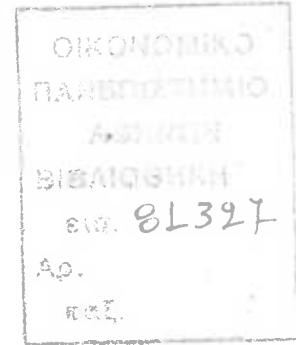


ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

**ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ
 ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ
 MSc in Economic Theory**



**ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΝΔΟΓΕΝΟΥΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ
 ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ**

Mια επισκοπηση της βιβλιογραφιας

ΜΑΡΙΟΣ ΚΑΡΑΜΠΑΡΜΠΟΥΝΗΣ

Διατριβή υποβληθείσα προς μερική εκπλήρωση
 των απαραιτήτων προϋποθέσεων
 για την απόκτηση του
 Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
 ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ



Αθήνα
 Ιανουάριος 2007



Εγκρίνουμε τη διατριβή του
ΜΑΡΙΟΥ ΚΑΡΑΜΠΑΡΜΠΟΥΝΗ

ΒΑΓΓΕΛΗΣ ΒΑΣΙΛΑΤΟΣ
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ



ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΔΗΣ
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΔΙΕΘΝΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΩΠΑΪΚΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ



30/1/2007

ΑΘΗΝΑ, 30/1/2007



Περίληψη Διατριβής

Θέμα: Υποδείγματα Ενδογενούς Οικονομικής Ανάπτυξης Καραμπαρμπούνης Μάριος

Σκοπός της παρούσας διατριβής είναι η μελέτη των βασικότερων υποδειγμάτων ενδογενούς οικονομικής ανάπτυξης. Η διάκριση μεταξύ ενδογενών και εξωγενών υποδειγμάτων ανάπτυξης γίνεται με κριτήριο τα στοιχεία εκείνα που ωθούν μία οικονομία να μεγεθύνεται. Όταν τα στοιχεία αυτά αποτελούν μεταβλητές οι οποίες δεν είναι αντικείμενού άμεσου ελέγχου από τις οικονομικές μονάδες - για παράδειγμα ο πληθυσμός- τότε κατατάσσουμε το μοντέλο ως εξωγενές. Όταν οι παράγοντες ανάπτυξης μπορούν να μεταβληθούν με τη σκόπιμη απόφαση των οικονομικών μονάδων - για παράδειγμα το χρονικό διάστημα που αφιερώνεται στην εκπαίδευση ή το επίπεδο ερευνητών που απασχολεί μία επιχείρηση, έχουμε ένα υπόδειγμα ενδογενούς οικονομικής ανάπτυξης.

Η διατριβή ξεκινά με την ανάλυση ενός υποδείγματος εξωγενούς οικονομικής ανάπτυξης για να περάσει εν συνεχείᾳ στην εξέταση των βασικότερων μοντέλων ενδογενούς ανάπτυξης. Μεταξύ των τελευταίων είναι το μοντέλο γραμμικής τεχνολογίας του Rebelo, το υπόδειγμα κυβερνητικών δαπανών του Barro, το μοντέλο του Lucas που εξετάζει το ρόλο του ανθρωπίνου κεφαλαίου, τα δύο υποδειγμάτα του Romer που εστιάζονται στο συνολικό κεφάλαιο και στην ενδογενή τεχνολογική εξέλιξη αντίστοιχα και τέλος ένα Σουμπετεριανό υπόδειγμα που βασίζεται στη δουλειά των Aghion και Howitt.

Στη συνέχεια η μελέτη μας εστιάζεται στην αλληλεπίδραση της οικονομικής ανάπτυξης με βασικές μακροοικονομικές μεταβλητές, πάντα όμως στο πλαίσιο των ενδογενών υποδειγμάτων που αναλύσαμε παραπάνω. Έτσι στην αρχή εξετάζουμε το ρόλο της διάχυσης τεχνολογίας στην οικονομική ανάπτυξη μέσα από ένα μοντέλο δύο χωρών όπου η μία πρωτοπορεί και η δεύτερη μιμείται. Έπειτα εξετάζουμε τη συσχέτιση που υπάρχει μεταξύ ποσοστού ανεργίας και ρυθμού ανάπτυξης. Τέλος αναλύουμε το ρόλο παραγόντων όπως η ανισότητα, η γεωγραφία ή οι θεσμοί στη διαδικασία της οικονομικής ανάπτυξης.

Τέλος, στο παράρτημα της διατριβής, επιχειρούμε μία εισαγωγική προσέγγιση στο ζήτημα της εμπειρικής εκτίμησης των παραγόντων που οδηγούν στην οικονομική ανάπτυξη. Αυτό γίνεται μέσα από ανάλυση χρονολογικών σειρών για οικονομικά μεγέθη που αφορούν την αμερικανική οικονομία την περίοδο 1960-2000.

Περιεχόμενα

Εισαγωγή

- 1. Κεφάλαιο 1: Εξωγενής Οικονομική Ανάπτυξη- Ο ρόλος των Φθινουσών Αποδόσεων**
- 2. Κεφάλαιο 2: Το Μοντέλο του Rebelo**
- 3. Κεφάλαιο 3: Το Μοντέλο του Romer (86)-Εξωτερικές Οικονομίες του Κεφαλαίου**
- 4. Κεφάλαιο 4: Το Μοντέλο του Barro**
- 5. Κεφάλαιο 5: Το Μοντέλο του Lucas**
- 6. Κεφάλαιο 6: Το Μοντέλο Ενδογενούς Τεχνολογικής Εξέλιξης (Romer 90)**
- 7. Κεφάλαιο 7: Ανάπτυξη και Διάχυση Τεχνολογίας**
- 8. Κεφάλαιο 8 : Ενδογενής Ανάπτυξη μέσω Δημιουργικής Καταστροφής**
- 9. Κεφάλαιο 9 : Ανάπτυξη και Ανεργία**
- 10. Κεφάλαιο 10 : Επιλεγμένα Θέματα Πολιτικής Οικονομίας**

Βιβλιογραφία

Εισαγωγή

Κοιτώντας κανείς την παγκόσμια κατανομή πλούτου και τον τρόπο με τον οποίο κάθε χώρα αυξάνει τα εισοδήματά της , εντυπωσιάζεται από τις μεγάλες διαφορές στα μεγέθη και τις τάσεις . Προκύπτει λοιπόν αβίαστα το ερώτημα ποιοι παράγοντες προσδιορίζουν τον πλούτο και την ανάπτυξη μιας οικονομίας.

Ο κλάδος της οικονομικής επιστήμης που μελετά τους παράγοντες που επιδρούν στην οικονομική μεγέθυνση μιας χώρας ονομάζεται οικονομική ανάπτυξη και έχει τις ρίζες της ήδη στα πρώιμα γραπτά του Smith και του Ricardo. Σκοπός της είναι η απομόνωση των μεταβλητών εκείνων που επηρεάζουν άμεσα τον τρόπο που μια οικονομία αναπτύσσεται και η μελέτη της δυναμικής τους. Ως κύριο μέτρο της ανάπτυξης μιας οικονομίας χρησιμοποιείται ο λόγος $\frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}}$, δηλαδή η ποσοστιαία μεταβολή του ΑΕΠ μέσα σε ένα χρόνο.

Η μελέτη αυτή αποτελεί μια εισαγωγή στη θεωρία οικονομικής ανάπτυξης και για αυτό και εστιάζεται στα βασικότερα και γνωστότερα υποδείγματα που συναντά κανείς στη βιβλιογραφία. Επιπλέον σκοπός της μελέτης είναι η παρουσίαση των λεγόμενων «ενδογενών» υποδειγμάτων οικονομικής ανάπτυξης. Ο όρος έχει τόσο τεχνικό όσο και ουσιαστικό χαρακτήρα και η ακριβής κατανόησή του θα πραγματοποιηθεί κατά τη διάρκεια της εργασίας μας.

