma^2$$

Η μη δεσμευμένη διακύμανση δίνεται από τον τύπο:

$$\text{Var}(Y_t) = \frac{\text{Var}(\varepsilon_t)}{1 - \alpha_1^2} \quad \text{όπου } \text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma^2$$

Στα υποδείγματα αυτού του τύπου, η διακύμανση των σφαλμάτων αλλά και των παρατηρήσεων είναι σταθερή.

Το γεγονός ότι στα αυτοπαλίνδρομα υποδείγματα κινητού μέσου (ARMA) η διακύμανση είναι σταθερή, αποτελεί ένα σημαντικό μειονέκτημα. Η διακύμανση των χρηματοοικονομικών χρονολογικών σειρών αλλάζει στο χρόνο, δεν είναι σταθερή. Η διακύμανση (volatility) είναι ένας σημαντικός παράγοντας στην αποτίμηση παράγωγων χρηματοοικονομικών προϊόντων



(option pricing), στην διαχείριση κινδύνου (risk management), καθώς επίσης και στην βελτίωση της ακρίβειας με την οποία εκτιμούμε τις παραμέτρους ενός υποδείγματος, αλλά και στην κατασκευή ακριβέστερων διαστημάτων εμπιστοσύνης.

Τα υποδείγματα που παρουσιάζονται στις ενότητες που ακολουθούν μοντελοποιούν την δεσμευμένη διακύμανση χρηματοοικονομικών χρονολογικών σειρών. Σύμφωνα με τα υποδείγματα αυτά η δεσμευμένη διακύμανση δεν είναι σταθερή, αλλά αλλάζει στο χρόνο. Τα υποδείγματα αυτά είναι γνωστά ως υποδείγματα μεταβαλλόμενης διακύμανσης ή ως μοντέλα ετεροσκεδαστικότητας και προτάθηκαν στην διεθνή βιβλιογραφία από τον Engle (1982) και αργότερα γενικεύθηκαν από τον Bollerslev (1986).

3.2 ΤΟ ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΤΥΠΟΥ ARCH

3.2.1 ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ARCH (ρ)

Η ουσία των υποδειγμάτων τύπου ARCH είναι ότι μοντελοποιούν την δεσμευμένη διακύμανση. Στην παρακάτω παρουσίαση των υποδειγμάτων θεωρούμε ότι $y_t = \varepsilon_t$, με $t = 1, 2, \dots, T$, όπου y_t είναι οι τιμές μιας παρατηρούμενης χρονολογικής σειράς και ε_t είναι τα τυπικά σφάλματα. Με μια ευρύτερη έννοια μπορεί να χρησιμοποιηθεί η σχέση $y_t = f(y_{t-1}) + \varepsilon_t$, όπου το y_t εξαρτάται από προηγούμενες τιμές της χρονολογικής σειράς.

Τα σφάλματα ε_t αποτελούν μια στοχαστική διαδικασία που δίνεται από την σχέση:

$$\varepsilon_t = z_t \sigma_t$$

Τα z_t είναι ανεξάρτητα και ισόνομα κατανεμημένα για κάθε t (independently and identically distributed) με μέσο 0 και διακύμανση 1. Εδώ η κατανομή που ακολουθείτε είναι η κανονική κατανομή. Επομένως έχουμε:

$$E(z_t) = 0 \quad \text{και} \quad \text{Var}(z_t) = 1 \quad \text{και} \quad z_t \sim N(0,1)$$

Ως προς το σ_t^2 αυτό δίνεται από μία θετικά ορισμένη συνάρτηση, η οποία εξαρτάται από ένα σύνολο πληροφοριών (δεδομένων) ως προς την χρονικής t-1, δηλαδή:

$$\sigma_t^2 = f(I_{t-1})$$

Με I_{t-1} δηλώνουμε την πληροφορία μέχρι την χρονική t-1.

Βάση των παραπάνω μπορούμε να υπολογίσουμε τον δεσμευμένο μέσο και την δεσμευμένη διακύμανση των σφαλμάτων ε_t ως εξής:

$$E(\varepsilon_t | I_{t-1}) = E(z_t \sigma_t | I_{t-1}) \cdot E(\sigma_t | I_{t-1}) = E(z_t) \cdot E(\sigma_t | I_{t-1}) = 0$$

Αντιστοίχως η δεσμευμένη διακύμανση ισούται:

$$\begin{aligned} \text{Var}(\varepsilon_t | I_{t-1}) &= E(\varepsilon_t^2 | I_{t-1}) - [E(\varepsilon_t | I_{t-1})]^2 = \\ &= E(z_t^2) \cdot E(\sigma_t^2 | I_{t-1}) - [E(z_t) \cdot E(\sigma_t | I_{t-1})]^2 = \\ &= 1 \cdot E(\sigma_t^2 | I_{t-1}) - [0 \cdot E(\sigma_t | I_{t-1})]^2 = E(\sigma_t^2 | I_{t-1}) = \sigma_t^2 \end{aligned}$$

Από τα παραπάνω καταλήγουμε στην γραμμική μορφή του ARCH υποδείγματος βαθμού p :

$$(\varepsilon_t | I_{t-1}) \sim N(0, \sigma_t^2)$$

$$\varepsilon_t = z_t \sigma_t$$

$$\text{όπου } z_t \text{ i.i.d. με } E(z_t) = 0 \quad \text{και} \quad \text{Var}(z_t) = 1$$

και I_{t-1} είναι το σύνολο τών πληροφοριών που έχουμε διαθέσιμες μέχρι την χρονική στιγμή $t-1$. Η δεσμευμένη διακύμανση σ_t^2 δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \cdot \varepsilon_{t-i}^2$$

Οι συντελεστές α_0 , α_i $i=1,\dots,p$ πρέπει να μην είναι αρνητικοί, για να εξασφαλίζεται η ύπαρξη θετικής διακύμανσης ($\sigma_t^2 \geq 0$) για όλα τα t . Επομένως πρέπει $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$ και $p \geq 0$

Η διακύμανση την χρονική στιγμή t , είναι ουσιαστικά μια υπό συνθήκη διακύμανση ή αλλιώς μία δεσμευμένη διακύμανση, (conditional variance) η οποία προέρχεται-εξαρτάται, από τις χρονικές υστερήσεις των τετραγωνικών καταλοίπων και από την σταθερά α_0 . Για το λόγο αυτό το ARCH(p) υπόδειγμα «συλλαμβάνει» το φαινόμενο του volatility clustering, κατά το οποίο μικρές (μεγάλες) αλλαγές ακολουθούνται από μικρές (μεγάλες) αλλαγές στις τιμές των αποδόσεων, οι οποίες είναι μη προβλέψιμου πρόσημου.

Στο γραμμικό ARCH(p) υπόδειγμα η μη δεσμευμένη διακύμανση δίνεται από την σχέση:

$$E(\varepsilon_t^2) = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^p \alpha_i} \quad \text{για } i=1,2,\dots,p$$

Με την προϋπόθεση ότι $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, για $i=1,\dots,p$ και ότι: $\sum_{i=1}^p \alpha_i < 1$.

Περισσότερες λεπτομέρειες αναφέρονται στον Engle (1982).¹

¹ Το παραπάνω αποτελεί το 2^o θεώρημα του Engle (1982), το οποίο αποτελεί μια πιο γενική εκδοχή του 1^o θεωρήματος που θα συναντήσουμε παρακάτω.

3.2.2 ΤΟ ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΤΥΠΟΥ ARCH (1)

Το πιο απλό ARCH υπόδειγμα είναι το ARCH(1), που προκύπτει από το ARCH(p) υπόδειγμα για $p=1$ προκύπτει από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$(\varepsilon_t \mid I_{t-1}) \sim N(0, \sigma_t^2)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \varepsilon_{t-1}^2$$

Σύμφωνα με τον Engle (1982), μια μεγάλη τιμή για το σφάλμα την μία χρονική περίοδο θα οδηγήσει σε μία αυξημένη διακύμανση για την κατανομή της επόμενης περιόδου. Η μνήμη όμως του υποδείγματος ARCH(1), έχει το εύρος μίας μόνο χρονικής περιόδου.

Εάν το $\alpha_1 = 0$ τότε η εξίσωση γίνεται:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 \Rightarrow \sigma_t^2 = \alpha_0 + 0 \Rightarrow \sigma_t^2 = \alpha_0$$

Άρα το σ_t^2 είναι σταθερό και όπως έχουμε δει πριν, $(\varepsilon_t \mid I_{t-1}) \sim N(0, \sigma_t^2)$ και δεδομένων των ιδιοτήτων του λευκού θορύβου, (μηδενικός ή σταθερός μέσος και σταθερή διακύμανση), τα κατάλοιπα στην συγκεκριμένη περίπτωση είναι λευκός θόρυβος.

Εάν το α_1 είναι θετικός αριθμός, οι πιο σωστές προβλέψεις θα επιτυγχάνονται όταν έχουμε ροπές υψηλών τάξεων.

Για πολύ μεγάλες τιμές του α_1 , η διακύμανση θα τείνει στο άπειρο. Εδώ έχουμε ένα σημαντικό στοιχείο που πρέπει να δώσουμε προσοχή. Η διακύμανση δεν μας βοηθάει εάν δεν είναι μετρήσιμη. Δηλαδή δεν πρέπει να τείνει στο άπειρο. Αποδεικνύεται ότι αν ισχύει $\alpha_1 < 1$ τότε η διακύμανση είναι πεπερασμένη και το υπόδειγμα μας είναι στάσιμο. Σε αυτή την κατεύθυνση μπορούν να βοηθήσουν και οι υπολογισμοί των ροπών.

Οι μονές ροπές είναι μηδέν, ενώ τις ζυγές μπορούμε να τις υπολογίσουμε βάση ενός τύπου που εισήγαγε ο Engle (1982). Σε όλες τις περιπτώσεις, υποθέτουμε ότι η διαδικασία, έχει ξεκινήσει κάποια μη δεδομένη στιγμή στο παρελθόν με πεπερασμένες αρχικές ροπές.

Θεώρημα (Engle 1982):

Για έναν ακέραιο αριθμό r , η ροπή τάξης $2r$ για το γραμμικό υπόδειγμα $ARCH(1)$, με $\alpha_0 > 0$ και $\alpha_1 \geq 0$ μπορεί να υπάρξει μόνο εάν ισχύει:

$$\alpha_1' \prod_{j=1}^r (2j-1) < 1$$

Βάση του παραπάνω τύπου υπολογίζονται οι ροπές δεύτερης και τέταρτης τάξεως:

$$E(\varepsilon_t^2) = \text{Var}(\varepsilon_t) = \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1}$$

$$E(\varepsilon_t^4) = \left[\frac{3\alpha_0^2}{(1-\alpha_1)^2} \right] \left[\frac{1-\alpha_1^2}{1-3\alpha_1} \right]$$

Για την μαθηματική απόδειξη τους και πιο λεπτομερή αναφορά μπορούμε να ανατρέξουμε στους Engle (1982), Bróntos (1997)

Η κατανομή των δεδομένων που προέρχεται από την εφαρμογή του γραμμικού υποδείγματος τύπου $ARCH(1)$, εμφανίζει πιο παχιές ουρές σε σχέση με τα δεδομένα που προέρχονται από την κανονική κατανομή. Αυτή η συσσώρευση των ακραίων τιμών, δεν αντιμετωπίζεται, όπως αναφέραμε και πριν, σαν πρόβλημα, αλλά αντιθέτως μοντελοποιείται και χρησιμοποιείται για ανάλυση και πρόβλεψη.

3.3 ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ARCH in Mean

Το υπόδειγμα ARCH ως προς τον μέσο, είναι μια προέκταση του ARCH υποδείγματος και εισήχθηκε για πρώτη φορά από τους Engle, Lilien, Robins, (1987). Έχει χρησιμοποιηθεί με επιτυχία στις αναλύσεις των αποδόσεων διάφορων χρηματοοικονομικών προϊόντων (πχ ομόλογα, μετοχές κτλ). Κυρίως χρησιμοποιείται όταν η αναμενόμενη απόδοση του προϊόντος έχει άμεση εξάρτηση από τον βαθμό του αναμενόμενου κινδύνου.

Το συγκεκριμένο υπόδειγμα αποδίδει καλύτερα την επίδραση του volatility πάνω στον δεσμευμένο μέσο.

Η δεσμευμένη διακύμανση σε αυτού του είδους τα υποδείγματα χρησιμοποιείται σαν ερμηνευτική μεταβλητή για τον δεσμευμένο μέσο (Christian Gourieroux 1998).

Στην εξίσωση του μέσου έχουμε σαν παραμέτρους: α) την δεσμευμένη διακύμανση (σ_t^2), ή εάν θέλουμε την τυπική απόκλιση, β) διάφορους εξωγενείς, ή προκαθορισμένους παράγοντες-μεταβλητές (X) και τέλος γ) με τα τυχαία σφάλματα (ε_t).

Την δεσμευμένη διακύμανση την χρησιμοποιούμε σαν εκτίμηση του κινδύνου που μπορεί να εμπεριέχει η συγκεκριμένη επένδυση. Η μορφή του είναι:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_3 \sigma_t^2 + \varepsilon_t$$

Όπου μπορούμε να θέσουμε το Y_t σαν την απόδοση της επένδυσης. Το σ_t^2 μπορούμε να το προσδιορίσουμε μέσα από μία GARCH ή ARCH διαδικασία.

Μία εναλλακτική διατύπωση του μοντέλου είναι η ακόλουθη:

$$Y_t = g(\sigma_t^2) + \beta_1 X + \varepsilon_t$$

3.4 ΤΟ ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΤΥΠΟΥ GARCH

3.4.1 ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ GARCH (p,q)

Το υπόδειγμα GARCH προτάθηκε το 1986 από τον Bollerslev. Η πλήρης του ονομασία είναι: Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity και στα Ελληνικά το αποδίδουμε σαν Γενικευμένα Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα Υπό Συνθήκη Ετεροσκεδαστικότητας. Το υπόδειγμα GARCH όπως αναφέρει και ο τίτλος του, αποτελεί μια γενίκευση του υποδείγματος ARCH. Χρησιμοποιείται με μεγάλη επιτυχία στην πρόβλεψη των δεσμευμένων διακυμάνσεων.

Το (p,q) στο υπόδειγμα GARCH (p,q) υποδηλώνει ως προς το πρώτο σκέλος το p, τους ARCH όρους, ή αλλιώς τις χρονικές υστερήσεις των κινητών μέσων (σφαλμάτων). Ως προς το δεύτερο σκέλος το q, υποδηλώνει τους GARCH όρους ή τον αριθμό των παρελθουσών διακυμάνσεων. Συγκεκριμένα η δεσμευμένη διακύμανση δίνεται από την σχέση:

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + a_p \varepsilon_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \beta_q \sigma_{t-q}^2$$

ή

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

με $i = 1, \dots, p$ και $j = 1, \dots, q$

Ταυτοχρόνως έχουμε σε ισχύ και τις σχέσεις που είχαμε δει και πιο πριν:

$$(\varepsilon_t \mid I_{t-1}) \sim N(0, \sigma_t^2)$$

$$\varepsilon_t = z_t \sigma_t$$

$$\text{με } E(z_t) = 0 \text{ και } \text{Var}(z_t) = 1$$

όπου I_{t-1} είναι το σύνολο των πληροφοριών που έχουμε διαθέσιμες μέχρι την χρονική στιγμή $t-1$

Για να μπορέσει να λειτουργήσει το υπόδειγμα, θα πρέπει οι σταθεροί όροι, δηλαδή τα $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_p$ και β_1, \dots, β_p να είναι: το α_0 μεγαλύτερο από το μηδέν και οι υπόλοιποι να είναι μεγαλύτεροι ή ίσοι με το 0. Επίσης ο Bollerslev (1986) απόδειξε ότι εάν ισχύει:

$$\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{j=1}^q \beta_j < 1$$

τότε η GARCH (p,q) διαδικασία είναι στάσιμη.

Όταν το $q = 0$ τότε η εξίσωση της δεσμευμένης διακύμανσης γίνεται:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-1}^2$$

δηλαδή γυρνάμε σε μια διαδικασία τύπου ARCH(p). Άμα ισχύει $p = q = 0$ τότε τα ε_t είναι λευκός θόρυβος.

Η χρησιμότητα του υποδείγματος GARCH έγκειται στο εξής: Έχει παρατηρηθεί ότι η εφαρμογή του υποδείγματος ARCH σε οικονομικές χρονολογικές σειρές, αρκετές φορές οδηγούσε σε υψηλή τιμές του p άρα και σε μεγαλύτερο αριθμό παραμέτρων για να εκτιμηθούν. Ακόμα δεν ήταν αρκετά βολικό να θεωρούμε όλα τα $\alpha_i \geq 0$. O Bollerslev (1986) για να ξεπεράσει αυτή την δυσκολία, προσέγγισε την p τάξη του ARCH υποδείγματος με ένα πολυώνυμο τάξεως (p,q), το οποίο μπορεί να γραφεί σαν ένα τυπικό ARMA υπόδειγμα για τα τετράγωνα των σφαλμάτων. Ενώ στο υπόδειγμα ARCH είχαμε την δεσμευμένη διακύμανση να προσδιορίζεται από τις χρονικές υστερήσεις των τετραγωνικών καταλοίπων, τώρα στο υπόδειγμα

τύπου GARCH προσδιορίζεται και από τις χρονικές υστερήσεις του εαυτού της.

Η πρακτική του εφαρμογή μας έχει δείξει ότι οι τιμές που παίρνει το ρ είναι σημαντικά μικρότερες σε σχέση με αυτές που θα είχε πάρει στο ARCH υπόδειγμα [Philips Hans Frances (1998)]. Επίσης έχει αποδειχθεί ότι το υπόδειγμα GARCH (p,q) μπορεί να περιγράψει αποτελεσματικά χρονολογικές σειρές που παρουσιάζουν ομαδοποιήσεις από μεγάλο αριθμό αρνητικών και θετικών τιμών. Μίλαμε δηλαδή για το φαινόμενο του Volatility Clustering, που είχαμε αναφέρει σε προηγούμενη ενότητα.

Το υπόδειγμα GARCH παράγει πρόβλεψη για μία περίοδο. Χρησιμοποιώντας αυτή την πρόβλεψη σαν βάση, μπορούμε να προβλέψουμε και για την επόμενη περίοδο και φυσικά με αυτό τον τρόπο μπορούμε να συνεχίσουμε. Αυτή η διαδικασία μας οδηγεί και σε μακροχρόνιες προβλέψεις.

Πιο αναλυτικά, το υπόδειγμα GARCH για κάθε δεδομένη τιμή των παραμέτρων α , β , α_0 και έχοντας α) μια αρχική εκτίμηση της διακύμανσης της πρώτης περιόδου, (η οποία συνήθως προκύπτει από την παρατηρούμενη διακύμανση των καταλοίπων), β) την μέση μη δεσμευμένη διακύμανση, γ) τα τετραγωνισμένα κατάλοιπα της πρώτης χρονικής περιόδου, τότε με αυτά τα δεδομένα μπορεί να υπολογίσει την πρόβλεψη για την διακύμανση της δεύτερης περιόδου.

Με την μέθοδο της εκτίμηση της μέγιστης πιθανοφάνειας θα μπορούσαμε να καταλήξουμε στις τιμές των α , β και α_0 , που κάνουν την καλύτερη προσαρμογή.

Για να μειώσουμε την πιθανότητα να έχουμε διαφορετική εκτίμηση της διακύμανσης σε σχέση με την πραγματική της τιμή, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε διάφορα διαγνωστικά τεστ. Ένα από τα πιο απλά είναι να κατασκευάσουμε μια άλλη χρονολογική σειρά αποτελούμενη από τα κατάλοιπα. Εάν έχουμε εξειδικεύσει σωστά το μοντέλο μας, θα πρέπει να έχουν σταθερό μέσο και διακύμανση. Πιο συνηθισμένο είναι το “Ljung box test”, Engle (2001)

3.4.2. ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ GARCH (1,1)

Το υπόδειγμα GARCH (1,1) αποτελεί την πιο απλή εκδοχή του GARCH (p,q). Χρησιμοποιείται ευρέως και με πολύ καλά αποτελέσματα. Η μορφή του είναι:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

και

$$(\varepsilon_t \mid I_{t-1}) \sim N(0, \sigma_t^2)$$

όπου έχουμε $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1 \geq 0$ και $\beta_1 \geq 0$. Για να είναι στάσιμη η διακύμανση, θα πρέπει να ισχύει $\alpha + \beta < 1$. Όπως και στο υπόδειγμα ARCH(1), έτσι και εδώ ο αναπτύχθηκε ένα θεώρημα για τον υπολογισμό της ροπής τάξης $2r$, από τον Bollerslev αυτή την φορά, με κύριο στόχο την επίτευξη της στασιμότητας της διαδικασίας. Αυτό αναφέρει:

Θεώρημα (Bollerslev 1986)

Για έναν ακέραιο αριθμό r , η ροπή τάξης $2r$ για το γραμμικό υπόδειγμα GARCH(1,1), μπορεί να νπάρξει μόνο εάν ισχύει:

$$\mu(\alpha_1, \beta_1, r) = \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} \alpha_j \alpha_1^j \beta_1^{r-j} < 1$$

όπου $\alpha_0 = 0$

$$\text{και } \alpha_j = \prod_{i=1}^j (2i-1) \text{ με } j = 1, 2, \dots$$

Η ροπή τάξης $2r$ δίνεται από τον τύπο:

$$E(\varepsilon_t^{2r}) = a_r \left[\sum_{n=0}^{r-1} a_n^{-1} E(\varepsilon_t^{2n}) a_0^{r-n} \binom{r}{r-n} \mu(a_1, \beta_1, n) \right] [1 - \mu(a_1, \beta_1, r)]^{-1}$$

Σαν συμπλήρωμα μπορούμε να αναφέρουμε ότι η δεσμευμένη διακύμανση θα μπορούσε να είναι συνάρτηση μίας ή περισσότερων εξωγενών μεταβλητών. Αυτές θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν προσθετικά σαν επιπλέον προσδιοριστικοί παράγοντες της δεσμευμένης διακύμανσης. Π.χ. εάν είχαμε μία τέτοια μεταβλητή την οποία θα ονομάζαμε X , το υπόδειγμα GARCH(1,1) θα γινόταν:

$$\sigma_t^2 = a_o + a_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \gamma_1 X$$

3.5 ΆΛΛΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΤΥΠΟΥ GARCH

3.5.1 ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ EGARCH

Το συγκεκριμένο υπόδειγμα προτάθηκε από τον Nelson (1991), ο οποίος εισήγαγε την περίπτωση η διακύμανση να έχει ασύμμετρη μορφή ως προς το είδος της πληροφόρησης που έρχεται στην αγορά που δραστηριοποιούμαστε.

Εδώ έχουμε και ένα σημαντικό σημείο διαφοροποίησης με το GARCH υπόδειγμα. Το υπόδειγμα EGARCH μπορεί να επεξεργαστεί το “Leverage effect” κάτι που δεν μπορούν να κάνουν τα προηγούμενα υποδείγματα.

Το “Leverage effect” έγκειται στο ότι οι αποδόσεις αρκετών χρηματοοικονομικών προϊόντων έχουν αρνητική συσχέτιση με τις αλλαγές στο “volatility” των τιμών, οι οποίες προέρχονται από εισροή πληροφοριών. Θετικές πληροφορίες οδηγούν σε μείωση του “volatility”, ενώ αντίθετα αρνητικές πληροφορίες οδηγούν σε αύξηση του.

Το υπόδειγμα GARCH κατά τον καθορισμό της δεσμευμένης διακύμανσης στηρίζεται στο μέγεθος του ε_t^2 και όχι στο πρόσημο του. Αυτό δεν το εξετάζει

Η διαφοροποίηση όπως βλέπουμε, είναι η εισαγωγή της ευαισθησίας ως προς τα πρόσημα για τα κατάλοιπα. Εάν θεωρήσουμε ότι η εισερχόμενη πληροφόρηση τα επηρεάζει, τότε η δεσμευμένη διακύμανση θα επηρεάζεται διαφορετικά από τα κατάλοιπα με θετικό πρόσημο σε σχέση με όταν αυτά έχουν αρνητικό πρόσημο.

Η μορφή του υποδείγματος EGARCH (p,q) είναι:

$$(\varepsilon_t \mid I_{t-1}) \sim N(0, \sigma_t^2)$$

$$\text{με } \varepsilon_t = z_t \sigma_t \Rightarrow z_t = \varepsilon_t / \sigma_t$$

$$\text{όπου } E(z_t) = 0 \text{ και } \text{Var}(z_t) = 1$$

I_{t-1} είναι το σύνολο των πληροφοριών που έχουμε διαθέσιμες μέχρι την χρονική στιγμή t-1. Για την δεσμευμένη διακύμανση χρησιμοποιούμε τον λογάριθμο της:

$$\ln \sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i \ln \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \left\{ \theta \cdot z_{t-j} + \gamma (|z_{t-j}| - (2/\pi)^{1/2}) \right\}$$

Το $(2/\pi)^{1/2}$ είναι ίσο, κάτω από την υπόθεση της δεσμευμένης κανονικότητας (Conditional Normality), με το $E|z_{t-1}|$ και γι αυτό τοποθετείτε στην ανωτέρω εξίσωση.

Αντιστοίχως η μορφή του υποδείγματος EGARCH (1,1) είναι:

$$\ln \sigma_t^2 = a_0 + a_1 \ln(\sigma_{t-1}^2) + \beta_1 [\theta \cdot z_{t-1} + \gamma (|z_{t-1}| - (2/\pi)^{1/2})]$$

εάν θέσουμε το β_1 να είναι ίσο με την μονάδα τότε η εξίσωση της δεσμευμένης διακύμανσης γίνεται:

$$\ln \sigma_t^2 = a_0 + a_1 \ln(\sigma_{t-1}^2) + \theta \cdot z_{t-1} + \gamma(|z_{t-1}| - (2/\pi)^{1/2})$$

Επίσης εάν το α_1 είναι ίσο με το μηδέν τότε το υπόδειγμα γίνεται

$$\ln \sigma_t^2 = a_0 + \theta \cdot z_{t-1} + \gamma(|z_{t-1}| - (2/\pi)^{1/2})$$

όπου το ονομάζουμε Exponential ARCH ή αλλιώς EARCH.

3.5.2 ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ TARCH

Ένα άλλο υπόδειγμα τύπου GARCH είναι και το Threshold ARCH ή αλλιώς TARCH, που προτάθηκε από τους Glosten, Jagannathan, Runkle (1992) και Rabemananjara, Zakoian (1993).

Όπως το υπόδειγμα EGARCH(p,q) έτσι και το TARCH, έχει μη συμμετρική διακύμανση ως προς τα κατάλοιπα αυτή την φορά. Αυτή εκδηλώνεται με την ύπαρξη μιας ψευδομεταβλητής (dummy variable), την d_t , η οποία παίρνει τις εξής τιμές :

Για $\varepsilon_{t-1} < 0$ το d_{t-1} γίνεται 1

και

Για $\varepsilon_{t-1} \geq 0$ το d_{t-1} γίνεται 0

Η εξίσωση της δεσμευμένης διακύμανσης για το υπόδειγμα TARCH(p,q) είναι:

$$\sigma_t^2 = a_o + \sum_{i=1}^p (a_i \varepsilon_{t-1}^2) + \gamma d_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-1}^2$$

όπου ο όρος $\sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-1}^2$ παραπέμπει στο υπόδειγμα τύπου GARCH.

Αντίστοιχα το υπόδειγμα TARCH(1,1) είναι:

$$\sigma_t^2 = a_o + a_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma d_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

Εάν το $\gamma > 0$, τότε η ροή πληροφοριών αρνητικού περιεχομένου έχει μεγαλύτερη επίδραση στο volatility, (αυξητικά) από ότι έχει μία ροή θετικών πληροφοριών, η οποία το μειώνει. Ισχύει δηλαδή το “Leverage effect”.

3.5.3 ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ QUADRATIC GARCH

Το υπόδειγμα QUADRATIC GARCH, ή αλλιώς QGARCH προτάθηκε και αναλύθηκε από τους Engle (1993) και Santana (1995). Ανήκει και αυτό στην κατηγορία των μη συμμετρικών μοντέλων.

Η εξίσωση της δεσμευμένης διακύμανσης για το υπόδειγμα QGARCH (p,q) είναι:

$$\sigma_t^2 = a_o + \sum_{i=1}^p (a_i \varepsilon_{t-1}^2) + \sum_{i=1}^p (\gamma_i \varepsilon_{t-1}) + 2 \sum_{i=1}^p \sum_{k=i+1}^p (\delta_{ik} \varepsilon_{t-i} \varepsilon_{t-k}) + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-1}^2$$

όπου ο όρος $\sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-1}^2$ παραπέμπει στο υπόδειγμα τύπου GARCH.

Αντίστοιχα το υπόδειγμα QGARCH(1,1) είναι:

$$\sigma_t^2 = a_o + \alpha_1 (\varepsilon_{t-1} + \zeta)^2 + \beta_1 \varepsilon_{t-1}^2$$

όπου ο όρος $\beta_1 \varepsilon_{t-1}^2$ παραπέμπει στο υπόδειγμα τύπου GARCH.

Όπως και στην περίπτωση του TARCH(p,q) έτσι και εδώ μια θετική τιμή του ζ , σημαίνει ότι η ροή πληροφοριών αρνητικού περιεχομένου έχει αυξητική επίδραση στο volatility.

3.5.4 ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ GARCH ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΜΕΝΟ ΓΙΑ NON TRADING DAYS

Είχαμε δει στο προηγούμενο κεφάλαιο την περίπτωση των non trading days. Δηλαδή την επιρροή που είχανε οι αργίες στη μεταβολή του μεγέθους της διακύμανσης. Αυτό το χαρακτηριστικό των χρηματοοικονομικών χρονολογικών σειρών, επεξεργάστηκαν οι Engle, Noh, Cane, σε ένα άρθρο τους το 1994 για την χρησιμοποίηση των GARCH υποδειγμάτων στην αποτίμηση χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων.

Για το θέμα των αργιών κατέληξαν σε μία παραλλαγή – προέκταση του υποδείγματος GARCH το οποίο θα ενσωματώνει αυτή την ιδιότητα. Εισήγαγαν μια νέα μεταβλητή την η_t , η οποία αντιπροσωπεύει τον αριθμό των ημερολογιακών ημερών που μεσολαβούν από την τελευταία τιμή κλεισίματος (για τους δείκτες, ομόλογα, χρηματοοικονομικά δικαιώματα, μετοχές κτλ) Άρα μεταξύ δύο εργάσιμων ημερών το η_t είναι ίσο με ένα, από την Παρασκευή στην Δευτέρα είναι τρία, από την Παρασκευή στην Τρίτη είναι τέσσερα κτλ

Εάν οι ημέρες εργασίας και οι ημέρες αργίας έχουν την ίδια συμμετοχή στο volatility, τότε το πιο λογικό θα ήταν να πολλαπλασιάσουμε την πρόβλεψη που θα κάνουμε για μία ημέρα με το η_t . Επειδή όμως η διακύμανση στα υποδείγματα GARCH βασίζεται σε προβλέψεις προηγούμενων περιόδων, θα πρέπει αυτές να μετατραπούν σε προβλέψεις μίας περιόδου (ημέρας) με το να διαιρεθούν με το η_{t-1}

Υπάρχει και το ενδεχόμενο οι ημέρες αργιών να έχουν μικρότερη συμμετοχή στο σχηματισμό του volatility σε σχέση με τις εργάσιμες. Γι αυτό οι συγγραφείς εισάγουν μία εξωγενής μεταβλητή την δ , η οποία απεικονίζει

τον καθημερινό ποσοστιαίο ρυθμό μεταβολής της διακύμανσης πάνω στην τιμή κλεισίματος, σε σχέση με το κλείσιμο της προηγούμενης. Επίσης προσαρμόζει την τιμή της μεταβλητής με ένα παράγοντα, τον η_t^δ

Ετσι έχουμε:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

όπου το y_t είναι η απόδοση του χρηματοοικονομικού στοιχείου την περίοδο t και αντιστοίχως το y_{t-1} είναι η απόδοση την περίοδο t-1. Η προσαρμοσμένη δεσμευμένη διακύμανση είναι:

$$\frac{\sigma_t^2}{\eta_t^\delta} = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{\varepsilon_{t-1}^2}{\eta_{t-1}^\delta} + \alpha_2 \frac{\sigma_{t-1}^2}{\eta_{t-1}^\delta}$$

3.6 ΑΝΑΦΟΡΑ ΣΕ ΠΟΛΥΜΕΤΑΒΛΗΤΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ

3.6.1 ΤΟ ΔΙΜΕΤΑΒΛΗΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ARCH

Η πολυπλοκότητα των προβλημάτων που αντιμετωπίζουν οι ερευνητές, συχνά είναι εξαιρετικά δύσκολο να αντιμετωπισθούν με υποδείγματα που έχουν μόνο μία εξαρτημένη μεταβλητή. Γι αυτό χρησιμοποιούνται υποδείγματα με πάνω από μία εξαρτημένης μεταβλητή. Σε αυτή την ενότητα θα αναφερθούμε σε δύο από τα πιο βασικά και ταυτοχρόνως πιο απλά πολυμεταβλητά υποδείγματά: Το διμεταβλητό ARCH και το διμεταβλητό GARCH, υπόδειγμα. Για το διμεταβλητό ARCH έστω ότι η εξαρτημένη μεταβλητή είναι η Y_t , με $t = 1, 2, \dots, T$. Όμως τώρα το Y_t είναι ίσο με:

$Y_t = (y_{1t}, y_{2t})$ όπου:

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t | I_{t-1} \sim N_2(0, \Sigma_t)$$

$$\Sigma_t = \begin{bmatrix} \sigma_{1,t}^2 & \sigma_{12,t} \\ \sigma_{21,t} & \sigma_{2,t}^2 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_{1,t}^2 = c_{11} + a_{11} \varepsilon_{1,t-1}^2$$

$$\sigma_{21,t} = c_{21} + a_{22} \varepsilon_{1,t-1} \varepsilon_{2,t-1}$$

$$\sigma_{2,t}^2 = c_{22} + a_{33} \varepsilon_{2,t-1}^2$$

Το μ είναι ένας πίνακας 2×1 που αποτελείται από σταθερούς όρους. Το ε_t είναι ένας αντίστοιχος πίνακας 2×1 των καταλοίπων. Ο όρος I_{t-1} αναφέρεται, όπως και στα μονομεταβλητά υποδείγματα, στην πληροφορία που είναι διαθέσιμη την χρονική στιγμή $t-1$. Το Σ_t είναι ένας πίνακας 2×2 της συνδιακύμανσης, ο οποίος αποτελείται από το $\sigma_{i,t}^2$ με $i=1,2$, που αντιπροσωπεύει την διακύμανση της i μεταβλητής την χρονική στιγμή t . Το $\sigma_{12,t}$ είναι η συνδιακύμανση της πρώτης μεταβλητής με την δεύτερη την χρονική στιγμή t . Το αντίστοιχο ισχύει για το $\sigma_{21,t}$.

Για να παραμείνει θετικό το Σ_t , θα πρέπει να ισχύει:

$$c_{11} > 0 \text{ και } c_{22} > 0, \quad c_{11}c_{22} - c_{21}^2 > 0$$

και

$$a_{11} \geq 0 \text{ και } a_{33} \geq 0, \quad a_{11}a_{33} - a_{22}^2 > 0$$

Για απόδειξη και λεπτομερή ανάλυση μπορούμε να ανατρέξουμε στους Kraft και Engle (1982), Vrontos (2001).

3.6.2 ΤΟ ΔΙΜΕΤΑΒΛΗΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ GARCH

Πάνω στη ίδια λογική o Bollerslev (1990) έκανε την πρόταση του για το διμεταβλητό υπόδειγμα GARCH, με σταθερή υπό συνθήκη αυτοσυσχέτιση.

Όπως και πριν έχουμε:

$$\mathbf{Y}_t = (y_{1t}, y_{2t})' \quad \text{όπου } t = 1, 2, \dots T$$

$$\mathbf{Y}_t = \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_t | I_{t-1} \sim N_2(0, \Sigma_t)$$

$$\Sigma_t = \begin{bmatrix} \sigma_{1,t}^2 & \sigma_{12,t} \\ \sigma_{21,t} & \sigma_{2,t}^2 \end{bmatrix}$$

Τώρα υπεισέρχεται και η διαφοροποίηση σε σχέση με προηγουμένως, με την εισαγωγή των GARCH όρων:

$$\sigma_{1,t}^2 = \alpha_{01} + \alpha_{11}\varepsilon_{1,t-1}^2 + \beta_{11}\sigma_{1,t-1}^2$$

$$\sigma_{2,t}^2 = \alpha_{02} + \alpha_{21}\varepsilon_{2,t-1}^2 + \beta_{21}\sigma_{2,t-1}^2$$

$$\sigma_{12,t} = \rho_{12}(\sigma_{1,t}^2 \sigma_{2,t}^2)^{1/2}$$

Το μ είναι ένα διάνυσμα 2×1 που αποτελείται από σταθερούς όρους. Το $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ είναι ένα διάνυσμα 2×1 των καταλοίπων. Ο όρος I_{t-1} αναφέρεται στην πληροφορία που είναι διαθέσιμη την χρονική στιγμή $t-1$. Το Σ_t είναι ένας

πίνακας 2×2 της συνδιακύμανσης, ο οποίος αποτελείται από το $\sigma_{i,t}^2$ με $i=1,2$, που αντιπροσωπεύει την διακύμανση της i μεταβλητής την χρονική στιγμή t . Το $\sigma_{12,t}$ είναι η συνδιακύμανση της πρώτης μεταβλητής με την δεύτερη την χρονική στιγμή t . Το ρ_{12} είναι ο συντελεστής συσχέτισης της πρώτης σε σχέση με την δεύτερη μεταβλητή, η οποία είναι σταθερή στο χρόνο. Για να παραμένει θετικό το Σ_t θα πρέπει να ισχύει:

$$\alpha_{0i} > 0 \text{ και } \alpha_{il} \geq 0$$

$$\beta_{il} \geq 0 \text{ με } i=1,2$$

$$-1 < \rho_{12} < 1$$

Για την ύπαρξη στασιμότητας θα πρέπει ακόμα να έχουμε:

$$\alpha_{ii} + \beta_{ii} < 1 \text{ με } i = 1,2$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΕΤΑΡΤΟ

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΩΝ ARMA ΚΑΙ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΣΕ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΥΣ ΔΕΙΚΤΕΣ

4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

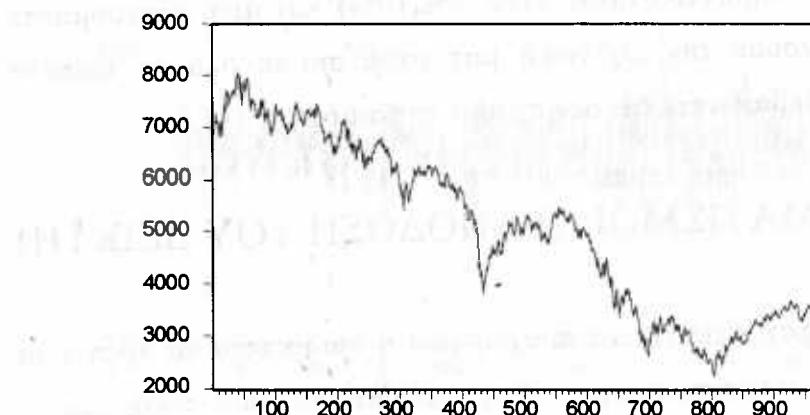
Τα στοιχεία που θα αναλύσουμε αφορούν 950 τιμές του χρηματιστηριακού δείκτη DAX του χρηματιστηρίου της Φρανκφούρτης και καλύπτουν την περίοδο από 10/01/2000 έως 26/09/2003.

Θα εφαρμόσουμε διαδικασίες υποδειγμάτων που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη ενότητα ξεκινώντας από τα ARIMA και καταλήγοντας στην οικογένεια των υποδειγμάτων ARCH, με βασική προσπάθεια να καταδείξουμε την ανεπάρκεια των πρώτων ως προς το θέμα της συμπεριφοράς των καταλοίπων τους, όταν έχουν να επεξεργασθούν τέτοιας φύσεως δεδομένα.