Η μελέτη μας αποτελείται από δέκα κεφάλαια καθένα από τα οποία ασχολείται με ένα διαφορετικό υπόδειγμα ή θέμα σχετικά με την οικονομική μεγέθυνση. Ειδικότερα :

- Στο κεφάλαιο 1 εστιαζόμαστε στα απλά μοντέλα εξωγενούς ανάπτυξης δηλαδή του Solow και του Ramsey . Η διαφορά μεταξύ των δύο έχει να κάνει με την εξωγένεια ή μη του ποσοστού αποταμίευσης. Βρίσκουμε πως η οικονομία καταλήγει σε ένα σημείο στο οποίο οι μεταβλητές αναπτύσσονται στο ρυθμό του πληθυσμού και της τεχνολογίας.

- Στο κεφάλαιο 2 ξεκινάμε την ανάλυση των λεγόμενων «ενδογενών υποδειγμάτων» με την ανάλυση ενός μοντέλου γραμμικής τεχνολογίας (Rebelo) στο οποίο η γραμμικότητα επιτρέπει τη μακροχρόνια ανάπτυξη του κατά κεφαλήν εισοδήματος με ένα θετικό ρυθμό.
- Στο κεφάλαιο 3 αναλύουμε την επίδραση του συνολικού κεφαλαίου της οικονομίας στην ανάπτυξη μέσα από το μοντέλο του Romer (86). Καταλήγουμε στο ότι το κεφάλαιο παρουσιάζει εξωτερικές οικονομίες και επιτρέπει την παρουσία μακροχρόνιας θετικής ανάπτυξης.
- Στο κεφάλαιο 4 ακολουθούμε την ίδια μεθοδολογία με το κεφάλαιο 3 και προσπαθούμε να δούμε πως οι εξωτερικές οικονομίες ενός συντελεστή επηρεάζει τη μακροχρόνια ανάπτυξη. Το μοντέλο ανήκει στον Barro και θεωρεί ότι ο συντελεστής αυτός είναι οι κυβερνητικές δαπάνες οι οποίες αυξάνουν την παραγωγικότητα του κάθε εργάτη.
- Στο κεφάλαιο 5 βλέπουμε πως η εκπαίδευση μπορεί να οδηγήσει σε μακροχρόνια ανάπτυξη μέσα από το μοντέλο του Lucas.
- Στο κεφάλαιο 6 εστιαζόμαστε στην δημιουργία τεχνολογίας μέσα στην ίδια την οικονομία μέσα από το μοντέλο τριών κλάδων του Romer (90). Καταλήγουμε στο ότι είναι η φύση της τεχνολογίας ως αγαθού καθώς και η μορφή της συνάρτησης παραγωγής στον τεχνολογικό τομέα που επιτρέπει θετικούς ρυθμούς ανάπτυξης ακόμα και σε μακροχρόνιο ορίζοντα,
- Στο κεφάλαιο 7 αναλύουμε ένα υπόδειγμα ανοικτής οικονομίας όπου κάθε χώρα υπάγεται στις υποθέσεις του μοντέλου ενδογενούς τεχνολογικής εξέλιξης του κεφαλαίου 6. Βλέπουμε πως καθώς η τεχνολογική γνώση διαχέεται ανάμεσα στις οικονομίες, η σύγκλιση των μακροχρονίων (θετικών) ρυθμών ανάπτυξης είναι δυνατή.
- Στο κεφάλαιο 8 αναλύουμε την έννοια της δημιουργικής καταστροφής σύμφωνα με την οποία η οικονομία προοδεύει διαρκώς ενσωματώνοντας καινούργιες τεχνολογίες και αποβάλλοντας τις παλαιές. Ο προσδιοριστικός παράγοντας της

μακροχρόνιας ανάπτυξης είναι εδώ η κατανομή της εργασίας μεταξύ των κλάδων της οικονομίας.

- Στο κεφάλαιο 9 αναλύουμε τη σχέση ανεργίας και ανάπτυξης. Η ανάλυση θα πραγματοποιηθεί μέσα από ένα Σουμπετεριανό υπόδειγμα (όπως του προηγούμενου κεφαλαίου) και θα δείξει ότι οι παράμετροι του υποδείγματος καθορίζουν αν η παραπάνω σχέση είναι θετική ή αρνητική.
- Στο κεφάλαιο 10 μπαίνουμε στο χώρο της Πολιτικής Οικονομίας για να εξετάσουμε τα θέματα της συσχέτισης ανισότητας και ανάπτυξης καθώς και τις βασικές θεωρίες υπανάπτυξης.

1. Εξωγενής Οικονομική Ανάπτυξη: Ο ρόλος των Φθινουσών Αποδόσεων

Σκοπός της παρούσας μελέτης είναι να μελετήσει ενδογενή υποδείγματα οικονομικής ανάπτυξης. Το γεγονός ότι ορισμένα υποδείγματα χαρακτηρίζονται ενδογενή είναι ένα γεγονός που πρέπει να μας απασχολήσει. Με βάση ποιο κριτήριο μπορούμε να κατατάξουμε ένα μοντέλο στην ομάδα των ενδογενών; Όταν λέμε πως η ανάπτυξη είναι ενδογενής εννοούμε ότι προσδιορίζεται από μεταβλητές που γεννιούνται μέσα στο μοντέλο μας. Αντίστοιχα σε ένα εξωγενές υπόδειγμα οικονομικής μεγέθυνσης οι παράμετροι που επηρεάζουν την ανάπτυξη προσδιορίζονται εκτός, είναι δηλαδή εξωγενείς στο μοντέλο. Για την καλύτερη κατανόηση του τρόπου με τον οποίο λειτουργούν τα ενδογενή υποδείγματα και κυρίως την κρίσιμη υπόθεση των αποδόσεων κλίμακας που εν τέλει προσδιορίζει την ύπαρξη ή μη ενδογενούς ανάπτυξης, είναι σκόπιμο να χρησιμοποιήσουμε ως αφετηρία ανάλυσης ένα εξωγενές υπόδειγμα ανάπτυξης το νεοκλασικό, που και κυριάρχησε στο χώρο της οικονομικής μεγέθυνσης για περίπου είκοσι χρόνια μέχρι τη δεκαετία του '80.

To μοντέλο του Solow

Οι υποθέσεις μας...

Θεωρούμε μια υποθετική οικονομία στην οποία το συνολικό εισόδημα ισούται με την κατανάλωση και την επένδυση: $Y = C + I$, η μεταβολή του κεφαλαίου ισούται με τη διαφορά επενδύσεων και αποσβέσεων : $K = I - \delta K$, και ο πληθυσμός μεταβάλλεται με ένα σταθερό ρυθμό n . Επίσης οι επενδύσεις ισούνται με το μέρος

του εισοδήματος που αποταμιεύεται: $I = sY$. Εδώ βρίσκεται το πρώτο σημείο κλειδί στο μοντέλο του Solow: το ποσοστό αποταμίευσης s είναι εξωγενές, δεν προκύπτει από κάποια διαδικασία μεγιστοποίησης αλλά τίθεται αυθαίρετα σε ένα επίπεδο. Στο επόμενο τμήμα θα άρουμε αυτή την υπόθεση και θα προσπαθήσουμε να προσδιορίσουμε το s με μικροοικονομικά κριτήρια. Το δεύτερο σημείο κλειδί του υποδείγματος αφορά τη συνάρτηση παραγωγής. Θεωρούμε μία συνάρτηση Cobb-Douglas: $Y = K^a L^b$ όπου $a, b < 1$ αλλά $a + b = 1$ δηλαδή σταθερών αποδόσεων κλίμακας. Εάν η οικονομία μας καταφέρει να διπλασιάσει τις μηχανές της και το εργατικό δυναμικό της τότε το προϊόν θα διπλασιασθεί ακριβώς. Μία τέτοια υπόθεση βασίζεται στο ότι η οικονομία μας είναι αρκετά μεγάλη ώστε να έχει εξαντλήσει όλα τα οφέλη που προκύπτουν από την ειδίκευση. Το γεγονός όμως ότι $a, b < 1$ συνεπάγεται ότι ενώ αρχικά το προϊόν αυξάνεται καθώς τα K, L αυξάνονται, δηλαδή το οριακό προϊόν είναι θετικό, η αύξηση αυτή βαίνει μειούμενη. Οι λεγόμενες συνθήκες Inada συμπληρώνουν το πλαίσιο των υποθέσεων.