Παραθέτουμε αρχικά το γράφημα της κίνησης του δείκτη (DAXPRICE) για να σχηματίσουμε μια πρώτη εικόνα:

Διάγραμμα 6

Κίνηση του δείκτη DAX (20/09/2000- 26/09/2003)



Από το παραπάνω γράφημα του DAXPRICE είναι εμφανής η ύπαρξη μη στασιμότητας ως προς τον μέσο, καθώς αυτός φαίνεται να μετατοπίζεται διαχρονικά. Η διακύμανση δείχνει σε γενικές γραμμές να μην παραμένει σταθερή.

Ένας άλλος δόκιμος τρόπος για να εξετάσουμε την στασιμότητα της δεδομένης χρονολογικής σειράς είναι οι έλεγχοι μοναδιαίας ρίζας. Θεωρώντας την εξίσωση: $\Delta y_t = a\Delta y_{t-1} + \varepsilon_t$, κάνουμε τον έλεγχο $H_0 : a = 1$ έναντι της εναλλακτικής $H_1 : a < 1$. Ουσιαστικά δηλαδή η μηδενική υπόθεση είναι η μη στασιμότητα της χρονολογικής σειράς και εναλλακτική υπόθεση η στασιμότητα της. Εάν δεν απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση τότε θα καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι η σειρά μας δεν είναι στάσιμη. Κάνοντας τον επαυξημένο έλεγχο Dickey-Fuller (Augmented Dickey-Fuller, ADF) παίρνουμε τα ακόλουθα αποτελέσματα:

Πίνακας 2

Έλεγχος Μοναδιαίας Ρίζας βάση των Dickey-Fuller στην μεταβλητή DAXPRICE

ADF Test Statistic	-1,447093			
		1%	Critical Value	-2,5678
		5%	Critical Value	-1,9397
		10%	Critical Value	-1,6158

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι η στατιστική μας συνάρτηση ελέγχου ADF παίρνει τιμή -1,447093 μεγαλύτερη από κάθε τιμή p-value των διαθέσιμων επιπέδων σημαντικότητας (1%, 5%, 10%) και άρα οδηγούμαστε στο να μην απορρίψουμε την μηδενική μας υπόθεση σε όλα τα επίπεδα σημαντικότητας. Επιβεβαιώνετε ότι δεν έχουμε στασιμότητα.

4.2 ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ (Η ΑΠΟΔΟΣΗ ΤΟΥ ΔΕΙΚΤΗ)

Στις ανωτέρω καταστάσεις για να προχωρήσει η διαδικασία θα πρέπει να γίνουν οι ανάλογοι μετασχηματισμοί. Στην περίπτωση των οικονομικών δεδομένων και ειδικότερα των χρηματιστηριακών δεικτών και των τιμών

συναλλάγματος, δεν μας ενδιαφέρει τόσο η τιμή του ίδιου του δείκτη όσο της απόδοσης του. Έτσι μετασχηματίζουμε τον DAXPRICE σε:

$$Y_t = \log\left(\frac{D_t}{D_{t-1}}\right) = \log(D_t) - \log(D_{t-1})$$

όπου το Y_t είναι η απόδοση του δείκτη στο χρόνο t (DAXRETURN) και:

D_t = η τιμή κλεισίματος του δείκτη στο χρόνο t

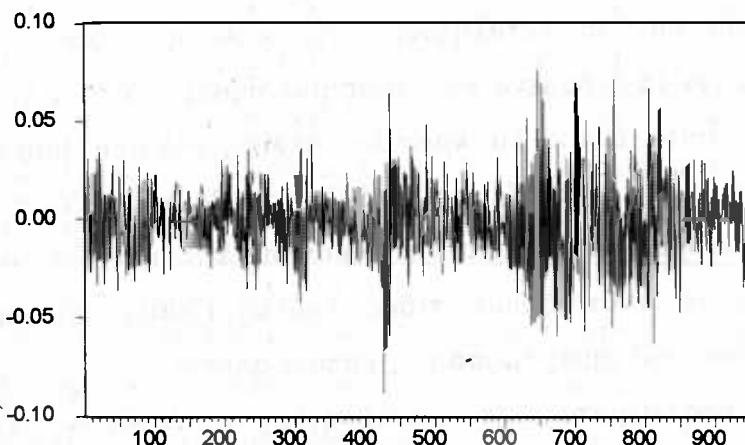
D_{t-1} = η τιμή κλεισίματος του δείκτη στο χρόνο t-1

Βλέπουμε δηλαδή ότι ουσιαστικά έχουμε τις πρώτες διαφορές των λογαρίθμων.

Για πιο αναλυτική εξήγηση του συγκεκριμένου μετασχηματισμού χρήσιμες είναι οι αναφορές στους Shephard (1996), Βρόντος (1997), Ντεγιαννάκης (2003). Οι αποδόσεις του δείκτη DAX παρουσιάζονται στο ακόλουθο διάγραμμα:

Διάγραμμα 7

Κίνηση του DAXRETURN (20/09/2000- 26/09/2003)



Παρατηρούμε ότι ο μέσος όρος των αποδόσεων κινείται γύρω από το 0. Αν επαναλάβουμε τον έλεγχο της μοναδιαίας ρίζας θα παρατηρήσουμε τα εξής αποτελέσματα :

Πίνακας 3

Έλεγχος Μοναδιαίας Ρίζας βάση των Dickey-Fuller στην μεταβλητή DAXRETURN

ADF Test Statistic	-32,12435	
1%	Critical Value	-2,5679
5%	Critical Value	-1,9397
10%	Critical Value	-1,6158

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι η στατιστική μας συνάρτηση ελέγχου ADF παίρνει τιμή $-32,12435$ μικρότερη από κάθε τιμή p-value των διαθέσιμων επιπέδων σημαντικότητας ($1\%, 5\%, 10\%$) και άρα οδηγούμαστε στο να απορρίψουμε την μηδενική μας υπόθεση σε όλα τα επίπεδα σημαντικότητας (ακόμη και στο 1%).

4.3 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΩΝ ARMA

4.3.1 ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΟΥ ΚΑΛΥΤΕΡΟΥ ARMA ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ

Στην προσπάθεια μας να καταλήξουμε στο καλύτερο υπόδειγμα της κατηγορίας ARMA για τα δεδομένα μας, χρησιμοποιήσαμε κάποια κριτήρια. Τα κυριότερα από αυτά είναι: Τα κριτήρια Akaike (Akaike Information Criterion) με αρχικά AIC και το Schwartz (Schwartz Bayesian Criterion) με αρχικά SBC. Για λεπτομερή ανάλυση του τι σημαίνουν και τι εξηγούν αυτά τα κριτήρια μπορούμε να ανατρέξουμε στους Δημέλη (2001), Ντεγιαννάκη (2003). Πρέπει να δώσουμε όμως έμφαση σε κάποια σημεία.

Επειδή στα υποδείγματα με μεταβλητές υστερήσεων κάποιες παρατηρήσεις από την αρχή και το τέλος χάνονται, είναι σημαντικό να έχουμε κοινό δείγμα για τις συγκρίσεις των υποδειγμάτων, κάτι που εδώ συμβαίνει. Επίσης θα πρέπει να έχουμε κοινή εξαρτημένη μεταβλητή, στα υπό εξέταση

υποδείγματα μας. Εδώ είναι η απόδοση του χρηματιστηριακού δείκτη (DAXRETURN).

Τα κριτήρια Akaike (Akaike Information Criterion) και το Schwartz (Schwartz Bayesian Criterion), επιλέγουν το κατάλληλο μοντέλο με βάση την προσαρμογή των δεδομένων σε αυτό (fitting) και όχι με βάση την προβλεπτική ικανότητα του ως προς την εξαρτημένη μεταβλητή.

Το Schwartz είναι μια επέκταση του Akaike και θεωρείται καλύτερο, διότι επιβάλει μια "ποινή" μεγαλύτερη σε σχέση με το Akaike, όταν έχουμε είσοδο μιας νέας παραμέτρου στο υπόδειγμα. Άλλιώς, το οριακό κόστος προσθήκης μιας μεταβλητής είναι μεγαλύτερο στο Schwartz από ότι στο Akaike. Στις περιπτώσεις που οι εφαρμογές μας πραγματοποιούνται στο πακέτο EVIEWΣ επιλέγουμε το υπόδειγμα που έχει την μικρότερη τιμή στα παραπάνω κριτήρια. Ακολουθεί πίνακας όπου έχουμε τις τιμές για τα αντίστοιχα κριτήρια στα υποδείγματα που εξετάσαμε :

Πίνακας 4

Απεικόνιση των τιμών των κριτηρίων AIC και SBC για τα υποδείγματα ARMA

ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ	AKAIKE CR. (AIC)	SCHWARTZ CR. (SBC)
AR(1)	-4,953957	-4,943715
AR(2)	-4,951107	-4,935732
MA(1)	-4,959038	-4,944805
MA(2)	-4,953185	-4,937836
ARMA(1,1)	-4,953002	-4,937640
ARMA(1,2)	-4,951725	-4,931243
ARMA(2,1)	-4,950645	-4,930145
ARMA(2,2)	-4,951154	-4,925529

Παρατηρούμε ότι οι διαφορές είναι οριακές, αυτό όμως που υπερισχύει είναι το MA(1). Για να είμαστε όσο πιο αντιπροσωπευτικοί μπορούμε, θα επιλέξουμε και το καλύτερο, βάση των κριτηρίων, ARMA υπόδειγμα, το οποίο εδώ είναι το ARMA(1,1). Σε αυτή την επιλογή μας, συνηγορεί το ότι οι όροι του ARMA(1,1) βγήκαν στατιστικά σημαντικοί, ενώ του MA(1) όχι.

Βέβαια είναι σε γνώση μας ότι από την στιγμή που κάποιοι από τους συντελεστές δεν είναι στατιστικά σημαντικοί το συγκεκριμένο υπόδειγμα δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για πρόβλεψη. Ήα το κρατήσουμε στην ανάλυση μας για λόγους σύγκρισης.

Η μορφή του MA(1) είναι:

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

Οι παράμετροι του μοντέλου που εκτιμήσαμε έχουν τις τιμές:

$$Y_t = -0,000748 + \varepsilon_t - (-0,045889)\varepsilon_{t-1}$$

όπου τα κατάλοιπα ε_t θα πρέπει να πληρούν τις γνωστές ιδιότητες του λευκού θορύβου.

Αντιστοίχως η μορφή του ARMA(1,1) είναι:

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

Οι παράμετροι του μοντέλου που εκτιμήσαμε έχουν τις τιμές:

$$Y_t = -0,000779 + 0,686488Y_{t-1} + \varepsilon_t - (-0,724410)\varepsilon_{t-1}$$

όπου τα κατάλοιπα ε_t θα πρέπει να πληρούν τις ιδιότητες του λευκού θορύβου.

Σημαντικό είναι να σημειώσουμε ότι η Y_t αναφέρεται στην απόδοση του δείκτη DAX, δηλαδή στον μετασχηματισμό του και όχι στις αρχικές τιμές του δείκτη.

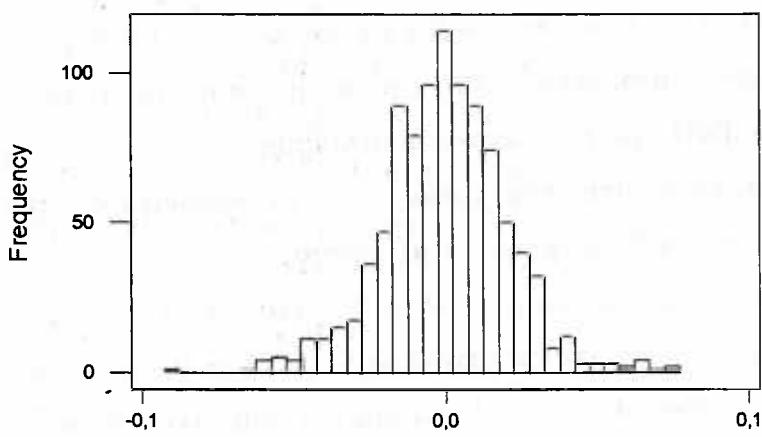
4.3.2. ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΑΤΑΛΟΙΠΩΝ

Για να ελέγξουμε την καταλληλότητα των υποδειγμάτων που έχουμε εκτιμήσει θα πρέπει να εξακριβώσουμε για τα κατάλοιπα που έχουμε, την κανονικότητα τους, την ύπαρξη ή μη αυτοσυσχέτισης και για το εάν είναι ετεροσκεδαστικά ή όχι. Ουσιαστικά δηλαδή να επαληθεύσουμε τις ιδιότητες του λευκού θορύβου. Εάν δεν γίνει αυτό δεν μπορούμε να προχωρήσουμε στην πρόβλεψη.

Για την κανονικότητα θα χρησιμοποιήσουμε τον έλεγχο Jarque Bera. Ο έλεγχος αυτός υπολογίζει την ασυμμετρία και κύρτωση με βάση τα στοιχεία του δείγματος και στην συνέχεια τα συγκρίνει με τις θεωρητικές τιμές για την κανονική κατανομή, οι οποίες είναι μηδέν, αφού στην κανονική κατανομή δεν έχουμε ασυμμετρία και κύρτωση.

Διάγραμμα 8

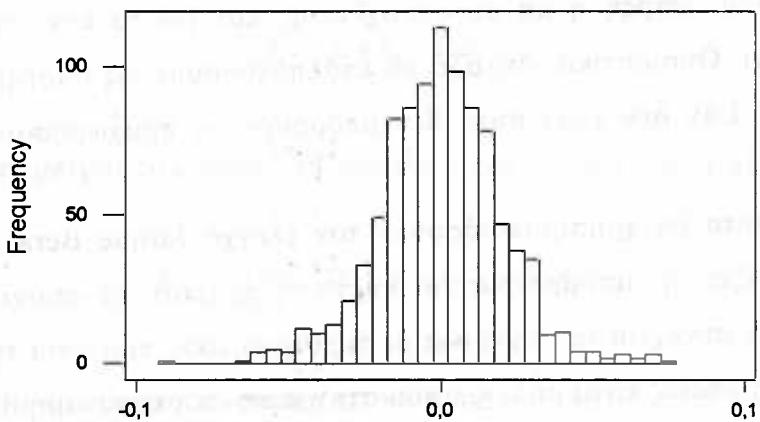
Ιστόγραμμα καταλοίπων για το υπόδειγμα MA(1)



Αντιστοίχως για το υπόδειγμα ARMA(1,1) έχουμε:

Διάγραμμα 9

Ιστόγραμμα καταλοίπων για το υπόδειγμα ARMA(1,1)



Από τα δύο ιστογράμματα σε γενικές γραμμές δεν μπορούμε να υποστηρίξουμε ότι οι κατανομές είναι μη συμμετρικές. Το πιο πιθανό η απόρριψη της κανονικότητας που θα δούμε στον επόμενο πίνακα να προέρχεται από τις μεγάλες τιμές για την κύρτωση. (Για το MA(1) είναι 4,242 και για το ARMA(1,1) είναι 4,239).

Το ότι οι κατανομές των καταλοίπων, αλλά και των ίδιων των χρονολογικών σειρών είναι λεπτόκυρτες είναι κάτι που εμφανίζεται συχνά στα χρηματοοικονομικού τύπου δεδομένα. Από την στιγμή που έχουμε ακραίες τιμές που δεν είναι συμβατές με την κανονική κατανομή κλονίζεται μία από τις παραδοχές για τα κατάλοιπα που χρειάζονται τα υποδείγματα τύπου ARIMA για να μπορέσουν να λειτουργήσουν αξιόπιστα.

Ξαναγυρνώντας στον πίνακα, παίρνουμε άλλο ένα έλεγχο (Anderson Darling), για να έχουμε πιο αξιόπιστα αποτελέσματα. Η μηδενική υπόθεση είναι η ίδια και στους δύο ελέγχους. Τα δεδομένα μας ακολουθούν την κανονική κατανομή.

Παρατηρούμε ότι αυτή απορρίπτεται πολύ εύκολα.

Πίνακας 5

Απεικόνιση των τιμών των ελέγχων Jarque Bera - Anderson Darling για τα υποδείγματα MA(1) και ARMA(1,1)

Jarque Bera		Anderson Darling	
Τιμή Στατιστικής Συνάρτησης Ελέγχου	P Value	Τιμή Στατιστικής Συνάρτησης Ελέγχου	P Value
MA(1) 61,054	0,0000	MA(1) 2,155	0,0000
ARMA(1,1) 60,768	0,0000	ARMA (1,1) 2,225	0,0000

Επόμενο βήμα είναι να ελέγξουμε την αυτοσυσχέτιση των καταλοίπων και την ύπαρξη ή μη ετεροσκεδαστικότητας σε αυτά. Αυτό μπορεί να γίνει είτε διαγραμματικά είτε βάση μαθηματικού ελέγχου.

Ένας σημαντικός έλεγχος είναι ο Ljung Box. Αυτός επιτυγχάνεται με το κριτήριο Q-stat, που ελέγχει την μηδενική υπόθεση ότι οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων για ένα μεγάλο αριθμό υστερήσεων είναι από κοινού μηδενικοί. Θέλουμε δηλαδή να έχουμε μη αυτοσυσχετιζόμενα κατάλοιπα. Ο Engle (2001) αναφέρει ότι ο αριθμός των 15 χρονικών υστερήσεων, είναι ικανός για να μας δείξει εάν έχουμε ύπαρξη αυτοσυσχέτισης στις τιμές της χρονολογικής σειράς, ή όχι.

Ουσιαστικά η πρακτική έννοια αυτού του ελέγχου έγκειται στο ότι πρέπει οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης να βρίσκονται εντός των ορίων δύο τυπικών αποκλίσεων. Αν δεν συμβαίνει αυτό έχουμε ισχυρή ένδειξη ότι το υπόδειγμα δεν είναι σωστό, γιατί έχουμε συσχετισμένα κατάλοιπα, ή σε άλλη περίπτωση συσχετισμένες τιμές της χρονολογικής σειράς.

Η μαθηματική απεικόνιση του είναι:

$$Q_{LJUNG-BOX} = T(T+2) \sum_{j=1}^K \frac{r_j^2}{T-j}$$

Όπου το T αναφέρεται στον αριθμό των παρατηρήσεων. Το K είναι ο αριθμός των χρονικών υστερήσεων. Το r_j είναι η τιμή της j αυτοσυσχέτισης. Στην

προκειμένη περίπτωση η συνάρτηση ελέγχου ακολουθεί την κατανομή χ^2 με βαθμούς ελευθερίας που είναι ίσοι με των αριθμό των χρονικών υστερήσεων.

Εφαρμόζοντας τα παραπάνω στα τετραγωνισμένα κατάλοιπα έχουμε :

Πίνακας 6

Αυτοσυσχετίσεις των τετραγωνισμένων καταλοίπων και έλεγχος Ljung Box

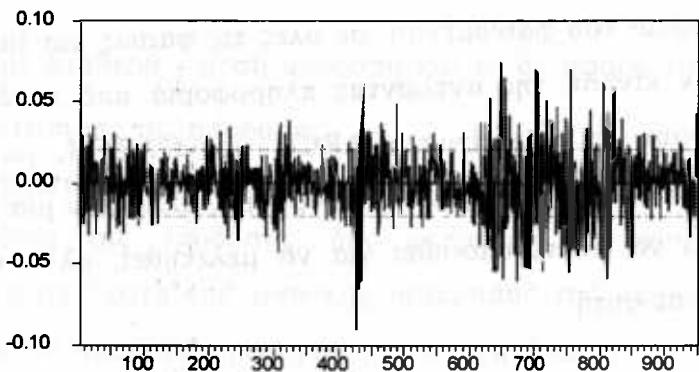
	MA(1)			ARMA(1,1)			
	AC	Q-stat	P-value	AC	Q-stat	P-value	
1	0.121	13.845		1	0.119	13.574	
2	0.244	70.688	0.000	2	0.246	70.959	
3	0.260	134.97	0.000	3	0.262	136.54	0.000
4	0.232	186.29	0.000	4	0.236	189.87	0.000
5	0.190	220.66	0.000	5	0.185	222.53	0.000
6	0.267	288.65	0.000	6	0.264	288.96	0.000
7	0.224	336.56	0.000	7	0.223	336.76	0.000
8	0.229	387.04	0.000	8	0.226	385.52	0.000
9	0.211	429.91	0.000	9	0.209	427.32	0.000
10	0.177	460.05	0.000	10	0.181	458.63	0.000
11	0.188	494.13	0.000	11	0.187	492.27	0.000
12	0.202	533.45	0.000	12	0.199	530.37	0.000
13	0.163	559.02	0.000	13	0.159	554.64	0.000
14	0.148	580.13	0.000	14	0.148	575.64	0.000
15	0.098	589.38	0.000	15	0.101	585.41	0.000

Όπως παρατηρούμε υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα, στα κατάλοιπα, διότι απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση σε εξαιρετικά μικρά επίπεδα σημαντικότητας. Παρόμοια αποτελέσματα βρίσκουμε και για τα μη τετραγωνισμένα κατάλοιπα.