Ισορροπία, σταθερό σημείο και φθίνουσες αποδόσεις

Η ανάλυση των μεταβλητών είναι σκόπιμο να πραγματοποιηθεί σε όρους μεταβλητών ανά εργαζόμενο που αποτελεί και σωστότερο μέτρο αποδοτικότητας μιας οικονομίας και θα συμβολίζονται με «μικρά». Έστω λοιπόν ορίζουμε το κεφάλαιο ανά εργαζόμενο ως: $k = \frac{K}{L}$, και προσπαθούμε να βρούμε τον τρόπο με

τον οποίο κινείται διαχρονικά: $\dot{k} = \frac{\partial(\frac{K}{L})}{\partial t} = \frac{KL - LK}{L^2} = \frac{K}{L} - nk$, και αντικαθιστώντας από τις υποθέσεις μας τη μεταβολή του κεφαλαίου:

$$\dot{k} = \frac{I - \delta K}{L} - nk = \frac{sY - \delta K}{L} - nk, \text{ άρα ο κανόνας κίνησης του κεφαλαίου γράφεται:}$$

$$\dot{k} = sy - (n + \delta)k$$

που είναι η θεμελιώδης εξίσωση στο υπόδειγμα του Solow και υποδεικνύει ότι το κεφάλαιο ανά εργαζόμενο αυξάνεται εάν η πραγματοποιούμενη επένδυση ανά εργαζόμενο υπερβαίνει την επένδυση που απορροφά η φθορά του κεφαλαίου και η αύξηση του πληθυσμού.



Στο σημείο αυτό ορίζουμε ως σταθερό σημείο μια κατάσταση πραγμάτων όπου όλες οι μεταβλητές μεγεθύνονται με ένα σταθερό ρυθμό. Υπάρχει πράγματι ένα τέτοιο σημείο στο μοντέλο του Solow; Ας επιχειρήσουμε να γράψουμε τη συνάρτηση παραγωγής ως :

$$Y = K^b L^a \rightarrow \frac{Y}{L} = \frac{K^b L^a}{L^b L^{1-b}} \rightarrow y = k^b L^{a+b-1} \rightarrow y = k^b$$

η οποία αποτελεί την εντατική συνάρτηση παραγωγής και πάρουσιάζει φθίνουσες αποδόσεις ως προς το συντελεστή κεφάλαιο ανά εργαζόμενο. Αυτό είναι και το βασικότερο αίτιο απουσίας μακροχρόνιας ανάπτυξης στις μεταβλητές ανά εργαζόμενο όπως θα δούμε και αργότερα. Συνεπώς η εντατική συνάρτηση παραγωγής θα έχει τη μορφή που απεικονίζεται στο διάγραμμα 1.1, ενώ το ποσοστό που αποταμιεύεται ανά εργαζόμενο θα τείνει να ταυτίζεται με τη y όσο μεγαλύτερο είναι το s . Το $n + \delta$ παριστάται με μία ευθεία γραμμή. Οι συνθήκες Inada εξασφαλίζουν ότι η καμπύλη sy θα υπερβαίνει την $n + \delta$ σε αρχικά επίπεδα k και θα υπολείπεται της $n + \delta$ για μεγάλα k . Ως εκ τούτου θα υπάρχει μοναδικό σημείο τομής ($sy = n + \delta$) το οποίο και αποτελεί το σταθερό σημείο εφόσον το κεφάλαιο ανά εργαζόμενο δε μεταβάλλεται. Τι εγγυάται όμως ότι η οικονομία θα καταλήξει στο σταθερό σημείο; Το γεγονός ότι για χαμηλά επίπεδα κεφαλαίου $sy > n + \delta$ με αποτέλεσμα το k να έχει την τάση να αυξηθεί ($\dot{k} > 0$) και ότι για μεγάλα επίπεδα k η αποταμίευση δεν αρκεί για να αντικαταστήσει το φθαρμένο κεφάλαιο και το νέο πληθυσμό : $sy < n + \delta$ με αποτέλεσμα το κεφάλαιο ανά εργαζόμενο να έχει την τάση να μειωθεί ($\dot{k} < 0$).

Η παραπάνω ανάλυση αποτελεί και την ουσία του μοντέλου του Solow. Η οικονομία φτάνει μακροχρόνια σε ένα σημείο που η ανάπτυξή της τερματίζεται. Εξαιτίας των φθίνουσών αποδόσεων κλίμακας η οικονομία φτάνει αναπόφευκτα στο σημείο που οι αποταμιεύσεις ανά εργαζόμενο φτάνουν ακριβώς για να εξυπηρετήσουν τις ανάγκες του φθαρέντος κεφαλαίου και του νέου πληθυσμού με αποτέλεσμα να μην υπάρχουν διαθέσιμα κεφάλαια για επένδυση και η οικονομία να γίνεται στάσιμη.

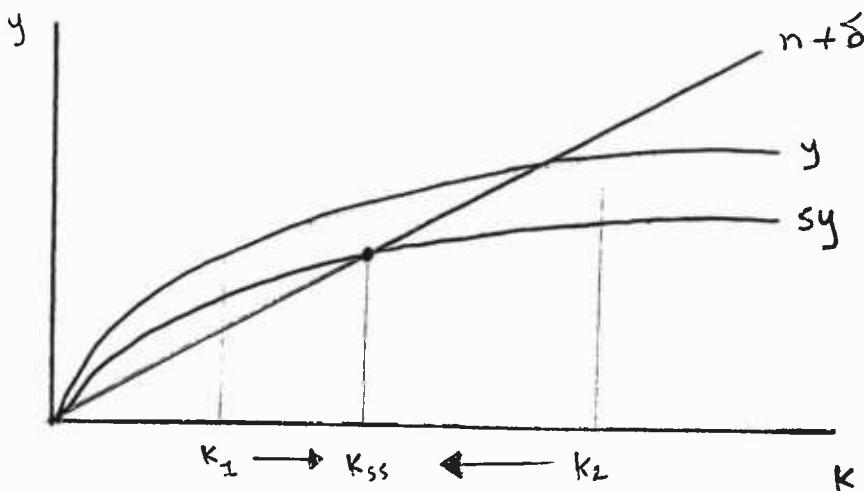
Άλγεβρικά αυτό το αποτέλεσμα δείχνεται ως εξής : Ως γνωστόν

$$k = sk^b - (n + \delta)k \rightarrow \frac{k}{k} = sk^{b-1} - (n + \delta) \rightarrow g_k = sk^{b-1} - (n + \delta) \rightarrow g_k + n + \delta = sk^{b-1} \rightarrow \ln(g_k + n + \delta) = \ln s + (b-1) \ln k$$

Ας υποθέσουμε ότι είμαστε στο σταθερό σημείο και συνεπώς το g_k είναι σταθερό.

Αν τώρα παραγωγίσουμε την παραπάνω εξίσωση ως προς το χρόνο το αριστερό μέρος ισούται με μηδέν αφού παραγωγίζουμε έναν αριθμό. Το ίδιο ισχύει και για το $\ln s$ συνεπώς η εξίσωση γίνεται: $0 = (b-1)g_k$. Εφόσον όμως $b < 1$ (φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας) ο ρυθμός ανάπτυξης του κεφαλαίου ανά εργαζόμενο $g_k = 0$.

Γί αυτό ακριβώς οι φθίνουσες αποδόσεις είναι μια καταλυτική υπόθεση για την απουσία μακροχρόνιας ανάπτυξης. Επίσης εύκολα δείχνεται ότι: $y = k^b \rightarrow \ln y = b \ln k \rightarrow \frac{d(\cdot)}{dt} : g_y = bg_k$ και εφόσον ο ρυθμός ανάπτυξης του κεφαλαίου είναι μηδέν, ο ρυθμός ανάπτυξης του προϊόντος ανά εργαζόμενο θα είναι επίσης μηδέν.



Σχεδιάγραμμα 1.1

Ωστόσο οι μηδενικοί ρυθμοί ανάπτυξης αναφέρονται στις μεταβλητές ανά εργαζόμενο και όχι στις πραγματικές μεταβλητές Y, K . Αυτές μεγεθύνονται με το ρυθμό αύξησης του πληθυσμού εφόσον:

$$K = kL \rightarrow K = kL + kL \rightarrow \frac{K}{k} = g_k L + L \rightarrow \frac{K}{K} = \frac{L}{L} = n .$$

Οι φθίνουσες αποδόσεις αποκλείουν το ενδεχόμενο η οικονομία να διατηρείται από μόνη της σε ένα θετικό επίπεδο μακροχρόνιας ανάπτυξης με συνέπεια η όποια μεγέθυνση προκύπτει από την «εξωτερική πηγή» του πληθυσμού. Εξ' ου και ο χαρακτηρισμός του υποδείγματος Solow ως εξωγενές : η ανάπτυξη προσδιορίζεται από μία παράμετρο που καθορίζεται αυθαίρετα, «εκτός» μοντέλου και όχι από μία παράμετρο που προσδιορίζεται μέσα από τη διαδικασία επίλυσης του μοντέλου.

Εισάγοντας τεχνολογική πρόοδο

Στο μοντέλο θα μπορούσαμε να εισάγουμε και τη τεχνολογική πρόοδο χωρίς τα συμπεράσματά μας να χάσουν τη δύναμή τους. Έστω λοιπόν ότι η συνάρτηση παραγωγής είναι η : $Y = K^b(AL)^a$ δηλαδή μετατρέπουμε την εργασία σε

ειδικευμένη με την τεχνολογία να προοδεύει με βάση το ρυθμό: $\frac{A}{A} = x$. Η κρίσιμη

μεταβλητή είναι πια το $\hat{k} = \frac{K}{AL}$. Ο κανόνας κίνησης του κεφαλαίου ανά ειδικευμένη

εργασία είναι: $\dot{\hat{k}} = \frac{K AL - (AL)K}{A^2 L^2} = \frac{sY - \delta K}{AL} - \frac{(AL + A\dot{L})}{AL} \hat{k}$ συνεπώς απλοποιώντας

την εξίσωση προκύπτει η νέα θεμελιώδης εξίσωση:

$$\dot{\hat{k}} = s\hat{y} - \delta\hat{k} - (x + n)\hat{k} \rightarrow \dot{\hat{k}} = s\hat{y} - (\delta + n + x)\hat{k} .$$

Και πάλι όμως εφόσον $\hat{y} = \frac{K^b(AL)^a}{AL} = \frac{K^b(AL)^a}{(AL)^b(AL)^{1-b}} \rightarrow \hat{y} = \hat{k}^b$ και ακολουθώντας

πάλι την μεθοδολογία λογαριθμοποίησης και παραγώγισης ως προς το χρόνο μπορούμε εύκολα να αποδείξουμε ότι $\dot{g}_{\hat{k}} = 0$.

Αντίστοιχα αναφορικά με τις πραγματικές μεταβλητές το κεφάλαιο μπορεί να γραφτεί ως:

$K = \hat{k} AL \rightarrow \dot{K} = \dot{\hat{k}} AL + \hat{k}(\dot{A}L) \rightarrow \dot{K} = \dot{\hat{k}} AL + \hat{k}(AL + A\dot{L})$ και διαιρώντας τα δύο μέρη με το κεφάλαιο αν ειδικευμένη εργασία \hat{k} έχουμε:

$$\frac{\dot{K}}{\hat{k}} = g_{\hat{k}} AL + \dot{A}L + A\dot{L} \rightarrow \frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{A}L}{AL} + \frac{A\dot{L}}{AL} \rightarrow \frac{\dot{K}}{K} = x + n$$

δηλαδή η υπόθεσή μας ότι ο ρυθμός ανάπτυξης προσδιορίζεται από παραμέτρους «εκτός» μοντέλου εξακολουθεί να ισχύει.

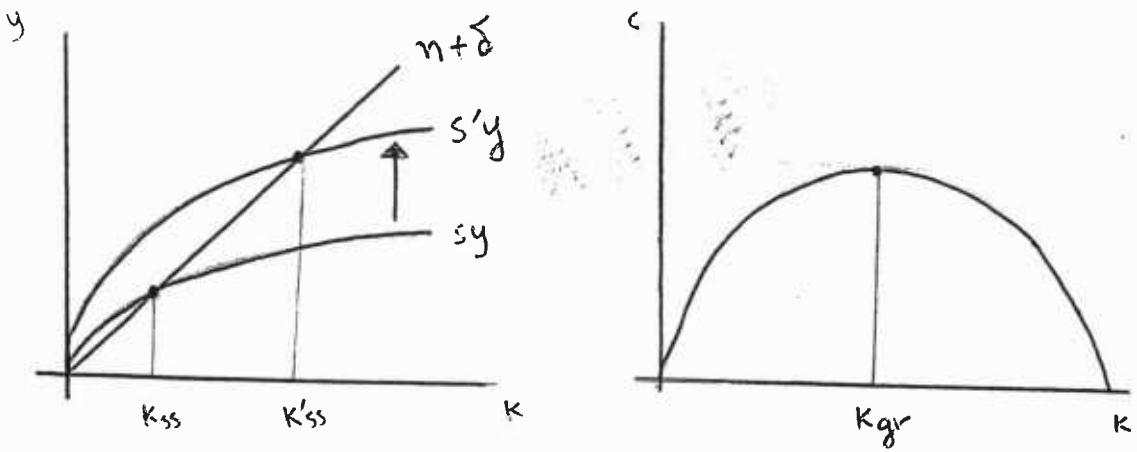
Συγκριτική στατική και χρυσός κανόνας

Ένα ενδιαφέρον ερώτημα είναι αν το βασικό μας συμπέρασμα-η απουσία μακροχρόνιας ανάπτυξης μπορεί να αλλάξει μέσα από κάποια παραμετρική μεταβολή. Για παράδειγμα, αν η κυβέρνηση αυξήσει μέσα από κίνητρα το ποσοστό που αποταμιεύεται (το s), θα υπάρξει κάποια θετική επίδραση στο ρυθμό ανάπτυξης της οικονομίας; Έστω ότι βρισκόμαστε στο σταθερό σημείο και η κυβέρνηση πράγματι καταφέρνει να αυξήσει το s . Όπως φαίνεται και από το σχήμα 1.2 η sy μετατοπίζεται προς τα πάνω και το σταθερό σημείο μετακινείται σε μεγαλύτερο επίπεδο κεφάλαιο ανά εργαζόμενο δηλαδή $\frac{dk(ss)}{ds} > 0$. Κατά τη

διαδικασία μετακίνησης στο νέο σημείο ο ρυθμός ανάπτυξης θα είναι όντως θετικός καθώς όμως πλησιάζουμε ο ρυθμός φθίνει εώς φτάσουμε στο σταθερό σημείο όπου ο ρυθμός θα είναι εξ' ορισμού μηδέν. Δηλαδή μία αύξηση του ποσοστού αποταμίευσης θα έχει μόνο βραχυχρόνια οφέλη και δε μπορεί να επηρεάσει το μακροχρόνιο ρυθμό.

Ένα τελευταίο ερώτημα που πρέπει να θέσουμε σχετικά με το μοντέλο του Solow είναι αν υπάρχει κάποιο επίπεδο κεφαλαίου στο οποίο μεγιστοποιείται η κατανάλωση. Πράγματι αφού: $C = Y - I \rightarrow c = y - \frac{\dot{K} + \delta k}{L} \rightarrow c = y - \frac{\dot{K}}{L} + \delta k$. Άρα η κατανάλωση ανά εργαζόμενο γράφεται $c = y - \dot{k} - nk + \delta k$ και υποθέτοντας ότι βρισκόμαστε στο σταθερός σημείο δηλαδή ότι $\dot{k} = 0$, έχουμε $c = y - (n + \delta)k$. Μεγιστοποιώντας την τελευταία ως προς το k προκύπτει:

$$\frac{dc}{dk} = 0 \rightarrow f' = n + \delta$$



Σχεδιαγράμμα 1.2

Σχεδιαγράμμα 1.3

δηλαδή η κατανάλωση μεγιστοποιείται όταν το επίπεδο του κεφαλαίου είναι τέτοιο ώστε η κλίση της εντατικής συνάρτησης παραγωγής να ισούται με το ρυθμό αύξησης του πληθυσμού συν το συντελεστή απόσβεσης. Η συνθήκη αυτή είναι γνωστή ως ο χρυσός κανόνας καπιταλιστικής συσσώρευσης. Από το διάγραμμα 3 γίνεται φανερό ότι για $k_{GR} < k_{ss}$ είναι δυνατή μια κατά Pareto άριστη αναδιανομή εφόσον μειώνοντας το k αφενός μπορούμε «τώρα» να καταναλώσουμε το μέρος που ακριβώς δεν αποταμιεύσαμε αφετέρου αυξάνουμε τη μελλοντική κατανάλωση των επόμενων γενεών. Γι' αυτό και τα σημεία δεξιά του k_{GR} χαρακτηρίζονται ως δυναμικά αναποτελεσματικά.