Μπορούμε να διαπιστώσουμε και διαγραμματικά την ύπαρξη της ετεροσκεδαστικότητας:

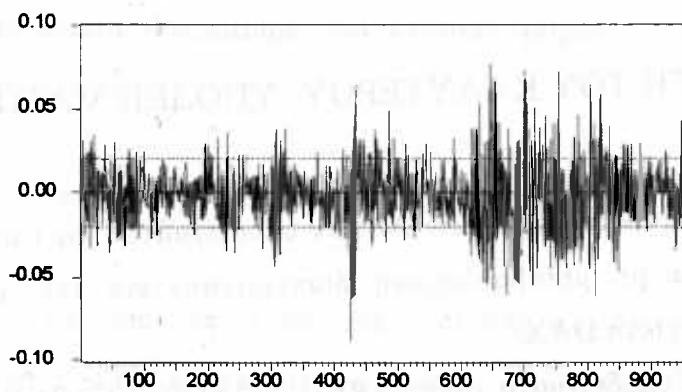
Διάγραμμα 10

Διάγραμμα Καταλοίπων για MA(1)



Διάγραμμα 11

Διάγραμμα Καταλοίπων για ARMA(1,1)



Η ύπαρξη αυτοσυσχέτισης ή ετεροσκεδαστικότητας στα κατάλοιπα έχει σαν συνέπεια τα τυπικά σφάλματα να μην είναι ορθά εκτιμημένα και κατά συνέπεια ενδέχεται να πάρουμε λανθασμένες αποφάσεις κατά την διεξαγωγή των ελέγχων υποθέσεων.

Πέρα από αυτά τα δύο υποδείγματα που αναλύθηκαν, εφαρμόστηκαν οι ίδιες μέθοδοι και σε όλα τα υποδείγματα του πίνακα 3, με παρόμοια αποτελέσματα αποτυχίας. Μπορούμε με διάφορους τρόπους να διορθώσουμε τα θέματα της κανονικότητας και της ετεροσκεδαστικότητας, αλλά τότε θα χάσουμε την πληροφορία που θα μας είχε δοθεί.

Για να επανέλθουμε στο θέμα της ετεροσκεδαστικότητας, οι προϋποθέσεις που θέτει ο λευκός θόρυβος είναι πολύ περιοριστικές όταν έχουμε να κάνουμε

με δεδομένα οικονομικής φύσεως. Φαινόμενα που χαρακτηρίζουν τα οικονομικά στοιχεία όπως το leverage effect, ή το volatility clustering phenomenon το οποίο μπορούμε να το παρατηρήσουμε και εδώ στο διάγραμμα 2, δεν μπορούν να εξηγηθούν με το να επιδιώκεται να υπάρχει μόνιμα σταθερή η διακύμανση. Αυτή θα πρέπει να μοντελοποιηθεί για να καλύπτει την πορεία του φαινομένου, σε όλες τις φάσεις και ταυτόχρονα να διαμορφώνει την κίνηση της αντλώντας πληροφορία από τα δεδομένα. Σε αυτό συνεισφέρουν τα υποδείγματα ARCH και GARCH, με το να μην θεωρούν την ετεροσκεδαστικότητα σαν πρόβλημα, αλλά σαν μία μεταβλητή η οποία θα πρέπει να μοντελοποιηθεί για να μελετηθεί, αλλά και να γίνει πρόβλεψη πάνω σε αυτή.

4.4 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΩΝ ARCH ΚΑΙ GARCH

4.4.1 ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΟΥ ΚΑΛΥΤΕΡΟΥ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ

Αφήνοντας την κατηγορία των ARMA υποδειγμάτων θα επικεντρωθούμε στα υποδείγματα με μεταβαλλόμενη διακύμανση, για την ανάλυση των αποδόσεων του δείκτη DAX.

Εφαρμόσαμε υποδείγματα τύπου ARCH, GARCH, EGARCH και TARCH για να δούμε πιο προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα μας, αλλά και πιο έχει την καλύτερη προβλεπτική ικανότητα.

Για να υπάρχει η δυνατότητα της πρόβλεψης, στα δεδομένα που εξετάζουμε, θα πρέπει όλοι οι παράμετροι να είναι στατιστικά σημαντικοί. Με αυτή την αρχή, θέσαμε σαν αρχικό υπόδειγμα, με τις αντίστοιχες παραμέτρους για εκτίμηση, το εξής:

$$y_t = \delta_0 + \delta_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

όπου για τα κατάλοιπα ε , για όλες τις μορφές υποδειγμάτων μεταβαλλόμενης διακύμανσης που εφαρμόζουμε ισχύει κατά κύριο λόγο:

$$\varepsilon_t = z_t \sigma_t \quad \text{με} \quad z_t \sim N(0,1)$$

ή αλλιώς

$$(\varepsilon_t \mid I_{t-1}) \sim N(0, \sigma_t^2)$$

Το δ_0 αφορά την σταθερά - μέση απόδοση και το δ_1 αφορά τον συντελεστή της χρονικής υστέρησης της απόδοσης.

Όσα υποδείγματα μεταβαλλόμενης διακύμανσης εφαρμόστηκαν για την δεδομένη εξίσωση της απόδοσης, δεν μπόρεσαν να έχουν στατιστικά σημαντικό τον συντελεστή της χρονικής υστέρησης της απόδοσης. Δηλαδή δεν μπορούσαμε να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση για το δ_1 , ότι είναι ίσο με το 0.

Σε αυτές τις περιπτώσεις είναι δόκιμο να κάνουμε επανεκτίμηση του υποδείγματος θέτοντας με μηδέν την μη σημαντική παράμετρο.

Προχωρώντας λοιπόν δοκιμάσαμε την επόμενη μορφή της αρχικής μας εξίσωσης:

$$y_t = \delta_0 + \varepsilon_t \quad \text{όπου} \quad (\varepsilon_t \mid I_{t-1}) \sim N(0, \sigma_t^2)$$

Είχαμε και εκεί τα ίδια αποτελέσματα, δηλαδή σε όσα υποδείγματα μεταβαλλόμενης διακύμανσης δοκιμάσαμε ο όρος δ_0 δεν έβγαινε στατιστικά σημαντικός. Εξαίρεση ήταν τα ασυμμετρικά υποδείγματα EGARCH και TARCH όπου σε όλες τις τάξεις (εξετάσαμε τα υποδείγματα EGARCH(1,1), EGARCH(2,2), TARCH(1,1), TARCH(2,2) έβγαινε στατιστικά σημαντικός ο συντελεστής, αλλά επίσης σε όλα είχαμε αυτοσυγχέτιση και ετεροσκεδαστικότητα, στα κατάλοιπα και στα τετράγωνα των καταλοίπων τους. Άρα δεν γίνεται να χρησιμοποιηθούν για πρόβλεψη.

Οι παραπάνω διαπιστώσεις, για μη στατιστικά σημαντικούς συντελεστές και ειδικά για την σταθερά δεν στερείται λογικής, γιατί εάν παρατηρήσουμε ξανά το διάγραμμα της απόδοσης (διάγραμμα 2), φαίνεται ότι ουσιαστικά ο μέσος κινείται γύρω από το 0. Όλη η δυναμική της κίνησης προέρχεται από την διαρκώς μεταβαλλόμενη διακύμανση, η οποία στην μεθοδολογία των υποδειγμάτων ARCH μπορεί να ερμηνευθεί πιο ουσιαστικά σε σχέση με πριν.

Ετσι υποθέτουμε ότι ένα υπόδειγμα με την ακόλουθη μορφή, που έχουμε απαλοιφή των συντελεστών, μπορεί να είναι πιο αντιπροσωπευτικό σε σχέση με τα προηγούμενα:

$$y_t = \varepsilon_t \quad \text{όπου} \quad (\varepsilon_t \mid I_{t-1}) \sim N(0, \sigma_t^2)$$

Δηλαδή η απόδοση εξαρτάται καθαρά από τα κατάλοιπα και ειδικότερα από την δεσμευμένη τους διακύμανση.

Πάνω σε αυτή την μορφή εξίσωσης θα εφαρμόσουμε τα υποδείγματα της μεταβαλλόμενης διακύμανσης και θα τα αξιολογήσουμε καταρχήν, με τα κριτήρια Akaike (Akaike Information Criterion) και το Schwartz (Schwartz Bayesian Criterion). Όπως και πριν θέλουμε την μικρότερη τιμή σε αυτά:

Πίνακας 7

Απεικόνιση των τιμών των κριτηρίων AIC και SBC για τα υποδείγματα τύπου ARCH & GARCH

ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ	AKAIKE CR. (AIC)	SCHWARTZ CR. (SBC)
ARCH(1)	-4,981073	-4,970840
ARCH(2)	-5,049709	-5,034360
GARCH(1,1)	-5,181697	-5,166348
GARCH(1,2)	-5,177760	-5,157295
GARCH(2,2)	-5,188941	-5,163359
EGARCH(1,1)	-5,216541	-5,196076
EGARCH(2,2)	-5,228145	-5,192331
TARCH(1,1)	-5,211958	-5,191493
TARCH(2,2)	-5,198879	-5,168181

Είναι εμφανές ότι το καλύτερο υπόδειγμα είναι το EGARCH(ρ, q), απλά διαφέρουν τα δύο κριτήρια ως προς τις τάξεις του συγκεκριμένου υποδείγματος.

Είχε αναφέρθει και σε προηγούμενη ενότητα ότι το AKAIKE CR. επιβραβεύει τον μεγαλύτερο αριθμό παραμέτρων, ενώ το SCHWARTZ CR.

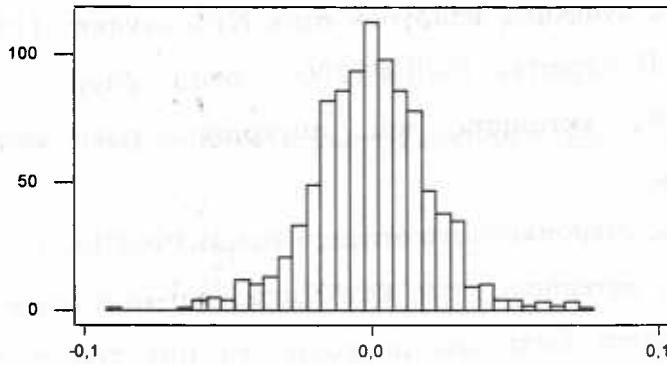
κάνει το αντίθετο. Κάτι που επιβεβαιώνετε και εδώ. Βέβαια οι διαφορές είναι πολύ μικρές. Για πιο αξιόπιστα αποτελέσματα θα αναλύσουμε ως προς τα κατάλοιπα και τα δύο υπόδειγμα για να δούμε πιο μπορεί να ικανοποιήσει όλους τους όρους που θα θέσουμε.

4.4.2 ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΑΤΑΛΟΙΠΩΝ

Ως προς την κανονικότητα για τα δύο υπόδειγμα, παραθέτουμε τα δύο ιστογράμματα των καταλοίπων:

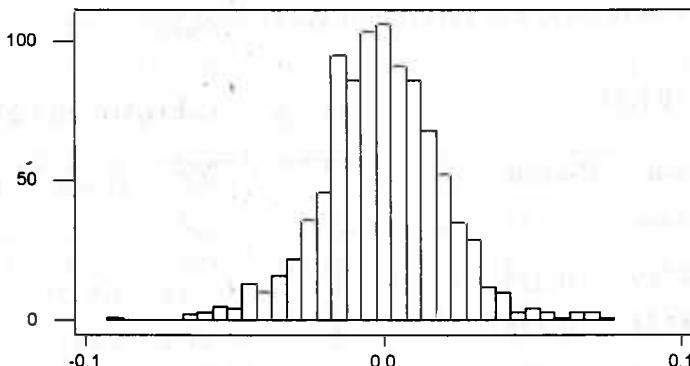
Διάγραμμα 12

Ιστόγραμμα τυποποιημένων καταλοίπων για το υπόδειγμα EGARCH(1,1) όπου $y_t = \varepsilon_t$



Διάγραμμα 13

Ιστόγραμμα τυποποιημένων καταλοίπων για το υπόδειγμα EGARCH(2,2) όπου $y_t = \varepsilon_t$



Οι αντίστοιχοι έλεγχοι Jarque Bera. για τα δύο υποδείγματα, μας δίνουν για το υπόδειγμα EGARCH(1,1), τιμή στατιστικής συνάρτησης ελέγχου 3,759409 και p value ίσο με 0,152635. Αντιστοίχως για το EGARCH(2,2) έχουμε τιμή στατιστικής συνάρτησης ελέγχου 4,953433 και p value 0,084019. Σύμφωνα λοιπόν με τον δεδομένο έλεγχο δεν απορρίπτεται η υπόθεση της κανονικότητας, για επίπεδο σημαντικότητας 5%.

Το πρώτο υπόδειγμα και διαγραμματικά, αλλά και από την τιμή του στατιστικού ελέγχου, προσομοιάζει καλύτερα την κανονική κατανομή. Βέβαια και εδώ έχουμε ένδειξη για κύρτωση υψηλότερη από την κανονική κατανομή. Σε αυτές τις περιπτώσεις, όταν έχουμε αρκετά πιο παχιές ουρές στα τυποποιημένα κατάλοιπα, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε κατανομές που είναι διαφορετικές από την κανονική και “συλλαμβάνουν” αυτή την κίνηση. Π.χ. η Student t κατανομή, Bollerslev (1987). Για άλλες περιπτώσεις κατανομών, χρήσιμες αναφορές υπάρχουν στον Ντεγιαννάκη (1997, 2003) και στους Vrontos, Dellaportas, Politis (2000), όπου εφαρμόζεται και μία διαφορετική μέθοδος εκτίμησης και σύγκρισης των υποδειγμάτων ετεροσκεδαστικότητας.

Από την άποψη της ετεροσκεδαστικότητας εφαρμόζουμε τον έλεγχο Ljung Box για 15 χρονικές υστερήσεις, στα κατάλοιπα και στα τετραγωνισμένα κατάλοιπα. Αυτό γίνεται διότι ενώ μπορούμε να μην έχουμε συσχέτιση μεταξύ των καταλοίπων, μπορεί αυτή να βρεθεί στα τετράγωνα τους, οπότε αυτά δεν θα είναι ανεξάρτητα, αλλά ετεροσκεδαστικά. Κάτι που όπως θα παρατηρήσουμε από τους παρακάτω πίνακες συμβαίνει στην συγκεκριμένη περίπτωση.

Πίνακας 8

Αυτοσυσχέτισεις των καταλοίπων και έλεγχος Ljung Box

EGARCH(1,1)

EGARCH(2,2)

	AC	Q-stat	P-value		AC	Q-stat	P-value
1	-0.039	1.4719	0.225	1	-0.044	1.8356	0.175
2	0.001	1.4733	0.479	2	-0.004	1.8479	0.397
3	-0.024	2.0423	0.564	3	-0.022	2.3104	0.511

4	0.036	3.2956	0.510	4	0.034	3.4088	0.492
5	-0.037	4.6217	0.464	5	-0.031	4.3236	0.504
6	-0.061	8.1365	0.228	6	-0.062	7.9782	0.240
7	-0.021	8.5690	0.285	7	-0.029	8.7640	0.270
8	0.056	11.604	0.170	8	0.055	11.693	0.165
9	-0.012	11.745	0.228	9	-0.013	11.851	0.222
10	-0.035	12.910	0.229	10	-0.037	13.166	0.215
11	0.002	12.913	0.299	11	0.002	13.170	0.282
12	0.039	14.390	0.276	12	0.037	14.486	0.271
13	-0.005	14.411	0.346	13	-0.002	14.491	0.340
14	0.014	14.597	0.406	14	0.015	14.719	0.398
15	0.003	14.606	0.480	15	-0.001	14.719	0.472

Πίνακας 9

Αυτοσυσχετίσεις των τετραγωνισμένων καταλοίπων και έλεγχος Ljung Box

EGARCH(1,1)

EGARCH(2,2)

	AC	Q-stat	P-value		AC	Q-stat	P-value
1	-0.121	13.954	0.000	1	-0.018	0.3026	0.582
2	0.027	14.637	0.001	2	0.010	0.4015	0.818
3	0.025	15.234	0.002	3	0.013	0.5609	0.905
4	-0.014	15.414	0.004	4	-0.008	0.6274	0.960
5	-0.001	15.414	0.009	5	-0.002	0.6332	0.986
6	0.017	15.704	0.015	6	0.004	0.6507	0.995
7	0.047	17.822	0.013	7	0.051	3.1207	0.874
8	0.011	17.931	0.022	8	-0.001	3.1211	0.927
9	0.041	19.564	0.021	9	0.025	3.7231	0.929
10	0.014	19.745	0.032	10	0.033	4.7937	0.905
11	0.042	21.422	0.029	11	0.028	5.5424	0.902
12	0.031	22.377	0.034	12	0.023	6.0468	0.914
13	0.005	22.399	0.049	13	-0.014	6.2249	0.938
14	-0.037	23.694	0.050	14	-0.044	8.1078	0.884
15	0.021	24.126	0.063	15	-0.003	8.1144	0.919

Παρατηρούμε από τους ανωτέρω ελέγχους για τα τετραγωνισμένα κατάλοιπα, ότι στο υπόδειγμα EGARCH(2,2) αν θεωρήσουμε σαν επίπεδο σημαντικότητας το 5%, η αυτοσυσχέτιση δεν είναι ποτέ εκτός του 95% διαστήματος εμπιστοσύνης για καμία από τις 15 χρονικές υστερήσεις.

Ακόμα τα p value δείχνουν πιο συγκεκριμένα ότι δεν απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση, (δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση στα τετραγωνισμένα κατάλοιπα) σε όλες τις χρονικές υστερήσεις. Άρα τα τετραγωνισμένα κατάλοιπα είναι ομοσκεδαστικά.

Αυτό δεν συμβαίνει για το υπόδειγμα EGARCH(1,1), όπου έχουμε απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης στις 14 από τις 15 χρονικές υστερήσεις. Άρα το συγκεκριμένο υπόδειγμα δεν μπορεί να μας βοηθήσει στο θέμα των προβλέψεων και σαφώς θα προτιμηθεί το πρώτο.