To μοντέλο του Ramsey

Δύο βασικές υποθέσεις στηρίζουν το μοντέλο του Solow: πρώτον, ότι το ποσοστό αποταμίευσης είναι εξωγενές και σταθερό και δεύτερον ότι μακροχρόνια οι κατά κεφαλήν μεταβλητές αναπτύσσονται με μηδενικό ρυθμό και οι πραγματικές με βάση το ρυθμό ανάπτυξης το πληθυσμό και της τεχνολογίας στοιχείο που κατατάσσει το μοντέλο στα εξωγενή. Στο παρόν τμήμα θα διατηρήσουμε τη δεύτερη υπόθεση περί εξωγενούς ανάπτυξης αλλά θα προσπαθήσουμε να εξάγουμε

το ποσοστό που αποταμιεύουν τα νοικοκυριά μέσα από μεγιστοποιητικές διαδικασίες. Η ανάλυσή μας στηρίζεται στο κεφάλαιο 2 του : Barro, and Sala-i-Martin, 2003. "Economic Growth" , και προσπαθεί να απαντήσει στο ερώτημα πόσο είναι το άριστο επίπεδο αποταμίευσης. Για να απαντήσουμε θα χρησιμοποιήσουμε τεχνικές που θα χρησιμεύσουν κατά κόρον σε επόμενα κεφάλαια.

Τα νοικοκυριά

Ως γνωστόν το νοικοκυριό μεγεθύνεται με ρυθμό n και υποθέτοντας ότι τη χρονική στιγμή $t = 0$ το νοικοκυριό αποτελείται από ένα μόνο άτομο έχουμε $L = e^n$, που είναι το συνολικό μέγεθος του νοικοκυριού. Από την άλλη το νοικοκυριό θέλει να

μεγιστοποιήσει τη συνάρτηση χρησιμότητας $u(c_t) = \frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta}$ όπου $\frac{1}{\theta}$ είναι η

ελαστικότητα υποκατάστασης και προσδιορίζει την προθυμία του νοικοκυριού να μεταβάλλει την κατανάλωσή του μεταξύ περιόδων. Όσο πιο μικρό το θ τόσο λιγότερο η οριακή χρησιμότητα $c^{-\theta}$ πέφτει σε αυξήσεις της κατανάλωσης και επομένως τόσο περισσότερο πρόθυμο είναι το νοικοκυριό να αφήσει την κατανάλωσή του να μεταβάλλεται διαχρονικά. Αντιθέτως για μεγάλες τιμές του θ η οριακή χρησιμότητα μειώνεται σε σημαντικό βαθμό οπότε τα νοικοκυριά προτιμούν ένα πιο ομαλοποιημένο μονοπάτι κατανάλωσης. Τέλος συμβολίζουμε με ρ το συντελεστή προεξόφλησης: όσο μεγαλύτερος ο συντελεστής τόσο περισσότερο το νοικοκυριό αξιολογεί τη σημερινή κατανάλωση σε σχέση με τη μελλοντική.

Το νοικοκυριό ενεργεί προσπαθώντας να εξισώσει τα έξοδα με τα έσοδα. Στα έξοδα συγκαταλέγονται η κατανάλωση (C) και η μεταβολή των κεφαλαιακών στοιχείων (\dot{A}' , ο τόνος για να διακρίνεται από την τεχνολογία) και στα έσοδα ο συνολικός μισθός του νοικοκυριού (ωL) και η απόδοση των κεφαλαιακών στοιχείων (rA). Δηλαδή ο εισοδηματικός περιορισμός του νοικοκυριού γράφεται: $\dot{A}' = \omega L + rA - C$.

Εάν $a = \frac{A'}{L}$ τότε $\dot{a} = \frac{\dot{A}'L - A'\dot{L}}{L^2} = \frac{\omega L + rA' - C}{L} - \frac{A'}{L}n \rightarrow \dot{a} = c - \omega + (r - n)a$.

Χρησιμοποιώντας όλα τα παραπάνω μπορούμε να γράψουμε το πρόβλημα του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού ως :

$$\max \left\{ e^{\rho t} u(c_t) e^{-\rho t} \right\} \text{ s.t. } \dot{a} = c - \omega + (r - n)a ,$$

Δηλαδή το νοικοκυρίο μεγιστοποιεί τη συνολική προεξοφλημένη κατανάλωση δεδομένου του εισοδηματικού του περιορισμού. Για να επιλύσουμε το πρόβλημα χρησιμοποιούμε τη Χαμιλτονιανή συνάρτηση:

$$H = e^{-(\rho-n)t} u(c_t) + \mu_t [\omega - c_t + (r - n)a_t] \text{ με συνθήκες πρώτης τάξης:}$$

$$H_c = 0 : e^{-(\rho-n)t} c^{-\theta} = \mu \rightarrow \text{η προεξοφλημένη οριακή χρησιμότητα της κατανάλωσης ισούται με τη σκιώδη τιμή του κεφαλαίου}$$

$$H_a = -\dot{\mu} : \mu(r - n) = -\dot{\mu}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\mu_t a_t) = 0 \rightarrow (\text{TVC}): \text{τα νοικοκυριά δεν επιθυμούν να έχουν κεφάλαια με αξία στη τελευταία χρονική περίοδο}$$

$$\text{Λογαριθμίζοντας την πρώτη συνθήκη: } -(\rho - n)t - \theta \ln c = \ln \mu \rightarrow -(\rho - n) - \theta \frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{\mu}}{\mu}$$

$$\text{και χρησιμοποιώντας την δεύτερη συνθήκη: } (\rho - n) + \theta \frac{\dot{c}}{c} = (r - n) \text{ που γράφεται εν}$$

συνεχεία: $\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} (r - \rho)$ που είναι η περίφημη συνθήκη Euler και έχει την απλή ερμηνεία ότι η κατανάλωση ανά εργαζόμενο αυξάνεται εάν το επιτόκιο υπερβαίνει το συντελεστή προεξόφλησης και μειώνεται αν το επιτόκιο είναι μικρότερο από το συντελεστή προεξόφλησης. Βλέπουμε λοιπόν ότι το πόσο θα καταναλώσει το νοικοκυρίο και κατά συνέπεια πόσο θα αποταμιεύσει προσδιορίζεται μέσα στο μοντέλο από τη συσχέτιση μεταξύ επιτοκίου και συντελεστή προεξόφλησης.