4.4.3 ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ EGARCH(2,2)

Το υπόδειγμα που εκτιμήσαμε είναι της μορφής:

$$y_t = \varepsilon_t$$

που για τα κατάλοιπα ισχύει:

$$(\varepsilon_t \mid I_{t-1}) \sim N(0, \sigma_t^2)$$

$$\text{με } \varepsilon_t = z_t \sigma_t \Rightarrow z_t = \varepsilon_t / \sigma_t$$

$$\text{όπου } E(z_t) = 0 \text{ και } \text{Var}(z_t) = 1$$

I_{t-1} είναι το σύνολο των πληροφοριών που έχουμε διαθέσιμες μέχρι την χρονική στιγμή $t-1$

Η δεσμευμένη διακύμανση είναι:



$$\log \sigma_t^2 = a_0 + a_1 \log(\sigma_{t-1}^2) + a_2 \log(\sigma_{t-2}^2) + \beta_1 |z_{t-1}| + \gamma_1 z_{t-1} + \beta_2 |z_{t-2}| + \gamma_2 z_{t-2}$$

Εάν αντικαταστήσουμε το:

$$\varepsilon_{t-i} = z_{t-i} \sigma_{t-i} \Rightarrow z_{t-i} = \varepsilon_{t-i} / \sigma_{t-i}$$

$$\log \sigma_t^2 = a_0 + a_1 \log(\sigma_{t-1}^2) + a_2 \log(\sigma_{t-2}^2) + \beta_1 \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \gamma_1 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \beta_2 \left| \frac{\varepsilon_{t-2}}{\sigma_{t-2}} \right| + \gamma_2 \frac{\varepsilon_{t-2}}{\sigma_{t-2}}$$

Υπολογίζοντας τις παραμέτρους του υποδείγματος έχουμε:

$$\begin{aligned} \log \sigma_t^2 = & -0,227816 + 0,969013 \log(\sigma_{t-1}^2) + 0,017962 \log(\sigma_{t-2}^2) - \\ & -0,171801 \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| - 0,174265 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + 0,313653 \left| \frac{\varepsilon_{t-2}}{\sigma_{t-2}} \right| + 0,058725 \frac{\varepsilon_{t-2}}{\sigma_{t-2}} \end{aligned}$$

Το πρώτο από τα διαγράμματα που ακολουθούν είναι το γνωστό μας διάγραμμα της απόδοσης, το οποίο θα το συγκρίνουμε με το αντίστοιχο διάγραμμα μια άλλης χρονολογικής σειράς που δημιουργήσαμε, η οποία είναι η εκτίμηση της δεσμευμένης διακύμανσης, για τον DAXRETURN.

Σκοπός είναι να διαπιστώσουμε, αν η εκτίμηση της δεσμευμένης διακύμανσης μπορεί να παρακολουθήσει την κίνηση της απόδοσης και τις μεταβολές αυτής.

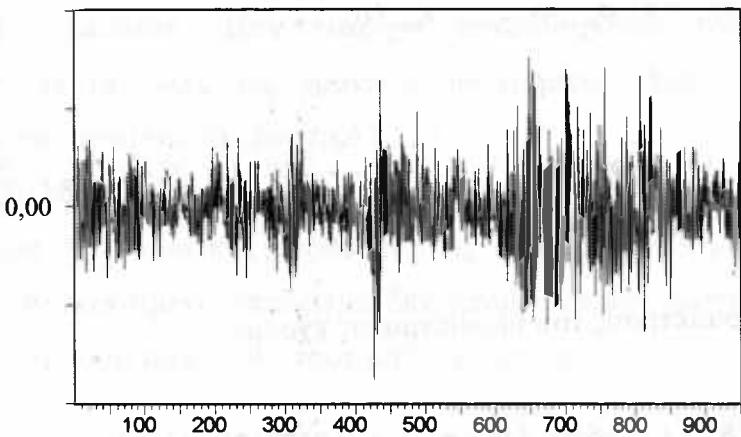
Βάση των δύο διαγραμμάτων, παρατηρούμε ότι το υπόδειγμα EGARCH μπορεί να επεξεργαστεί το “Leverage effect” κάτι που δεν θα μπορούσαν να κάνουν τα υποδείγματα τύπου GARCH. Είναι φανερό ότι η ύπαρξη της δεσμευμένης διακύμανσης είναι ικανή να παρακολουθήσει τις αλλαγές της απόδοσης.

Είχε αναφέρθει και σε προηγούμενη ενότητα ότι η χρονολογική σειρά της απόδοσης του δείκτη DAX παρουσιάζει το volatility clustering phenomenon. Το διάγραμμα της εκτίμησης της δεσμευμένης διακύμανσης, σίγουρα παρέχει αντίληψη και βοηθάει στην άμεση “σύλληψη” του.

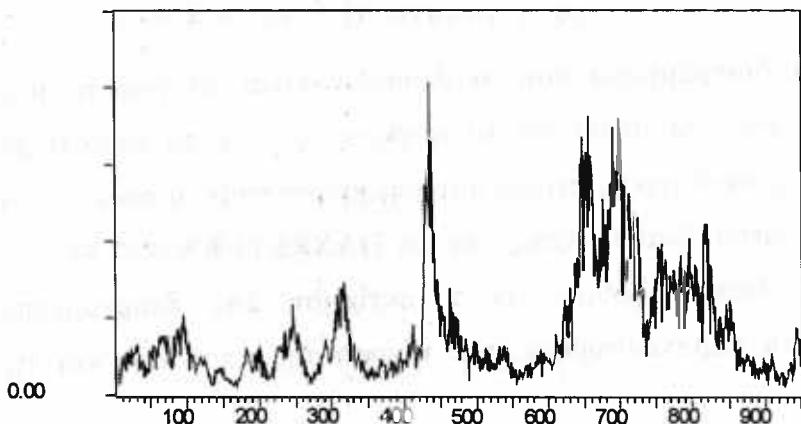


Διάγραμμα 14

Κίνηση του DAXRETURN (20/09/2000- 26/09/2003)



Η εκτίμηση της δεσμευμένης διακύμανσης για τον DAXRETURN



Η εκτίμηση της δεσμευμένης διακύμανσης, γίνεται για κάθε τιμή της χρονολογικής σειράς που έχουμε.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΕΜΠΤΟ

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΑΥΤΟΠΑΛΙΝΡΟΜΟΥ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗΣ ΜΗ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΗΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ VOLATILITY ΣΤΟΝ ΓΕΝΙΚΟ ΤΡΑΠΕΖΙΚΟ ΔΕΙΚΤΗ ΚΑΙ ΣΤΟΥΣ ΕΠΙΜΕΡΟΥΣ ΔΕΙΚΤΕΣ ΤΡΑΠΕΖΩΝ

5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Όπως έχει αναφερθεί στο δεύτερο κεφάλαιο η μέτρηση και η πρόβλεψη του volatility είναι ένα εξαιρετικά σημαντικό ζήτημα για τις χρηματοοικονομικές χρονολογικές σειρές. Η μοντελοποίηση του είναι δομικό στοιχείο στα πεδία του risk management, της αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων και της αντιστάθμισης κινδύνου ή κερδοσκοπίας μέσω των παραγώγων προϊόντων.

Μία προσέγγιση για τον προσδιορισμό και την πρόβλεψη του volatility ενός χρηματοοικονομικού στοιχείου είναι ο διαχωρισμός (decomposition), του volatility, στις ανοδικές και καθοδικές του κινήσεις (B.Riccardo και L.Santamaria 2001).

Αξιοποιώντας αυτόν τον διαχωρισμό, στην περίπτωση που το υπό εξέταση χρηματοοικονομικό στοιχείο είναι σύνθετο, πχ ένας χρηματιστηριακός δείκτης, τότε μπορούμε να δημιουργήσουμε εκτιμητές για το volatility της απόδοσης του δείκτη, με την χρησιμοποίηση των αποδόσεων των μετοχών που απαρτίζουν αυτόν τον δείκτη.

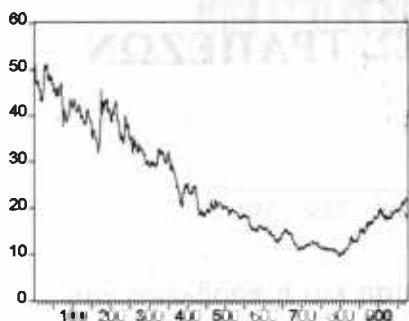
Για το υπόδειγμα μας που θα στηρίζεται στην προαναφερόμενη μεθοδολογία θα χρησιμοποιήσουμε τον γενικό τραπεζικό δείκτη και τους δείκτες των τραπεζών που τον απαρτίζουν. Την Alpha, την Ασπίς, την Αττικής, την Αγροτική, την Εγνατία, την Εγνατία προνομιούχο, την τράπεζα της Ελλάδος, την Εμπορική, την Ετβά, την Εθνική, την Γενική, την τράπεζα

Κύπρου, την Πειραιώς και την EFG Eurobank Ergasias. Η περίοδος που θα εξετάσουμε είναι από την 03/01/2000 έως την 04/12/2003. Έχουμε δηλαδή 979 τιμές για την κάθε μετοχή και τον δείκτη.

Υπάρχουν δύο εξαιρέσεις. Την τράπεζα Κύπρου και την Αγροτική τράπεζα. Η πρώτη εισήλθε για διαπραγμάτευση στο Ελληνικό χρηματιστήριο στις 08/11/2000 και η δεύτερη στις 19/01/2001. Οι τιμές που θα εξετάσουμε για αυτές τις δύο μετοχές είναι 763 και 715 αντίστοιχα.

Ακολουθούν τα διαγράμματα των τιμών των μετοχών και του τραπεζικού δείκτη:

Διαγράμματα τιμών Τραπεζικών μετοχών και του Τραπεζικού δείκτη



ΤΡΑΠΕΖΑ ALPHA



ΤΡΑΠΕΖΑ ΑΣΠΙΣ



ΑΓΡΟΤΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ



ΤΡΑΠΕΖΑ ΑΤΤΙΚΗΣ



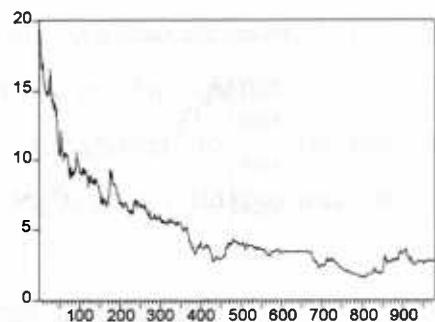
EFG EUROBANK



ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ



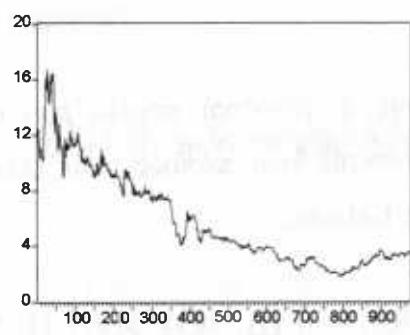
ΕΓΝΑΤΙΑ ΠΡΟΝΟΜΙΟΥΧΟΣ



ΕΓΝΑΤΙΑ ΤΡΑΠΕΖΑ



ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ



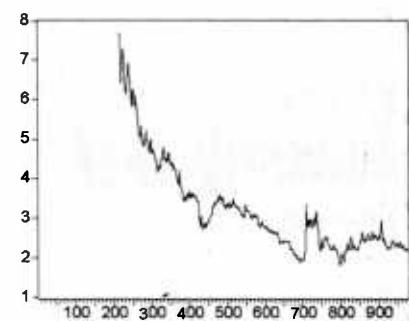
ETBA



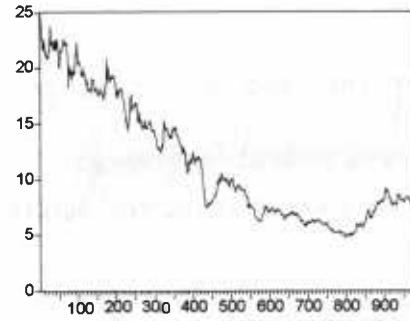
ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ



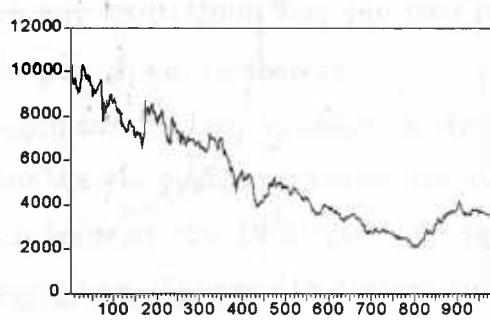
ΓΕΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ



ΤΡΑΠΕΖΑ ΚΥΤΡΙΟΥ



ΤΡΑΠΕΖΑ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



ΓΕΝΙΚΟΣ ΤΡΑΠΕΖΙΚΟΣ ΔΕΙΚΤΗΣ

Διάγραμμα 15

Είναι εμφανής η καθοδική πορεία που ακολουθούν οι μετοχές και ο γενικός τραπεζικός δείκτης στη περίοδο που εξετάζουμε, με εξαίρεση την μετοχή της Τραπέζης της Ελλάδος.

5.2 Ο ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΚΑΙ Η ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΤΗΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ

Για τον υπολογισμό της απόδοσης του δείκτη τραπεζών και των επιμέρους δεικτών χρησιμοποιούμε τον τύπο που είχαμε δει και στο τέταρτο κεφάλαιο:

$$r_t = \log\left(\frac{D_t}{D_{t-1}}\right) = \log(D_t) - \log(D_{t-1})$$

όπου:

Θέτω το r_t σαν την απόδοση της εκάστοτε μετοχής ή του δείκτη και:

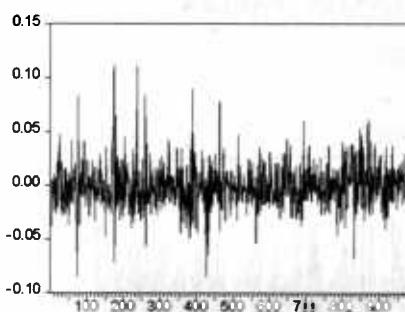
D_t = η τιμή κλεισίματος του δείκτη ή της μετοχής στο χρόνο t

D_{t-1} = η τιμή κλεισίματος του δείκτη ή της μετοχής στο χρόνο $t-1$

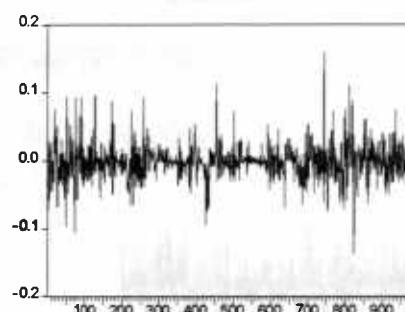
Παρατηρούμε ότι εξετάζουμε την απόδοση ως προς την αμέσως προηγούμενη περίοδο. Υπάρχουν και εναλλακτικοί τρόποι, όπως οι εβδομαδιαίες αποδόσεις, αυτός όμως είναι ο πιο διαδεδομένος.

Αφού προχωρήσουμε σε αυτό τον μετασχηματισμό για τις τιμές ώστε να μας προκύψουν οι αποδόσεις, τις απεικονίζουμε και διαγραμματικά:

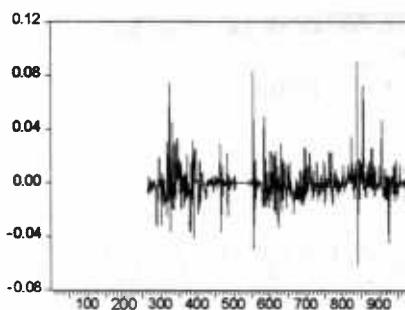
Αποδόσεις Τραπεζικών μετοχών και του Τραπεζικού δείκτη



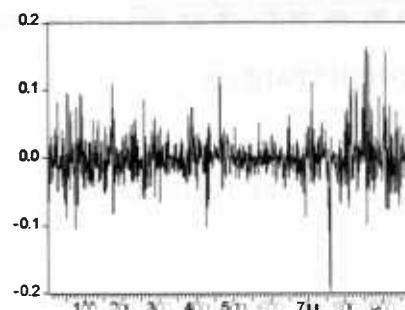
ΤΡΑΠΕΖΑ ALPHA



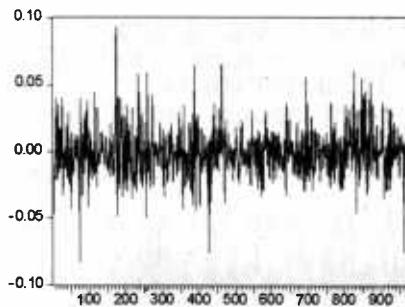
ΤΡΑΠΕΖΑ ΑΣΠΙΣ



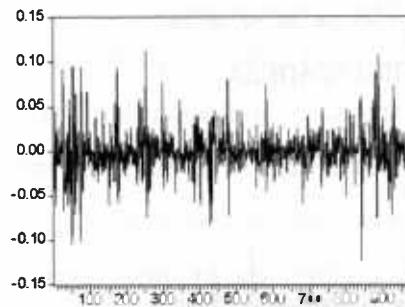
ΑΓΡΟΤΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ



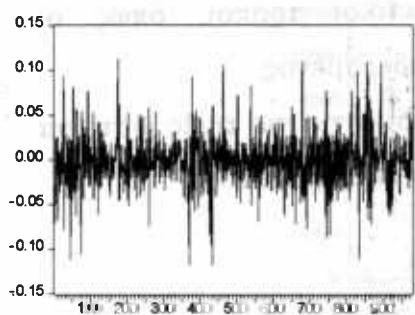
ΤΡΑΠΕΖΑ ΑΤΤΙΚΗΣ



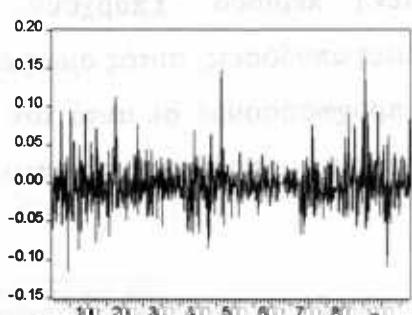
EFG EUROBANK



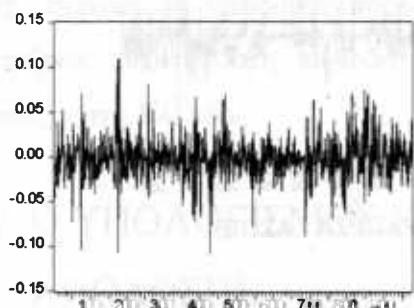
ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ



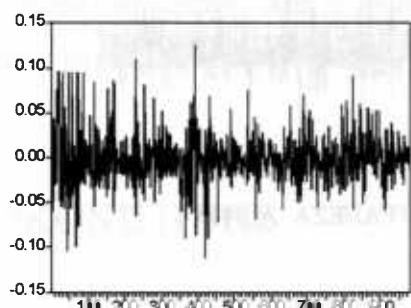
ΕΓΝΑΤΙΑ ΠΡΟΝΟΜΙΟΥΧΟΣ



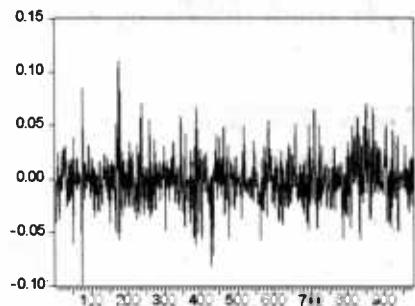
ΕΓΝΑΤΙΑ ΤΡΑΠΕΖΑ



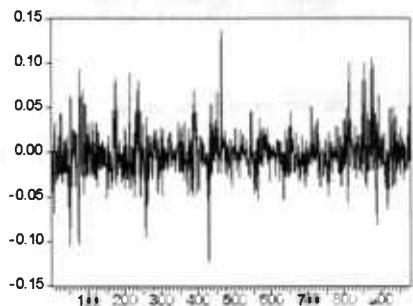
ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ



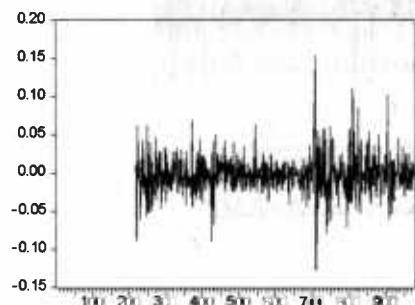
ETBA



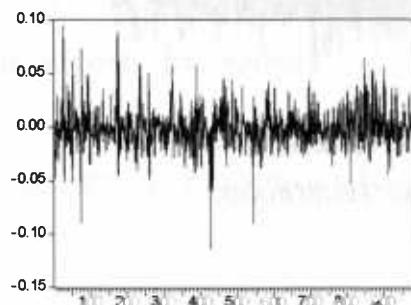
ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ



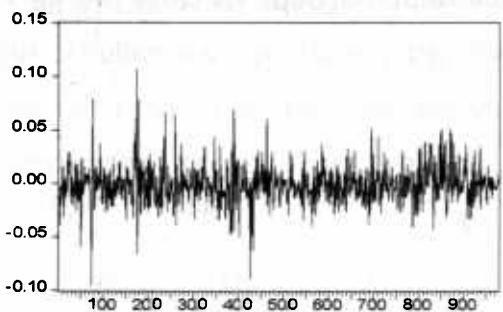
ГЕНІКИ ТРАПЕЗА



ΤΡΑΠΕΖΑ ΚΥΠΡΟΥ



ΤΡΑΠΕΖΑ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



ΓΕΝΙΚΟΣ ΤΡΑΠΕΖΙΚΟΣ ΔΕΙΚΤΗΣ

Διάγραμμα 16

Παρατηρούμε ότι σε όλα σχεδόν τα διαγράμματα αποδόσεων εμφανίζεται το φαινόμενο του volatility clustering. Σε άλλα είναι πιο έντονο και μπορεί να παρατηρηθεί διαγραμματικά, σε άλλα παρατηρείται και μέσω της ανάγνωσης των τιμών τους.