Οι επιχειρήσεις

Οι επιχειρήσεις κινούνται με κριτήριο τη μεγιστοποίηση του κέρδους:

$\Pi = f(K, AL) - \omega L - (r + \delta)K$, όπου $f(K, AL) = K^b(AL)^a$ όπως και στο μοντέλο του Solow. Ενώ όμως στην περίπτωση των νοικοκυριών μετατρέψαμε τις μεταβλητές, σε μεταβλητές ανά εργαζόμενο εδώ μας ενδιαφέρει να τις μετατρέψουμε σε μεταβλητές ανά ειδικευμένη εργασία γιατί η τεχνολογία επηρεάζει άμεσα τη συνάρτηση κερδών και συνεπώς τη συμπεριφορά των επιχειρήσεων. Συνεπώς γράφουμε τη συνάρτηση κερδών ως:

$$\Pi = AL \cdot [f(\hat{k}) - (\frac{\omega}{A}) - (r + \delta)\hat{k}] \quad \text{όπου } f(\hat{k}) = \hat{k}^b, \quad \text{και εφόσον υποθέτουμε}$$

απλουστευτικά ότι $A = e^{xt}$, έχουμε: $\Pi = AL \left[f(\hat{k}) - (\frac{\omega}{e^{xt}}) - (r + \delta)\hat{k} \right]$, οπότε οι συνθήκες πρώτης τάξης του προβλήματος μεγιστοποίησης της αντιπροσωπευτικής επιχείρησης είναι οι εξής:

$$\Pi_{\hat{k}} = 0 : f'(\hat{k}) = r + \delta,$$

$$\Pi_L = 0 : A \cdot f(\hat{k}) + AL \cdot f'(\hat{k}) \cdot \frac{K}{A} \left(-\frac{1}{L^2} \right) - \omega = 0 \rightarrow Af(\hat{k}) + Af'(\hat{k}) \left(-\frac{K}{AL} \right) = \omega, \text{ που}$$

$$\text{μας δίνει τη συνθήκη: } A \left[f(\hat{k}) - f'(\hat{k}) \hat{k} \right] = \omega$$

Σημείο ανταγωνιστικής ισορροπίας

Θα συνδυάσουμε τώρα τη συμπεριφορά των νοικοκυριών και των επιχειρήσεων για να αναλύσουμε τι συμβαίνει στην ανταγωνιστική ισορροπία. Εφόσον η οικονομία είναι κλειστή όλο το κεφάλαιο ανά εργαζόμενο k πρέπει να κατέχεται από τα νοικοκυριά σε μορφή κεφαλαιακών στοιχείων ανά εργαζόμενο που στο προηγούμενο τμήμα συμβολίσαμε με a . Συνεπώς ο εισοδηματικός περιορισμός του νοικοκυριού γράφεται: $\dot{k} = \omega + (r - n)k - c$. Δεδομένου τώρα ότι $\hat{k} = \frac{k}{A}$, $\hat{c} = \frac{c}{A}$

$$\text{έχουμε} \quad : \quad \dot{\hat{k}} = \frac{\dot{k}A - k\dot{A}}{A^2} = \frac{\dot{k}}{A} - x\hat{k} = \frac{\omega + (r-n)k - c}{A} - x\hat{k} = \frac{\omega}{A} + (r-n)\hat{k} - \hat{c} - x\hat{k} \quad \text{και}$$

κάνοντας χρήση των δύο συνθηκών πρώτης τάξης της επιχείρησης προκύπτει ότι :

$$\dot{\hat{k}} = f(\hat{k}) - f'(\hat{k})\hat{k} + [f'(\hat{k}) - \delta - n]\hat{k} - \hat{c} - x\hat{k} \rightarrow \dot{\hat{k}} = f(\hat{k}) - \hat{c} - (x + n + \delta)\hat{k}$$

, που είναι και ο κανόνας κίνησης του κεφαλαίου ανά ειδικευμένη εργασία.

Επίσης αποδείξαμε ότι τα νοικοκυριά καταναλώνουν με ρυθμό $\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta}[r - \rho]$ και

εφόσον $f' = r + \delta$ έχουμε $g_c = \frac{1}{\theta}[f' - \delta - \rho]$. Και εφόσον $\hat{c} = \frac{c}{A}$ έχουμε :

$$\dot{\hat{c}} = \frac{\dot{c}A - \dot{A}\hat{c}}{A^2} = \frac{\frac{c}{\theta}[f'(\hat{k}) - \rho - \delta]}{A} - x\hat{c} \rightarrow \frac{\dot{\hat{c}}}{\hat{c}} = \frac{1}{\theta}[f'(\hat{k}) - \delta - \rho - \theta x]$$

Σταθερό σημείο και δυναμική ανάλυση

Έχουμε πει πως το μοντέλο του Ramsey ανήκει στην οικογένεια των εξωγενών υποδειγμάτων που χαρακτηρίζονται από απουσία μακροχρόνιας ανάπτυξης. Στόχος μας είναι λοιπόν να αποδείξουμε (1) ότι η οικονομία φτάνει σε ένα σταθερό σημείο και (2) ότι στο σημείο αυτό το προϊόν ανά ειδικευμένο εργαζόμενο δε μεγεθύνεται.

Ας δούμε λοιπόν πώς προκύπτουν αυτά τα συμπεράσματα. Προκειμένου η οικονομία να φτάσει σε ένα σημείο μηδενικής ανάπτυξης πρέπει τα άτομα να σταματήσουν να αποταμιεύουν. Για να καταλάβουμε όμως πώς συμβαίνει αυτό πρέπει πρώτα να μάθουμε να διαβάζουμε την εξίσωση Euler :

$$g_c = \frac{\dot{\hat{c}}}{\hat{c}} = \frac{1}{\theta}[f'(\hat{k}) - \delta - \rho - \theta x]. \quad \text{Η εξίσωση Euler απεικονίζει το ρυθμό αύξησης της κατανάλωσης. Όταν λέμε ότι ο ρυθμός κατανάλωσης είναι θετικός εννοούμε φυσικά ότι η κατανάλωση την περίοδο } t+1 \text{ είναι μεγαλύτερη από την περίοδο } t \text{. Για να συμβεί όμως αυτό πρέπει τα άτομα την περίοδο } t \text{ να αποταμιεύσουν(να επενδύσουν δηλαδή) μέρος του εισοδήματος τους ώστε την περίοδο } t+1 \text{ να μην}$$

κατανάλωσης. Όταν λέμε ότι η κατανάλωση την περίοδο $t+1$ είναι μεγαλύτερη από την περίοδο t . Για να συμβεί όμως αυτό πρέπει τα άτομα την περίοδο t να αποταμιεύσουν(να επενδύσουν δηλαδή) μέρος του εισοδήματος τους ώστε την περίοδο $t+1$ να μην

υπάρχει μόνο το προϊόν που δημιουργήθηκε την περίοδο t αλλά και επιπλέον ως αποτέλεσμα της πραγματοποιούμενης επένδυσης. Για να πειστούν όμως τα άτομα να επενδύσουν, πρέπει τα οφέλη από την επένδυση να υπερβαίνουν τα οφέλη από την κατανάλωση. Ή σε αλγεβρικούς όρους το $f' - \delta$ (το επιτόκιο) να υπερβαίνει το $\rho + \theta x$ (το προεξοφλητικό επιτόκιο*). Όμως αν γυρίσουμε στη συνθήκη Euler θα δούμε ότι αυτό συνεπάγεται ότι $g_{\hat{c}} > 0$ ή ότι ακριβώς ο ρυθμός κατανάλωσης αυξάνεται. Το ερώτημα τώρα είναι αν η οικονομία μπορεί να διατηρηθεί σε μια κατάσταση όπου ο ρυθμός κατανάλωσης είναι θετικός. Η απάντηση είναι όχι και η αιτιολόγηση έχει να κάνει με το στοιχείο που οδηγεί και το μοντέλο του Solow σε μηδενική ανάπτυξη : τις φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας που παρουσιάζει η συνάρτηση παραγωγής. Εφόσον $f'(\hat{k}) = b\hat{k}^{b-1}$ με $b < 1$ όσο η οικονομία συσσωρεύει κεφάλαιο τόσο το οριακό προϊόν μειώνεται οπότε η οικονομία είναι καταδικασμένη να φτάσει στο σημείο όπου η επένδυση δεν αποφέρει αρκετά. Σε όρους της συνάρτησης Euler καθώς το $f'(\hat{k}) \downarrow$ θα επέλθει το σημείο όπου $f'(\hat{k}) - \delta = \rho + \theta x$ δηλαδή $g_{\hat{c}} = 0$.