5.3 ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ

5.3.1 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Για την αποτίμηση του κινδύνου δεν υπάρχει μία και μοναδική μεθοδολογία προσέγγισης. Μία αρκετά διαδεδομένη, επιστημονικά τεκμηριωμένη και αποτελεσματική άποψη, στηρίζεται στην ταυτοποίηση του κινδύνου με την αποτυχία εκπλήρωσης ενός οικονομικού στόχου, πχ με την επίτευξη αποδόσεων πιο χαμηλών από αυτές που έχουν τεθεί από τον προγραμματισμό της επιχείρησης (Nantell και Price 1979, Riccardo και Santamaria 2001).

Σε αυτή την περίπτωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί μια στατιστική μέτρηση του κινδύνου που θα απεικονίζει το μέγεθος του volatility όταν έχουμε πτώση στις αποδόσεις του δείκτη.

Στην καθοδική κίνηση θα συμβολίζουμε το volatility με σ^2 και θα ισούται με:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_t \min^2[0, r_t - \tau]}{T} \quad \text{με } t = 1, 2, \dots, T$$

όπου θέτω το r_t σαν την απόδοση της εκάστοτε μετοχής ή του δείκτη στον χρόνο t και τ είναι η απόδοση που έχουμε θέσει σαν στόχο.

Χρησιμοποιώντας τον ορισμό που δώσαμε παραπάνω θα μπορούσαμε να αποδώσουμε το volatility και στην περίπτωση ανοδικής κίνησης της κατανομής της απόδοσης, ως εξής:

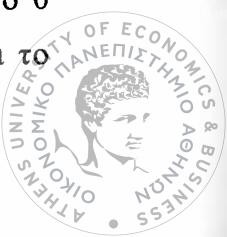
$$+ \sigma^2 = \frac{\sum_t \max^2[0, r_t - \tau]}{T} \quad \text{με } t = 1, 2, \dots, T$$

Από τα παραπάνω μπορούμε να υπολογίσουμε και το συνολικό volatility:

$$\sigma^2 = + \sigma^2 + - \sigma^2$$

Η χρησιμοποίηση της semi-variance, ή αλλιώς της χαμηλότερης σε τάξη μερικής ροπής της κατανομής των αποδόσεων, μας δίνει διαφορετικά στατιστικά αποτελέσματα, σε σύγκριση με μια διακύμανση που δεν έχει διασπασθεί και έχει προέλθει από μια ασυμμετρική κατανομή αποδόσεων.

Άλλο ένα σημείο προβληματισμού είναι το τ , η απόδοση που έχουμε θέσει σαν στόχο. Το θέμα είναι το πως θα απεικονισθεί μαθηματικά, δεδομένου ότι το ύψος της και το εάν θα έχουμε αρνητικές (ζημιές) ή θετικές (κέρδη) αποδόσεις, εξαρτάται από την επενδυτική στρατηγική που εφαρμόζεται κάθε φορά και φυσικά, από τον φορέα αυτής της στρατηγικής, δηλαδή αυτόν που την εφαρμόζει. Συνηθίζεται σε αυτές τις περιπτώσεις να τίθεται ίση με το 0 κάτι που εξυπηρετεί και δεν στερείται αξιοπιστίας, δεδομένου το 0 είναι το



οριακό σημείο όπου από εκεί αναλόγως την περίπτωση, ξεκινούν τα κέρδη ή οι ζημιές, αυτό αποτελεί μια παραλλαγή της ανάλυσης του νεκρού σημείου, (Θωμαδάκης 1990)

Όπως είχε επισημανθεί στο δεύτερο κεφάλαιο οι ροπές πρώτης τάξης συχνά δεν μπορούν να παρακολουθήσουν την αλλαγή της διακύμανσης των τιμών, ουσιαστικά δηλαδή το volatility. Για αυτό θα πρέπει να μεταφέρουμε τις εξισώσεις σε ροπές υψηλότερης τάξεως. Έτσι έχουμε:

$$_{-}\sigma_t^2 = E(r_t^2 | r_{t-d} < \tau)$$

$$_{+}\sigma_t^2 = E(r_t^2 | r_{t-d} \geq \tau)$$

όπου το d αντιπροσωπεύει την χρονική υστέρηση, την οποία όπως θα δούμε παρακάτω θα την θέσουμε ίση με 1.

Η συνολική δεσμευμένη διακύμανση γίνεται:

$$\sigma_t^2 = _{+}\sigma_t^2(1 - I_t) + _{-}\sigma_t^2 I_t$$

όπου το I_t δίνει την ροή της πληροφορίας των χρόνο t , με μία πιο σύνθετη μορφή. Πιο συγκεκριμένα:

$$I_t = 1 \text{ για } r_{t-d} < 0$$

και

$$I_t = 0 \text{ αλλού}$$

Ουσιαστικά πρόκειται για μια ψευδομεταβλητή, η οποία παίρνει δύο τιμές. 1 και 0.

5.3.2 ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗΣ ΜΗ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΗΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΜΕ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΙΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ ΤΩΝ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ

Έχοντας συγκεντρώσει τα στοιχεία που θέλουμε, καταλήγουμε στην μορφή του υποδείγματος που θα έχουμε σαν αρχική εξίσωση της απόδοσης. Παίρνουμε:

$$r_t = \mu + \varepsilon_t \quad \text{όπου } \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$$

Με την ανάλυση που είχαμε αναπτύξει στο προηγούμενο κεφάλαιο εξηγήσαμε για πιο λόγο είναι λογικό σε τέτοια κατηγορίας δεδομένα να έχουμε τον μέσο σταθερό και ίσο με μηδέν.

Εδώ θέλοντας να δώσουμε μεγαλύτερη ερμηνευτική ικανότητα στο υπόδειγμα μας και να το κάνουμε πιο πολυδιάστατο, εφαρμόζουμε μεθοδολογία στον μέσο παρόμοια με αυτή της διακύμανσης. Δηλαδή μιλάμε για δεσμευμένο μέσο την χρονική στιγμή t . Άρα ο πιο σωστός συμβολισμός για τον μέσο είναι αντί για μ , το μ_t .

Έχουμε:

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad \text{όπου } \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$$

Όπου ο μέσος είναι:

$$\mu_t = +\mu_t(1 - I_{t-1}) + -\mu_t(I_{t-1})$$

και αντιστοίχως η διακύμανση:

$$\sigma_t^2 = +\sigma_t^2(1 - I_{t-d}) + -\sigma_t^2 I_{t-d}$$

και θέτοντας $d=1$

$$\sigma_t^2 = +\sigma_t^2(1 - I_{t-1}) + -\sigma_t^2 I_{t-1}$$

Για τα παραπάνω ισχύει: $I_{t-1} = 1$ αν $r_{t-1} \leq 0$ και $I_{t-1} = 0$ αν $r_{t-1} > 0$

Τα $-\mu_t$, $+\mu_t$ αναλύονται ως εξής:

$$-\mu_t = \alpha_1 r_{t-1} + \beta_1 GEN_{t-1} \quad \text{αν } r_{t-1} \leq 0$$

και

$$+\mu_t = \alpha_2 r_{t-1} + \beta_2 GEN_{t-1} \quad \text{αν } r_{t-1} > 0$$

Παρατηρούμε ότι η αναμενόμενη απόδοση τον χρόνο t , μ_t εξαρτάται από την απόδοση r_{t-1} την χρονική στιγμή $t-1$. Αν η απόδοση είναι αρνητική, ($r_{t-1} \leq 0$) τότε ο μέσος μ_t ισούται με $-\mu_t$, ενώ αν είναι θετική η απόδοση ($r_{t-1} > 0$), τότε ο μέσος ισούται με $+\mu_t$.

Οι συντελεστές α_1 , β_1 και οι α_2 , β_2 πρέπει να εκτιμηθούν. Μας δείχνουν την επίδραση της απόδοσης και του Γενικού δείκτη του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών (GEN) τον χρόνο $t-1$ στον μέσο μ_t .

Στο υπόδειγμα που μελετάμε η δεσμευμένη ασύμμετρη διακύμανση (όπως αναλύεται από την I) ακολουθεί ένα Threshold ARCH υπόδειγμα, το οποίο «συλλαμβάνει» το leverage effect. Εδώ παρουσιάζεται με την μορφή του TARCH(1,0). Παρακάμπτεται δηλαδή ο GARCH όρος. Συγκεκριμένα αν η απόδοση τον χρόνο $t-1$ είναι θετική ($r_{t-1} > 0$) η δεσμευμένη διακύμανση δίνεται από τον τύπο:

$$+\sigma_t^2 = \gamma_1 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2$$

ενώ αν η απόδοση είναι αρνητική ($r_{t-1} \leq 0$) η δεσμευμένη διακύμανση γίνεται:

$$-\sigma_t^2 = \gamma_2 + \delta_2 \varepsilon_{t-1}^2$$

Οι συντελεστές γ_1 και δ_1 , επηρεάζουν το volatility όταν έχουμε θετικές αποδόσεις στον δείκτη και οι συντελεστές γ_2 , δ_2 όταν έχουμε αρνητικές αποδόσεις αντίστοιχα.

Τα ανωτέρω τυπολόγια αφορούν μία μετοχή από το σύνολο. Το συνολικό volatility του δείκτη θα εκφράζεται από μία ουσιαστική γενίκευση, η οποία θα είναι:

$$\sigma_{INDEX}^2 = f(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_k^2)$$

Το κ είναι ο αριθμός των μετοχών που απαρτίζουν τον δείκτη. Αφού υπάρχουν δύο μετρήσεις για το volatility, είναι αυτονόητο ότι θα υπολογίσουμε και δύο υποδείγματα για την δεσμευμένη διακύμανση του δείκτη. Αυτά είναι:

$$-\sigma_{INDEX}^2 = f(-\sigma_1^2, -\sigma_2^2, \dots, -\sigma_k^2)$$

και

$$+\sigma_{INDEX}^2 = f(+\sigma_1^2, +\sigma_2^2, \dots, +\sigma_k^2)$$

Από την στιγμή που πάρουμε τα αποτελέσματα από τις δεσμευμένες διακυμάνσεις για τα κ υποδείγματα, μέσα από εφαρμογή υποδειγμάτων πολλαπλής παλινδρόμησης θα διαχωρίσουμε τις μετοχές σε αυτές που έχουν «ανοδικό» και σε αυτές που έχουν «καθοδικό» volatility. Επίσης θα παρατηρήσουμε αν επηρεάζουν και σε πιο βαθμό το volatility του τραπεζικού δείκτη.

5.3.3 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ ΣΤΙΣ ΜΕΤΟΧΕΣ ΤΡΑΠΕΖΩΝ

Πέρα από τα διαγράμματα των αποδόσεων, θα εξετάσουμε και τα περιγραφικά τους μέτρα, για να αντιληφθούμε καλύτερα τα χαρακτηριστικά τους. Το επόμενο βήμα είναι ο έλεγχος για την ύπαρξη η μη αυτοσυσχέτισης και ετεροσκεδαστικότητας, για τις πρώτες διαφορές των τιμών των αποδόσεων. Θα αναφερθεί και τι ισχύει για τα κατάλοιπα.

Κύριο σημείο είναι η παρατήρηση και ο διαχωρισμός του volatility, με βάση την ανοδική και καθοδική πορεία των αποδόσεων, καθώς και τα αντίστοιχα ποσοστά του. Στην συνέχεια θα γίνει η εφαρμογή του υποδείγματος στα δεδομένα, καθώς και η επιλογή των μετοχών που επηρεάζουν πιο πολύ το volatility του δείκτη.

Τα περιγραφικά μέτρα και ο έλεγχος κανονικότητας παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα. Αναφερόμαστε στην μέση απόδοση, την τυπική απόκλιση, την ασυμμετρία και την κύρτωση. Από την πλευρά της κανονικότητας υπολογίζεται ο έλεγχος Jarque Bera καθώς και το αντίστοιχο p value.

Πίνακας 10

ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΚΑΙ ΚΑΝΟΝΙΚΟΤΗΤΑ

Μετοχές	Μέσος	Τυπική Απόκλιση	Ασυμμετρία	Κύρτωση	JB*	Prob.
Απόκλιση						
ALPHA	-0,000894	0,559138	0,559138	6,212424	471,4861	0,00
ΑΣΠΙΣ	-0,001875	0,025866	0,474996	7,551021	880,782	0,00
ΑΤΤΙΚΗΣ	-0,001595	0,031088	0,443292	8,251839	1155,99	0,00
ΑΤΕ	-0,000328	0,012309	1,498925	15,61996	5005,456	0,00
ΓΕΝΙΚΗ	-0,001999	0,025427	0,358779	6,932095	651,033	0,00
ΕΤΒΑ	-0,001255	0,027999	0,493487	5,517601	297,982	0,00
ΕΓΝΑΤΙΑ	-0,001921	0,027203	0,824616	7,938853	1104,823	0,00
ΕΓΝΑΤΙΑ Π.	-0,001949	0,028740	0,222963	5,596174	282,763	0,00
ΕΘΝΙΚΗ	-0,000926	0,021091	0,258061	5,389733	243,571	0,00
EUROBANK	-0,000858	0,017437	0,322793	5,698640	313,7522	0,00
ΕΛΛΑΔΟΣ	-0,000246	0,024649	0,315316	6,936679	647,727	0,00
ΚΥΠΡΟΥ	-0,001615	0,025265	0,624760	8,613685	1051,502	0,00
ΠΕΙΡΑΙΩΣ	-0,001099	0,019180	0,154537	6,640929	544,089	0,00
ΕΜΠΟΡΙΚΗ	-0,001471	0,023217	0,125710	6,089150	391,447	0,00
ΓΕΝΙΚΟΣ	-0,001101	0,018129	0,382421	6,924370	651,416	0,00
ΔΕΙΚΤΗΣ						

* Έλεγχος κανονικότητας Jarque Bera

Καταρχήν παρατηρούμε ότι η μέση απόδοση για όλες τις μετοχές και τον δείκτη είναι πάρα πολύ κοντά στο μηδέν, με σχεδόν όλες να είναι κάτω από αυτό. Το γεγονός αυτό εξηγείται από τις καθοδικές πορείες των τιμών όλων των μετοχών του κλάδου, την περίοδο που εξετάζουμε.

Οι χρονοσειρές των αποδόσεων των τραπεζικών μετοχών και του δείκτη, εμφανίζονται να έχουν πολύ μεγάλες θετικές τιμές στην μέτρηση της κύρτωσης τους, παρουσιάζονται δηλαδή υψηλή κύρτωση και γι αυτό τις χαρακτηρίζουμε σαν λεπτόκυρτες. (Τιμές κοντά στο 3 υποδηλώνουν κανονική κατανομή, κάτι που δεν συμβαίνει εδώ. Κάτω από το 3, θα είχαν μικρή κύρτωση και θα τις αποκαλούσαμε πλατύκυρτες). Επίσης οι κατανομές των αποδόσεων παρουσιάζουν και θετική ασυμμετρία, δεδομένου ότι όλες οι τιμές του συντελεστή έχουν θετική τιμή.

Ο έλεγχος κανονικότητας, μας δείχνει ότι η μηδενική υπόθεση καταρρίπτεται σε εξαιρετικά χαμηλά επίπεδα σημαντικότητας. Καμία από τις κατανομές μας δεν είναι κανονική. Ακολούθως εξετάζονται οι αποδόσεις των μετοχών ως προς την αυτοσυσχέτιση σε σχέση με την προηγούμενη τιμή τους. Όπως και πριν έχουμε κάνει έλεγχο για 15 υστερήσεις

Πίνακας 11α

Q Statistics για τις μετοχές και το αντίστοιχο p-value

ΑΤΤΙΚΗΣ	ALPHA	ΑΣΠΣ	ATE	EFG	ΕΓΝΑΤΙΑ	
					1	2
47.77	0.00	177.50	0.00	23.61	0.00	159.20
49.34	0.00	182.87	0.00	24.32	0.00	161.29
51.26	0.00	182.87	0.00	25.92	0.00	161.41
57.49	0.00	183.01	0.00	31.63	0.00	165.03
57.68	0.00	183.17	0.00	31.65	0.00	166.80
57.74	0.00	183.43	0.00	31.65	0.00	167.83
58.69	0.00	184.75	0.00	33.03	0.00	167.89
60.61	0.00	184.92	0.00	34.61	0.00	169.06
62.94	0.00	184.92	0.00	34.74	0.00	172.01
65.09	0.00	186.49	0.00	36.09	0.00	173.58
66.04	0.00	192.41	0.00	37.16	0.00	173.85
66.09	0.00	195.64	0.00	38.41	0.00	174.31
66.09	0.00	196.03	0.00	42.21	0.00	174.33
66.30	0.00	196.23	0.00	42.23	0.00	174.87
66.61	0.00	196.35	0.00	42.23	0.00	174.10

Πίνακας 11β

Q Statistics για τις μετοχές και το αντίστοιχο p-value

ΕΛΛΑΣΟΣ	ΕΜΠΙΟΡΙΚΗ	ΕΤΒΑ	ΕΘΝΙΚΗ	ΓΕΝΙΚΗ	ΚΥΠΡΟΥ	ΠΕΙΡΑΙΩΣ
20.13 0.00	29.11 0.00	23.17 0.00	26.62 0.00	63.85 0.00	17.60 0.00	20.30 0.00
23.97 0.00	29.11 0.00	26.18 0.00	28.49 0.00	64.46 0.00	18.33 0.00	20.67 0.00
25.01 0.00	30.41 0.00	26.30 0.00	31.48 0.00	65.28 0.00	21.41 0.00	29.57 0.00
27.96 0.00	38.87 0.00	28.07 0.00	36.23 0.00	70.57 0.00	21.88 0.00	33.77 0.00
28.15 0.00	39.10 0.00	28.14 0.00	36.43 0.00	73.30 0.00	24.58 0.00	34.67 0.00
29.79 0.00	39.48 0.00	30.84 0.00	37.03 0.00	76.74 0.00	26.71 0.00	34.84 0.00
30.86 0.00	39.52 0.00	31.33 0.00	37.46 0.00	76.76 0.00	27.23 0.00	34.89 0.00
31.88 0.00	40.40 0.00	31.44 0.00	38.45 0.00	77.28 0.00	27.40 0.00	35.07 0.00
33.86 0.00	40.81 0.00	32.35 0.00	38.53 0.00	77.57 0.00	27.49 0.00	35.22 0.00
44.92 0.00	40.83 0.00	32.95 0.00	38.81 0.00	78.25 0.00	27.50 0.00	36.79 0.00
45.01 0.00	40.94 0.00	33.83 0.00	39.10 0.00	78.89 0.00	28.21 0.00	37.09 0.00
49.30 0.00	41.95 0.00	38.24 0.00	39.71 0.00	84.85 0.00	28.75 0.00	37.65 0.00
50.69 0.00	42.71 0.00	38.99 0.00	40.20 0.00	85.54 0.00	34.28 0.00	37.65 0.00
50.78 0.00	43.30 0.00	39.84 0.00	40.21 0.00	85.80 0.00	37.00 0.00	38.84 0.00
53.86 0.00	43.74 0.00	41.20 0.00	40.45 0.00	87.35 0.00	37.33 0.00	38.96 0.00

Είναι εμφανές ότι υπάρχει απόρριψη της υπόθεσης της μη αυτοσυσχέτισης των τιμών των αποδόσεων, των μετοχών και του δείκτη (ως προς τις πρώτες διαφορές). Αυτό συμβαίνει σε εξαιρετικά χαμηλά επίπεδα στατιστικής σημαντικότητας (πολύ κοντά στο 0) Ανάλογο αποτέλεσμα παίρνουμε για τα κατάλοιπα και για τα τετραγωνισμένα κατάλοιπα, δηλαδή έχουμε την ύπαρξη ισχυρής αυτοσυσχέτισης.

Παρατηρούμε ότι για τα χαρακτηριστικά που αναφέραμε, παρουσιάζεται κοινή συμπεριφορά όλων των μετοχών με τον δείκτη. Συνεχίζουμε με τις μετρήσεις για το volatility, για δούμε εάν και εδώ ισχύει η παραπάνω διαπίστωση

Οι στήλες που απεικονίζουν την ανοδική και καθοδική κίνηση, έχουν προέλθει από την σύγκριση του μεγέθους της απόδοσης, εκ των υστέρων, της ημέρας t σε σχέση με την απόδοση της ημέρας $t-1$. Πιο μεγάλη απόδοση την ημέρα t από την ημέρα $t-1$, χαρακτηρίζεται σαν ανοδική κίνηση. Το ανάποδο χαρακτηρίζεται σαν καθοδική κίνηση. Έχουμε δηλαδή καταγραφή του πρόσημου των αποδόσεων και ουσιαστικά των διαχωρισμό του σε αρνητικό και θετικό, κάτι που είχε απεικονισθεί στα τυπολόγια πριν.

Πίνακας 12

Ανοδικές και καθοδικές κινήσεις του volatility των αποδόσεων

ΜΕΤΟΧΕΣ	ΑΝΟΔΙΚΗ	ΚΑΘΟΔΙΚΗ	% ΑΝΟΔ.	% ΚΑΘΟΔ.	ΚΟΙΝΗ	%
	ΚΙΝΗΣΗ**	ΚΙΝΗΣΗ**	ΚΙΝΗΣΗΣ	ΚΙΝΗΣΗΣ	ΚΙΝΗΣΗ*	
ALPHA	484	495	49,43	50,57	819	83,66
ΑΣΠΙΣ	428	551	43,72	56,28	639	65,27
ΑΤΤΙΚΗΣ	469	509	47,90	52,09	412	42,08
ΑΤΕ***	293	423	40,92	59,08	460	64,25
ΓΕΝΙΚΗ	452	527	43,21	56,79	512	52,30
ΕΤΒΑ	443	535	45,25	54,75	500	51,07
ΕΓΝΑΤΙΑ	479	500	48,93	51,07	676	69,05
ΕΓΝΑΤΙΑ Π.	453	526	46,27	53,73	594	60,67
ΕΘΝΙΚΗ	485	494	49,54	50,46	824	84,17
EUROBANK	476	503	48,62	51,38	799	81,61
ΕΛΛΑΔΟΣ	495	484	50,56	49,43	658	67,21
ΚΥΠΡΟΥ***	364	401	47,58	52,42	316	41,30
ΠΕΙΡΑΙΩΣ	469	510	47,91	52,09	758	77,42
ΕΜΠΟΡΙΚΗ	505	474	51,58	48,42	792	80,90
ΓΕΝΙΚΟΣ	491	488	50,15	49,85	-	-
ΔΕΙΚΤΗΣ						

*** Έχουν λιγότερες από 979 τιμές

** Αριθμός ημερών που είχε η απόδοση της μετοχής ανοδική ή καθοδική κίνηση

* Αριθμός ημερών που η απόδοση της μετοχής είχε κοινή πορεία με αυτή του δείκτη.

Με εξαίρεση την τράπεζα Κύπρου (765) και την Αγροτική Τράπεζα (716), όλες οι άλλες τράπεζες και ο δείκτης έχουν 979 μετρήσεις. Η ανωτέρω επαναλαμβανόμενη διαδικασία έχει την μνήμη μιας περιόδου.

Στις διπλανές στήλες έχουμε τα αντίστοιχα ποσοστά που μας δίνουν άθροισμα 100%. Η τράπεζα που έχει την μεγαλύτερη δυναμική στην άνοδο των αποδόσεων είναι η Εμπορική και την ακολουθούν η Ελλάδος, ο τραπεζικός δείκτης και η Εθνική. Παρατηρούμε ότι είναι οι μεγαλύτερες κρατικές τράπεζες. Ακολουθεί η Πίστεως, η οποία είναι η μεγαλύτερη από τις ιδιωτικές τράπεζες. Για την καθοδική πορεία, έχουμε σαν πρώτη την Αγροτική Τράπεζα την Γενική και την Ασπίς. Είναι χαρακτηριστικό ότι η Ασπίς και η Αγροτική είχαν για πολλά χρόνια ελλειμματικούς ισολογισμούς.

Η στήλη της κοινής κίνησης, δείχνει ουσιαστικά την ύπαρξη ομοίου πρόσημου της απόδοσης της μετοχής, σε σχέση με την απόδοση του γενικού τραπεζικού δείκτη. Αυτό γίνεται για κάθε μετοχή ξεχωριστά. Προσπαθούμε να απεικονίσουμε, σε ποσοστό και αριθμητικά το πόσο ταυτίζεται η πορεία των αποδόσεων των μετοχών με αυτή του δείκτη.

Πιο κοντά στην πορεία της απόδοσης του δείκτη, είναι η απόδοση της Πίστεως, της Εθνικής της EFG Eurobank και της Εμπορικής. Έχουμε περίπου τις ίδιες τράπεζες με πριν. Στην πιο διαφορετική θέση ως προς το πρόσημο, έχουμε την Αττική, την Ετβά και την Γενική.

Μέχρι αυτό το σημείο, έγινε χρησιμοποίηση όλων των μετοχών. Για την περαιτέρω διερεύνηση, ειδικά για τα μοντέλα παλινδρόμησης που θα ακολουθήσουν και θα δείχνουν τις μετοχές που συνεισφέρουν στο volatility του δείκτη, θα πρέπει να έχουμε ίσο αριθμό στοιχείων για κάθε μετοχή. Οι μετοχές της ΑΤΕ και της Τράπεζας Κύπρου είναι πολύ πρόσφατες, σε σχέση με τις άλλες και για αυτό δεν είναι δόκιμο να μειώσουμε τον αριθμό των υπολοίπων για να φτάσουν να έχουν όσο η μετοχή με τις λιγότερες τιμές (715 τιμές η Τράπεζα Κύπρου). Γι αυτό θα τις αποκλείσουμε. Επίσης θα αποκλειστεί και η μετοχή της Εγνατίας Προνομιούχου, για διαφορετικό όμως λόγο. Ουσιαστικά δεν είναι μια διαφορετική μετοχή σε σχέση με την μετοχή της Εγνατίας. Απλά ένας αριθμός από τις μετοχές του συνόλου έχουν προνομιακή λήψη μερίσματος, θέση προτεραιότητας σε περίπτωση εκκαθάρισης, σταθερό κατώτατο μέρισμα και άλλα πλεονεκτήματα που ποικίλλουν ανάλογα την περίπτωση, με αντιστάθμισμα το να μην έχουν δικαίωμα ψήφου στις συνελεύσεις της εταιρίας.

5.3.4 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Έτσι συνεχίζουμε με τις 11 μετοχές και τον δείκτη, για τα οποία εκτιμούνται οι παράμετροι του υποδείγματος, βάση της μεθοδολογίας που αναφέρθηκε. Τα αποτελέσματα της εκτίμησης παρατίθονται στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 13

Εκτίμηση Παραμέτρων Υποδείγματος

	ΜΕΣΟΣ				ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ			
	“ΚΑΘΟΔΙΚΟ” VOL	“ΑΝΟΔΙΚΟ” VOL*	“ΑΝΟΔΙΚΟ” VOL*	“ΚΑΘΟΔΙΚΟ” VOL				
ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ	α_1	β_1	α_2	β_2	γ_1	δ_1	γ_2	δ_2
ΜΕΤΟΧΕΣ								
ALPHA	0,2076	0,0706	0,1104	-0,0732	0,00035	0,1344	0,000317	0,267
ΑΣΠΙΣ	0,3012	2,2203	0,1111	-0,0080	0,00044	0,6117	0,000340	0,383
ΑΤΤΙΚΗΣ	0,1216	-0,1753	-0,0237	0,1512	0,00048	0,5776	0,000773	0,288
ΕΓΝΑΤΙΑ	0,0137	0,3043	0,0728	-0,0219	0,00049	0,2047	0,000512	0,505
ΕΛΛΑΔΟΣ	0,0767	0,2379	-0,0742	0,1175	0,00033	0,4200	0,000308	0,639
ΕΜΠΟΡΙΚΗ	0,3223	0,1651	0,1791	-0,0746	0,00032	0,5597	0,000452	0,178
ΕΤΒΑ	0,2403	-0,0705	0,2521	-0,3569	0,00040	0,3845	0,000796	0,223
ΕΘΝΙΚΗ	0,1921	0,0318	0,2166	-0,0831	0,00035	0,1172	0,000428	0,109
EUROBANK	0,1383	0,1615	0,1405	-0,0259	0,00025	0,1663	0,000245	0,151
ΓΕΝΙΚΗ	0,2784	0,0257	0,1855	0,0670	0,00046	0,2339	0,000543	0,186
ΠΕΙΡΑΙΩΣ	0,1398	0,1689	0,0961	0,0288	0,00029	0,2520	0,000279	0,209
ΓΕΝΙΚΟΣ	0,3569	0,0062	0,2549	-0,1596	0,00024	0,2513	0,000273	0,190
ΔΕΙΚΤΗΣ								

* VOL. = Volatility

Η εκτίμηση των 12 ανωτέρω υποδειγμάτων έγινε με την μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας (maximum likelihood estimation). Η εξέταση της στατιστικής σημαντικότητας των παραμέτρων, μας έδειξε ότι σχεδόν στο σύνολο των περιπτώσεων, η παραλλαγή του υποδείγματος TARCH που χρησιμοποιήθηκε είναι ικανή να συλλάβει το volatility clustering phenomenon, αλλά και το leverage effect.

Ο καθορισμός των 3 εξισώσεων του volatility, (μία χωρίς τον διαχωρισμό και αφού προχωρήσουμε στο διαχωρισμό, μία για τις ανοδικές και μία για τις καθοδικές αποδόσεις), πραγματοποιείται με την μέθοδο του stepwise regression.

Οι εξισώσεις πολλαπλής παλινδρόμησης που προκύπτουν έχουν σαν εξαρτημένη μεταβλητή κάθε φορά την συγκεκριμένη μορφή του volatility του γενικού τραπεζικού δείκτη και ανεξάρτητες μεταβλητές τις σειρές (που έχουν υπολογιστεί με το TARCH υπόδειγμα), των εκτιμήσεων των δεσμευμένων

διακυμάνσεων. Παρακάτω παρουσιάζεται το τέλος της διαδικασίας της τμηματικής παλινδρόμησης, δηλαδή το σημείο που έχουμε καταλήξει στις στατιστικά σημαντικές ανεξάρτητες μεταβλητές, έχοντας απορρίψει αυτές που δεν είναι στατιστικά σημαντικές.

Για την περίπτωση που δεν έχουμε διαχωρισμό η εξίσωση παλινδρόμησης είναι:

$$\sigma_t^2 = 0.254 \text{ Alpha} + 0.00614 \text{ Ασπίς} + 0.136 \text{ Εμπορική} + 0.0104 \text{ Ετβά} + \\ + 0.146 \text{ Εθνική} + 0.111 \text{ Efg} + 0.0936 \text{ Πειραιώς}$$

Πίνακας 14

Υπόδειγμα χωρίς διαχωρισμό

Μετοχές	Coef	StDev	T-Stat	P value
Alpha	0.254340	0.010410	24.43	0.000
Ασπίς	0.006139	0.002223	2.76	0.006
Εμπορική	0.135791	0.004524	30.02	0.000
Ετβά	0.010443	0.004198	2.49	0.013
ΕΤΕ	0.145530	0.014170	10.27	0.000
EFG	0.110910	0.024220	4.58	0.000
Πειραιώς	0.093550	0.013810	6.77	0.000

Για την περίπτωση που έχουμε διαχωρισμό η εξίσωση παλινδρόμησης για την ανοδική κίνηση του volatility είναι:

$$+ \sigma_t^2 = 0.249 \text{ Alpha} - 0.00405 \text{ Αττικής} + 0.0104 \text{ Εγνατία} + 0.180 \text{ Εμπορική} + \\ + 0.198 \text{ Εθνική} + 0.0919 \text{ Efg} - 0.0425 \text{ Γενική} + 0.0855 \text{ Πειραιώς}$$

Πίνακας 15

Υπόδειγμα με ανοδική κίνηση του volatility

Μετοχές	Coef	StDev	T-Stat	P value
Alpha	0.249030	0.010510	23.69	0.000
Αττικής	-0.004054	0.001985	-2.04	0.042
Εγνατία	0.010426	0.002982	3.50	0.001
Εμπορική	0.179900	0.013910	12.93	0.000
Εθνική	0.197650	0.019700	10.03	0.000
EFG	0.091910	0.030200	3.04	0.002
Γενική	-0.042450	0.010880	-3.90	0.000
Πειραιώς	0.085460	0.018410	4.64	0.000

Αντιστοίχως για την καθοδική κίνηση του volatility έχουμε την ακόλουθη εξίσωση παλινδρόμησης:

$$\sigma_I^2 = 0.314 \text{ Alpha} + 0.00701 \text{ Ασπίς} + 0.00969 \text{ Αττικής} - 0.0121 \text{ Εγνατία} + \\ + 0.134 \text{ Εμπορική} + 0.0288 \text{ Ετβά} + 0.181 \text{ Efg} + 0.0805 \text{ Πειραιώς}$$

Πίνακας 16

Υπόδειγμα με καθοδική κίνηση του volatility

Μετοχές	Coef	StDev	T-Stat	P value
Alpha	0.313700	0.029180	10.75	0.000
Ασπίς	0.007012	0.003277	2.14	0.033
Αττικ	0.009689	0.003348	2.89	0.004
Εγνατία	-0.012102	0.003973	-3.05	0.002
Εμπορική	0.134094	0.005278	25.41	0.000
Ετβά	0.028815	0.006304	4.57	0.000
Efg	0.181010	0.041980	4.31	0.000
Πειραιώς	0.080520	0.019390	4.15	0.000

Παρατηρώντας τις εξισώσεις για το volatility του δείκτη, βλέπουμε κάποιες μετοχές που βρίσκονται και στις τρεις. Είναι οι τρεις μεγαλύτερες ιδιωτικές τράπεζες στην Ελλάδα, η Alpha, η Efg Eurobank και η Πειραιώς. Αποδεικνύεται ότι έχουν συμμετοχή σε όλες τις μορφές κίνησης του volatility του δείκτη και άρα ένα μεγάλο ρόλο στην διαμόρφωση του. Από τις δημόσιες τράπεζες έχουμε την δεύτερη μεγαλύτερη, την Εμπορική τράπεζα.

Στην εξίσωση με το «θετικό» volatility και ταυτόχρονα στην εξίσωση του συνολικού έχουμε μόνο την Εθνική Τράπεζα. Εδώ κάνουμε άλλη μία σημαντική παρατήρηση. Ότι η μεγαλύτερη δημόσια τράπεζα συντελεί και εμφανίζεται μόνο στην πίεση για άνοδο του δείκτη. Αυτή η τάση είναι αρκετά υψηλή ώστε να εμφανίζεται στο συνολικό volatility. Ένα σημείο που στηρίζει τα παραπάνω, είναι ότι η μετοχή της είχε από τις μικρότερες απώλειες στην τιμή της, την περίοδο που εξετάζουμε.

Στην εξίσωση με το «αρνητικό» volatility και ταυτόχρονα στην εξίσωση του συνολικού έχουμε, την Ασπίς και την Ετβά, γεγονός που επιβεβαιώνει την επισήμανση που είχε γίνει σε προηγούμενη σελίδα για τους χρόνια προβληματικούς ισολογισμούς τους. Έχουν εμφάνιση όταν πιέζεται προς τα κάτω ο δείκτης.

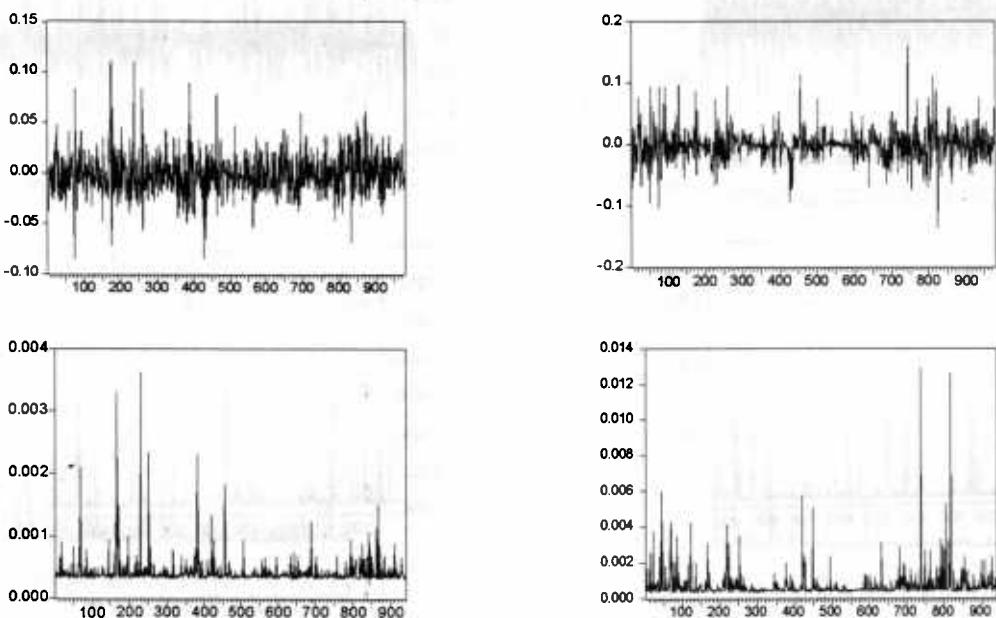
Οι τράπεζες Αττική και Εγνατία βρίσκονται μόνο στις εξισώσεις των πρόσημων (και των δύο) και όχι όταν έχουμε αδιάσπαστο το volatility. Η Γενική είναι η μόνη που βρίσκεται σε μία εξίσωση και αυτή είναι του θετικού volatility. Αυτές οι περιπτώσεις ίσως υποδηλώνουν σημαντική παρουσία στην τάση, όταν έχουμε την διάσπαση, αλλά όχι και όγκο, για να βρεθούν στο σύνολο.

Το παράδοξο προέρχεται από την μία μετοχή που στο σύνολο των 12 δεν βρίσκεται σε καμία από τις εξισώσεις του volatility. Είναι η μετοχή της Τράπεζας της Ελλάδος. Η απουσία της πιθανώς να οφείλεται στην σταθερότητα που είχε επιδείξει η τιμή της, άρα και οι αποδόσεις κατά την περίοδο που εξετάζουμε.

Από την στιγμή που υπάρχουν τα αποτελέσματα για τις εκτιμήσεις των δεσμευμένων διακυμάνσεων για τα $\kappa=12$ υποδείγματα, μπορούμε να δημιουργήσουμε, όπως πράξαμε και στο τέταρτο κεφάλαιο, τις αντίστοιχες χρονολογικές σειρές, για τις ελέγχουμε διαγραμματικά με τις αρχικές των αποδόσεων. Έτσι θα μπορέσουμε να εξακριβώσουμε εάν οι ανωτέρω εκτιμήσεις που προέρχονται από το υπόδειγμα Threshold ARCH καταφέρνουν να «συλλάβουν» την κίνηση των δεικτών.