Πάμε τώρα να αποδείξουμε τι συμβαίνει στις άλλες μεταβλητές. Διαιρώντας τον κανόνα κίνησης του κεφαλαίου με \hat{k} προκύπτει ότι $g_{\hat{k}} + (x + n + \delta) = \hat{k}^{b-1} - \frac{\hat{c}}{\hat{k}}$ οπότε λογαριθμούμε : $\ln[g_{\hat{k}} + (x + n + \delta)] = (b-1)\ln\hat{k} - \ln\hat{c} + \ln\hat{k}$. Ας υποθέσουμε ότι βρισκόμαστε στο σταθερό σημείο όπου οι μεταβλητές μεγεθύνονται με σταθερό ρυθμό(συγκεκριμένα για την κατανάλωση ξέρουμε ότι μεγεθύνεται με μηδενικό ρυθμό). Τώρα παραγγίζοντας ως προς το χρόνο : $\frac{d(\cdot)}{dt} : 0 = (b-1)g_{\hat{k}} - g_{\hat{c}} + g_{\hat{k}}$ και αφού $g_{\hat{c}} = 0$ έχουμε $b g_{\hat{k}} = 0 \rightarrow g_{\hat{k}} = 0$. Και τέλος αφού $\hat{y} = \hat{k}^b \rightarrow g_{\hat{y}} = g_{\hat{k}} = 0$.

Τώρα αναφορικά με τις πραγματικές μεταβλητές έχουμε :

$$\hat{k} = \frac{k}{A} \rightarrow \ln\hat{k} = \ln k - \ln A \rightarrow g_{\hat{k}} = g_k - x \rightarrow g_k = x \text{ και ανάλογα } k = \frac{K}{L} \rightarrow g_K = x + n.$$

Ομοίως δείχνουμε ότι $g_{\hat{c}} = 0$, $g_c = x$, $g_C = x + n$ και ότι $g_{\hat{k}} = 0$, $g_k = x$, $g_K = x + n$.

Βλέπουμε λοιπόν ότι οι μεταβλητές Y, C, K μεγεθύνονται με βάση το ρυθμό αύξησης του πληθυσμού και της τεχνολογίας. Γι' αυτό ακριβώς κατατάξαμε το μοντέλο του Ramsey στα εξωγενή.

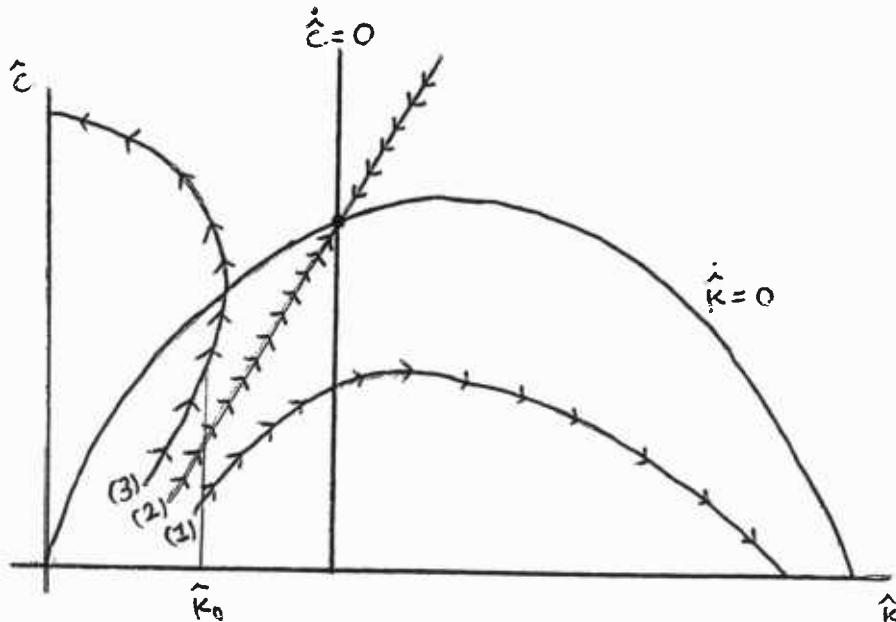
Ας εξηγήσουμε τώρα διαγραμματικά πώς η οικονομία φτάνει στο σταθερό σημείο

$$\frac{\dot{\hat{c}}}{\hat{c}} = \frac{1}{\theta} [f'(\hat{k}) - \delta - \rho - \theta x]$$

γίνεται φανερό πως η συνθήκη $\dot{\hat{c}} = 0$ ικανοποιείται μόνο στο επίπεδο αυτό κεφαλαίου \hat{k}^* στο οποίο ισχύει $f'(\hat{k}^*) - \delta = \rho + \theta x$. Συνεπώς η καμπύλη $\dot{\hat{c}} = 0$ θα είναι κάθετη σε αυτό το επίπεδο κεφαλαίου. Για επίπεδα κεφαλαίου μεγαλύτερα δηλαδή $\hat{k} > \hat{k}^*$ το οριακό προϊόν του κεφαλαίου είναι μικρότερο και συνεπώς : $\dot{\hat{c}} < 0$ δηλαδή η κατανάλωση ελαττώνεται. Αντίστοιχα για επίπεδα κεφαλαίου : $\hat{k} < \hat{k}^*$ έχουμε $\dot{\hat{c}} > 0$ και συνεπώς $\dot{\hat{c}} > 0$. Από την άλλη η $\dot{\hat{k}} = 0$ καμπύλη ή αντίστοιχα η $f(\hat{k}) - \hat{c} - (x + n + \delta)\hat{k} = 0$ παριστάνεται με μία καμπύλη

που αποκτά μέγιστο στο $\frac{d\hat{c}}{d\hat{k}} = 0 \rightarrow f'(\hat{k}) - \delta = x + n$. Όπως φαίνεται και από το

διάγραμμα για επίπεδα κατανάλωσης μεγαλύτερα από το συγκεκριμένο \hat{c}^* που εξασφαλίζει $\dot{\hat{k}} = 0$, το κεφάλαιο μειώνεται ενώ για επίπεδα μικρότερα δηλαδή μέσα από την καμπύλη το κεφάλαιο αυξάνεται.



Έστω λοιπόν η οικονομία μας τη χρονική στιγμή t_0 ξεκινά από ένα τυχαίο επίπεδο κεφαλαίου \hat{k}_0 . Τί είναι αυτό που εξασφαλίζει ότι η κατανάλωση (που είναι και μεταβλητή απόφασης) θα είναι ακριβώς τόσο ώστε η οικονομία μας να καταλήξει στο σταθερό σημείο που απεικονίζεται από την τομή των δύο καμπυλών; Έστω ότι είναι χαμηλότερη από την κατανάλωση που οδηγεί στο σταθερό σημείο με αποτέλεσμα η οικονομία μας να ακολουθήσει την χαμηλότερη από τις τρεις τροχιές και να καταλήξει την τελευταία χρονική περίοδο με μηδενική κατανάλωση και μεγάλο απόθεμα κεφαλαίου. Όμως μια τέτοια συμπεριφορά δεν υπακούει στις συνθήκες μεγιστοποίησης του νοικοκυριού (TVC) γιατί δεν είναι λογικό να έχουν απομείνει στη τελευταία περίοδο στη διάθεση του νοικοκυριού κεφάλαια με αξία όταν θα μπορούσαν απλούστατα να τα είχαν καταναλώσει. Συνεπώς ένα τέτοιο μονοπάτι αποκλείεται. Έστω αντίθετα ότι η κατανάλωση είναι μεγαλύτερη με αποτέλεσμα η οικονομία να ακολουθήσει το υψηλότερο μονοπάτι που οδηγεί σε μηδενικό κεφάλαιο και υψηλή κατανάλωση. Άμεσο επακόλουθο μιας τέτοιας κατάστασης είναι η κατανάλωση της ακριβώς επόμενης περιόδου να πέσει στο μηδέν. Όμως μια τέτοια συμπεριφορά αντικρούει την τάση «εξομάλυνσης» της κατανάλωσης που επιβάλλει η συνθήκη Euler. Συνεπώς το μοναδικό δυνατό μονοπάτι είναι αυτό που οδηγεί στο σταθερό σημείο.

Pareto optimum και οικονομική πολιτική

Δύο τελευταία θέματα που αξίζουν την προσοχή μας αναφορικά με το μοντέλο του Ramsey είναι η περίπτωση του κοινωνικού σχεδιαστή και η υπόθεση της σύγκλισης.

Σε σχέση με το πρώτο θέμα ενδιαφερόμαστε να δούμε αν τα αποτελέσματά μας αλλάζουν εάν θεωρήσουμε μια πλήρως συγκεντρωποιημένη οικονομία σε αντίθεση με την αποκεντρωμένη της προηγούμενης ανάλυσης. Για αν φτιάξουμε τον εισοδηματικό περιορισμό της οικονομίας παίρνουμε : $Y = C + I \rightarrow \dot{K} = Y - C - \delta K$

$$\text{και δεδομένου ότι } \hat{k} = \frac{K}{AL} \text{ έχουμε } \dot{\hat{k}} = \frac{\dot{K}(AL) - (\dot{A}L + A\dot{L})K}{(AL)^2} = \frac{Y - C - \delta K}{AL} - \hat{k}\alpha - \hat{k}\eta$$

που δίνει εν τέλει : $\dot{\hat{k}} = \hat{y} - \hat{c} - (x + n + \delta)\hat{k}$. Συνεπώς ο κοινωνικός σχεδιαστής μεγιστοποιεί :

$$\max \left\{ e^{-\rho t} u(c) e^{n t} \right\} \quad \text{s.t.} \quad \dot{\hat{k}} = \hat{y} - ce^{-xt} - (x + n + \delta)\hat{k}$$

που αντιστοιχεί στην : $H = e^{-(\rho-n)t} u(c) + \mu \left[\hat{y} - ce^{-xt} - (x + n + \delta)\hat{k} \right]$ που δίνει :

$$H_c = 0 : e^{-(\rho-n)t} c^{-\theta} = \mu \bullet e^{-xt}, \quad H_{\hat{k}} = -\dot{\mu} : \mu \left[f'(\hat{k}) - (x + n + \delta) \right] = -\dot{\mu}.$$

Συνδυάζοντας τις δύο συνθήκες εύκολα προκύπτει η γνωστή συνθήκη Euler:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} [f' - \delta - \rho - \theta x]. \quad \text{Συμπεραίνουμε λοιπόν πως η οικονομία μας βρίσκεται εξαρχής στο άριστο κατά Pareto σημείο.}$$

Σε σχέση με το δεύτερο, η μέχρι τώρα θεωρία μας διαπιστώνει πως οι φτωχότερες οικονομίες πρέπει να αναπτύσσονται ταχύτερα από τις πλουσιότερες εφόσον τα χαμηλά επίπεδα κεφαλαίου επιτρέπουν υψηλή αποδοτικότητα και μεγάλες επενδύσεις. Αυτό βέβαια δεδομένου ότι οι οικονομίες έχουν την ίδια δομή τις ίδιες δηλαδή τιμές στις παραμέτρους δ, s, ρ, \dots . Ωστόσο η μέχρι τώρα εμπειρία δείχνει ότι ελάχιστες οικονομίες ικανοποιούν την υπόθεση της σύγκλισης.

To Μοντέλο του Rebelo

Τα τρία βασικά συμπεράσματα που προκύπτουν από τη μέχρι τώρα ανάλυσή μας είναι (1) το εισόδημα ανά ειδικευμένο εργαζόμενο δεν αναπτύσσεται μακροχρόνια , (2) το εισόδημα μεγεθύνεται με ρυθμό $x+n$ δηλαδή η δυναμική της οικονομίας εξαρτάται από παραμέτρους «εκτός» μοντέλου , (3) η κύρια αιτία της απουσίας μακροχρόνιας ανάπτυξης είναι οι φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας που παρουσιάζει η συνάρτηση παραγωγής.

Συνεπώς η προσπάθεια μας να ενδογενοποιήσουμε την ανάπτυξη-δηλαδή να οικοδομήσουμε μοντέλα στα οποία η ανάπτυξη της οικονομίας στηρίζεται σε παραμέτρους «εντός» μοντέλου, θα ξεκινήσει από το να υποθέσουμε πως η συνάρτηση παραγωγής δεν παρουσιάζει φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας. Κάθε μοντέλο επιτυγχάνει την παραπάνω συνθήκη με διαφορετικό τρόπο. Την πλέον απλή μέθοδο για να αποφύγουμε τις φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας χρησιμοποιεί ο Rebelo στο μοντέλο του, διατυπωμένο εν έτη 1991. Εμείς στηρίζουμε την ανάλυση του κεφαλαίου αυτού στα : Barro, and Sala-i-Martin, 2003. "Economic Growth" και Sala-i-Martin, 1990. "Lecture Notes on Economic Growth".

Οι υποθέσεις μας...

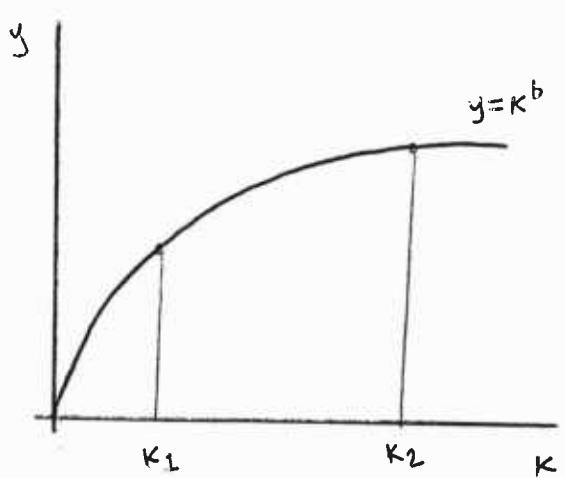
Από τη γνωστή μας συνάρτηση παραγωγής $Y = K^b L^a$:

- Θεωρούμε για απλούστευση την εργασία ίση με τη μονάδα δηλαδή $L=1$ και φυσικά $n=0$
- Θεωρούμε ότι ο συντελεστής $b=1$

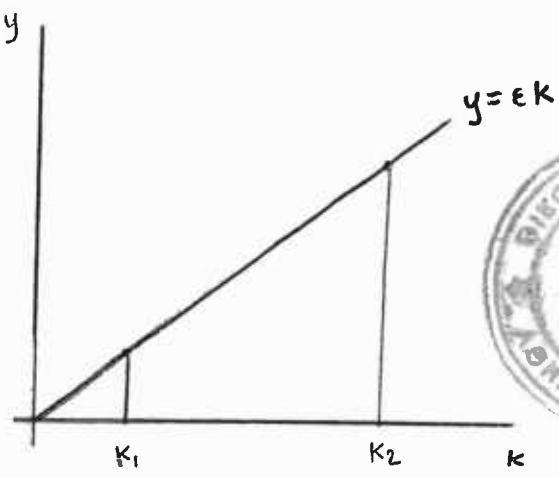
- προσθέτουμε μία εξωγενή σταθερά ε στην συνάρτηση παραγωγής που αποτελεί την κλίση της

- διαμορφώνουμε τη συνάρτηση παραγωγής γραμμικής τεχνολογίας: $Y = \varepsilon K$.

Δεδομένου ότι ο πληθυσμός έχει εξισωθεί με τη μονάδα η πραγματικές μεταβλητές ταυτίζονται με τις κατά κεφαλήν οπότε μπορούμε να γράψουμε την συνάρτηση ως: $y = \varepsilon k$. Σε αντίθεση με το μοντέλο του Ramsey (διάγραμμα 2.1) στο οποίο η συνάρτηση παραγωγής $y = k^b$, $b < 1$ παρουσίαζε φθίνουσες αποδόσεις ως προς το κατά κεφαλήν κεφάλαιο με αποτέλεσμα σε μεγάλα επίπεδα κεφαλαίου να επιφέρουν μικρές αποδόσεις, εδώ η συνάρτηση είναι γραμμική με αποτέλεσμα το οριακό προϊόν του κεφαλαίου να παραμένει σταθερό καθ' όλη τη διαδικασία ανάπτυξης της οικονομίας (διάγραμμα 2.2). Αυτό ακριβώς αποτελεί και το κλειδί της ανάπτυξης στο μοντέλο του Rebelo.



Σχέδιαγραμμα 2.1



Σχέδιαγραμμα 2.2

Μία συνάρτηση παραγωγής γραμμικής τεχνολογίας μπορεί να βολεύει τεχνικά προκύπτει ωστόσο το ερώτημα πώς μπορεί να δικαιολογηθεί στο πλαίσιο μιας πραγματικής οικονομίας. Μπορεί να δικαιολογηθεί -και εδώ βρίσκεται η ουσιαστική καινοτομία του μοντέλου του