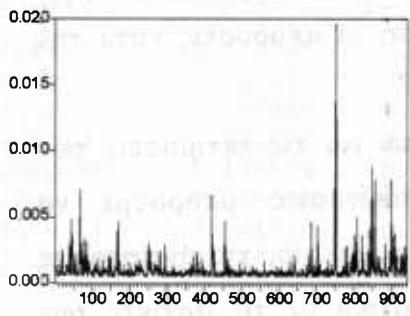
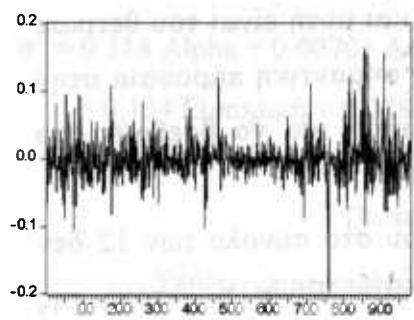
Διάγραμμα 17

Σύγκριση απόδοσης και εκτίμησης της δεσμευμένης διακύμανσης

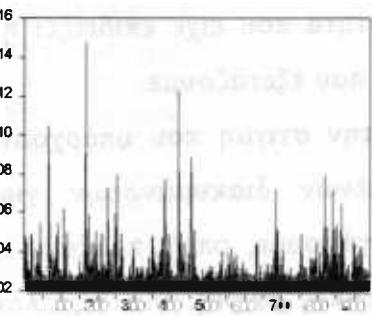
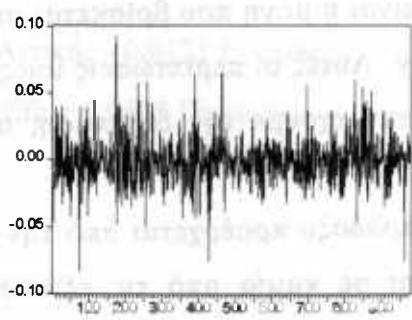


ΤΡΑΠΕΖΑ ALPHA

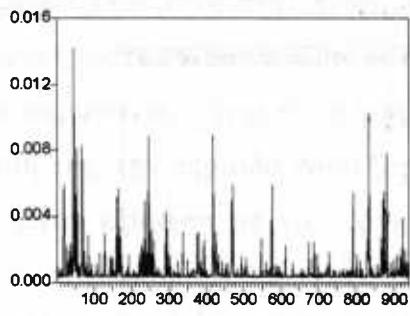
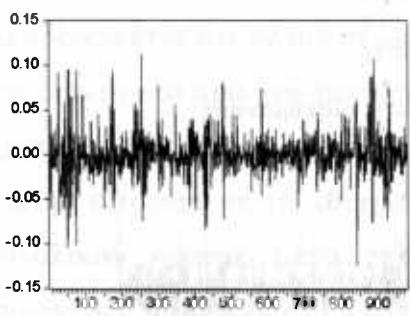
ΤΡΑΠΕΖΑ ΑΣΠΙΣ



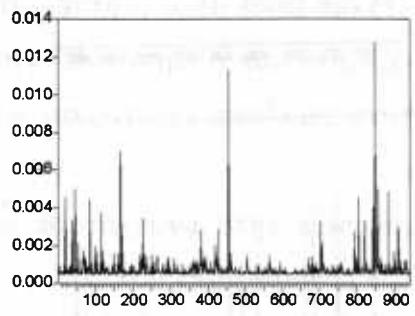
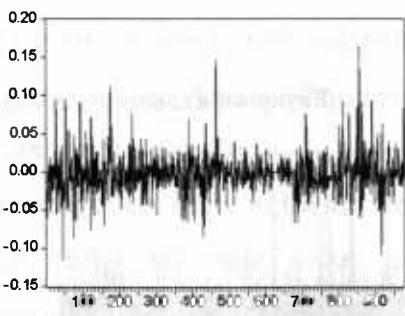
ΤΡΑΠΙΕΖΑ ΑΤΤΙΚΗΣ



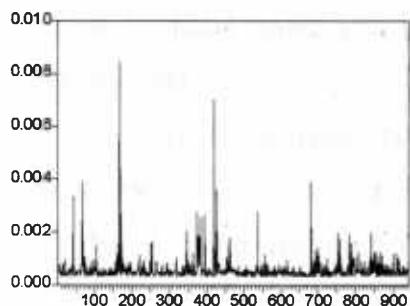
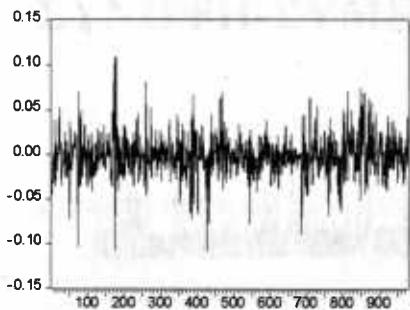
ΤΡΑΠΙΕΖΑ EFG EUROBANK



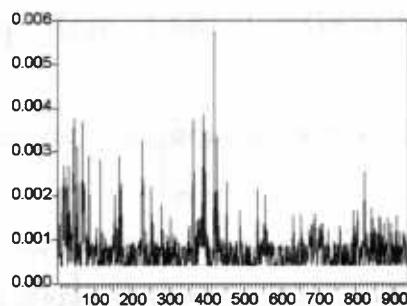
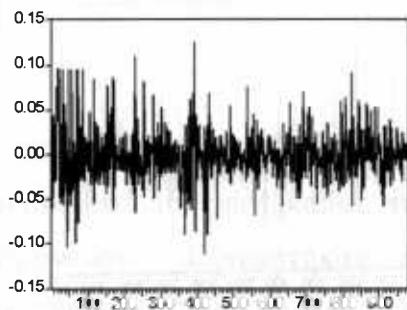
ΤΡΑΠΙΕΖΑ ΕΛΛΑΔΟΣ



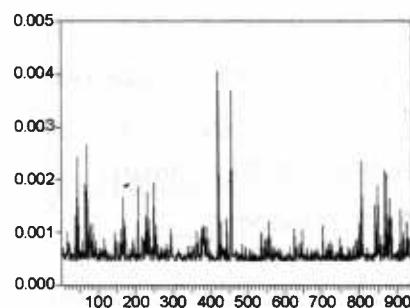
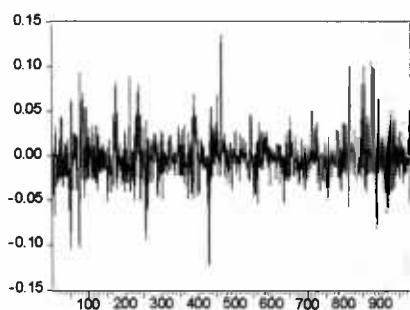
ΤΡΑΠΙΕΖΑ ΕΓΝΑΤΙΑ



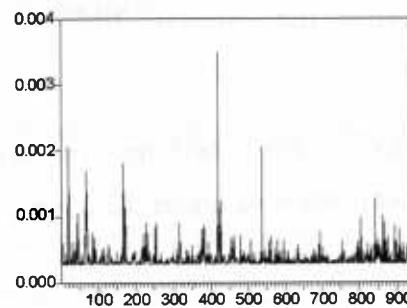
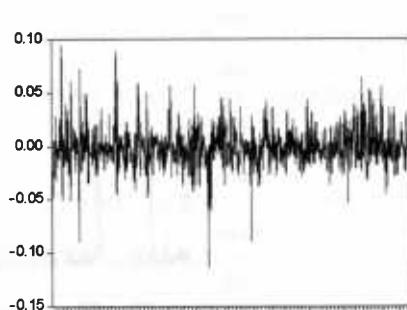
ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ



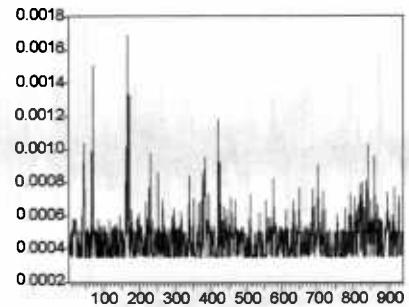
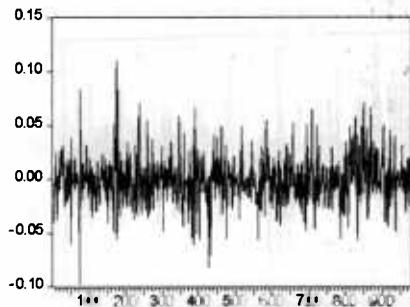
ΕΤΒΑ



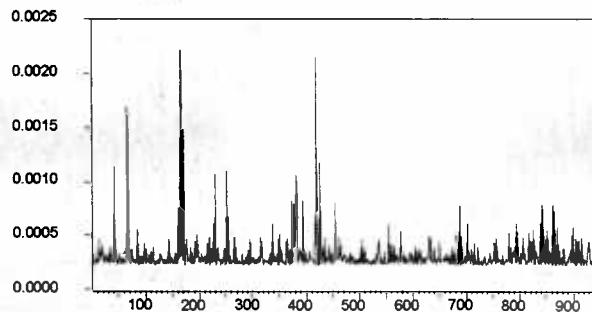
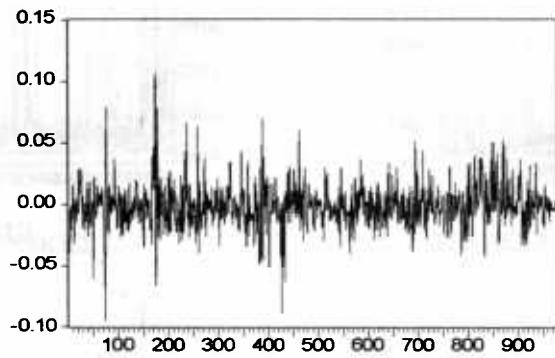
ΓΕΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ



ΤΡΑΠΕΖΑ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ



ΓΕΝΙΚΟΣ ΤΡΑΠΕΖΙΚΟΣ ΔΕΙΚΤΗΣ

Παρατηρούμε ότι η εκτίμηση της δεσμευμένης διακύμανσης μπόρεσε στο σύνολο των περιπτώσεων να παρακολουθήσει την κίνηση του volatility της απόδοσης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΚΤΟ

ΣΥΝΟΨΗ-ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Σκοπός αυτής της μελέτης ήταν η παρουσίαση των ειδικών χαρακτηριστικών των χρηματοοικονομικών χρονολογικών σειρών, καθώς και η ερμηνεία των υποδειγμάτων που τις ερμηνεύουν. Εξετάστηκαν τα υποδείγματα ARCH, GARCH, καθώς και κάποιες επεκτάσεις και τροποποιήσεις τους, (τα υποδείγματα ARCH in Mean, TARCH, EGARCH, QGARCH).

Από την θεωρητική ανάλυση και τις εφαρμογές σε χρηματοοικονομικά δεδομένα, καταλήξαμε στα εξής συμπεράσματα:

- 1) Τα Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα Ετεροσκεδαστικότητας και το σύνολο της συγκεκριμένης οικογένειας υποδειγμάτων, μπορούν να εφαρμοστούν και να ερμηνεύσουν επιτυχώς χρηματοοικονομικές χρονολογικές σειρές.
- 2) Αντιθέτως τα υποδείγματα τύπου ARIMA είναι δύσκολο να το καταφέρουν αυτό.
- 3) Η επιτυχία προσαρμογής και αντιστοίχως η αποτυχία των ARIMA υποδειγμάτων, οφείλεται στην ιδιότητα που έχουν τα Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα Ετεροσκεδαστικότητας, να μεταβάλλουν την διακύμανση τους μέσα στον χρόνο.
- 4) Ο διαχωρισμός του volatility στις αποδόσεις μιας ομάδας μετοχών, σε «θετικό» και «αρνητικό», μπορεί να δώσει χρήσιμες πληροφορίες για τον καθορισμό του αντίστοιχου volatility του γενικού δείκτη που αντιπροσωπεύει αυτή την ομάδα.

Συνεχίζοντας θα πρέπει να αναφέρουμε ότι στα σημεία που έγιναν προβλέψεις, ως προς την εκτίμηση της δεσμευμένης διακύμανσης, (στο τέταρτο και πέμπτο κεφάλαιο), αυτές έγιναν με λογική ex post. Δηλαδή έγιναν εκ των υστέρων. Είχαμε τα πραγματικά δεδομένα και σε αυτά συγκρίναμε τα αποτελέσματα της εκτίμησης που πραγματοποιήθηκε.

Είναι απολύτως λογικό σε τέτοιας μορφής δεδομένα, που προέρχονται από το οικονομικό γίγνεσθαι, να υπεισέρχονται πολλοί εξωγενείς, αλλά και ενδογενείς παράγοντες κατά την ανάλυση τους. Γι αυτό θα ήταν δόκιμο να χρησιμοποιηθούν πολυμεταβλητά υποδείγματα, τα οποία θα ανέλναν πιο αποτελεσματικά και σε

μεγαλύτερο εύρος τα δεδομένα προβλήματα. Στις εφαρμογές που παρουσιάστηκαν σε αυτή την μελέτη, ειδικά στην δεύτερη περίπτωση του τροποποιημένου υποδείγματος TARCH, είναι σχεδόν σίγουρο ότι ένα πολυμεταβλητό υπόδειγμα θα είχε καλύτερα αποτελέσματα. Χωρίς αυτό βέβαια να αναιρεί την συγκεκριμένη μορφή που χρησιμοποιήθηκε. Για περισσότερες λεπτομέρειες και εφαρμογές πολυμεταβλητών ARCH και GARCH υποδειγμάτων, μπορεί να ανατρέξει κάποιος στις δημοσιευμένες εργασίες των: Vrontos, Dellaportas and Politis (2002) και Vrontos, Dellaportas and Politis (2003).

Τα υποδείγματα της οικογένειας ARCH και GARCH μπορούν να βρουν εφαρμογή και σε άλλα πεδία πέρα από αυτά που εξετάσθηκαν στην παρούσα μελέτη. Κύρια πεδίο εφαρμογής τους είναι η αποτίμηση των χρηματοοικονομικών παραγώγων, μέσω του καθορισμού του κινδύνου που ενέχει η κατοχή, αλλά και χρήση του παραγώγου. Επίσης χρησιμοποιούνται για τον καθορισμό του ύψους του κινδύνου και της μορφής στρατηγικής που μπορεί να ασκηθεί σε ένα χαρτοφυλάκιο (ανάλυση value at risk). Σε αρκετές περιπτώσεις χρησιμοποιούνται για τον καθορισμό του implied volatility (Τεκμαρτής αστάθειας: δηλαδή το ύψος της αστάθειας που θα ανεχθούμε στο υπόδειγμα για τον καθορισμό της τιμής μιας μετοχής-παραγώγου κτλ).

ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Baillie R.T., Bollerslev T. (1990).** A multivariate generalized ARCH approach to modeling risk premia in forward foreign exchange rate markets. *Journal of International Money and Finance* 9, 309-324
- Bera A.K., Higgins M.L. (1993).** ARCH models: properties, estimation and testing. *Journal of Economic Surveys*, 7, 305-366
- Bollerslev T. (1986).** Generalized Autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307-327
- Bollerslev T., Andersen T. (1997).** Answering the critics: Yes, ARCH models do provide good volatility forecasts. *NBER Reporter Research Summary*. 6023, 1-37
- Bose A., Mukherjee K. (2001).** *Estimating the Arch Parameters by solving Linear Equations*. Indian Statistical Institute, Kolkata and National University of Singapore
- Degiannakis S. (1998).** *London Stock Market and asymmetric Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models*. University of Essex. Department of Economics. Msc Thesis
- Engle R.F (2001).** GARCH 101: The use of ARCH/GARCH Models in applied Econometrics. *Journal of Economic Perspectives* No 4, 157-168
- Engle R.F. (1982).** Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of U.K. inflation. *Econometrica*, 50, 987-1008



Engle R.F., Mustafa C. (1992). Implied ARCH models from options prices.
Journal of Econometrics 52, 289-311

Engle R.F., Noh, J., Cane A. (1994). Forecasting Volatility and Option Prices of the S&P 500 Index. *The Journal of Derivatives*, 17-305

Frances H. (1998). *Time Series Models for Business and Economic Forecasting*. Cambridge University Press, UK

Galbraith W. J. (2003). Content horizons for univariate time-series forecasts.
International Journal of Forecasting 19, 43-55

Gouriéroux C. (1997). *ARCH Models and Financial Applications*. Springer Series in Statistics. London, UK

Kallsen J., Taqqu S. M. (1998). Option Pricing in Arch-Type Models.
Mathematical Finance. Volume 8 No 1, 13-26

Kim H. J. (2003). Forecasting autoregressive time series with bias corrected parameter estimators. *International Journal of Forecasting*, 19, 493-502

Kraft D.F. and Engle R. (1982). *Autoregressive conditional Heteroskedasticity in multiple time series models*. Discussion Paper, University of California, San Diego, CA

Lamoureux C., Lastrapes W. (1990). Heteroskedasticity in Stock Return Data: Volume versus Garch effects. *The Journal of Finance* 45, 221-229

Menzie C. (2003). Explaining Exchange Rate Behavior. *NBER Reporter Research Summary*. 15079, 8-42



Mixon S., Mason C. (2003). *Movements in the implied Volatility Surface. A study of S&P 500 Options.* Global Equity Research. UBS Warburg

Nantell T.J., Price B. (1979). An analytical comparison of variance and semivariance capital market theories. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 14, 221-242

Pilar O., Jesus M. (2001). Testing Heteroscedasticity: Are parametric ARCH models appropriate? *Applied Economic Letters*, 8, 125-129

Riccardo B. and Santamaria L. (2001). Forecasting stock index volatility. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*. 1, 19-26

Robert A.J. (1996). *Modeling Fixed Income Securities and Interest Rate Options.* McGraw-Hill Series in Finance

Sharma L.J., Mouge M., Kamath R. (1996). Heteroskedasticity in Stock Return Indicator Data: Volume versus Garch effects. *Applied Financial Economics*, 6, 337-342

Shephard N. (1996). Statistical aspects of ARCH and stochastic volatility in *Time Series Models in econometrics finance and other fields*, 1, 1-55, edited by D.R.Cox. Chapman & Hal

Sentana E. (1995). Quantratic ARCH Models. *The review of Economic Studies*. 62, 4, 639-661

Vrontos D.I. (1997). *Bayesian Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Models.* Department of Statistics. Athens University of Economics and Business. Msc Thesis

Vrontos D.I. (2001). *MCMC Applications in time-varying Volatility Models*. Department of Statistics. Athens University of Economics and Business. Ph.D. Thesis

Vrontos D.I., Dellaportas P. and Politis D.N. (2000). Full Bayesian Inference for GARCH and EGARCH models. *Journal of Business and Economic Statistics*, 18, 187-198

Vrontos D.I. Dellaportas P. and Politis D.N. (2003). Inference for some Multivariate ARCH and GARCH Models. *Journal of Forecasting*, 22, 427-446

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Jarrett J. (2000). *Μέθοδοι Προβλέψεων για Οικονομικές-Επιχειρηματικές Αποφάσεις*. Εκδόσεις Gutenberg

Δημέλη Σ. (2002). *Σύγχρονες Μέθοδοι Ανάλυσης Χρονολογικών Σειρών*. Εκδόσεις Κριτική

Θωμαδάκης Β.Σ. (1990). *Σημειώσεις Οικονομικής των Επιχειρήσεων*. Πανεπιστήμιο Αθηνών. Οικονομικό Τμήμα. Πανεπιστημιακές Σημειώσεις

Ντεγιαννάκης Σ. (2003). *Εφαρμογές Γραμμικής Παλινδρόμησης και Χρονολογικών Σειρών με τη χρήση του πακέτου EVIEWS*. Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών. Τμήμα Στατιστικής, Πανεπιστημιακές Σημειώσεις

Συριόπουλος Κ. (1998). *Ανάλυση και Έλεγχοι Μονομεταβλητών Χρηματοοικονομικών Χρονολογικών Σειρών*. Εκδόσεις Τυπωθήτω, Αθήνα

Χρήστου Κ.Γ. (2003). *Εισαγωγή στην Οικονομετρία*. Τόμος Δεύτερος. Εκδόσεις Gutenberg, Αθήνα



Χρυσοβιτσιώτη Ι., Σταυρακόπουλον Ι. (2001). Λεξικό Αγγλοελληνικό & Ελληνοαγγλικό εμπορικών-τραπεζικών και χρηματοοικονομικών όρων. ΣΤ' έκδοση. Εκδόσεις Παπαζήση, Αθήνα



Δεμρέα

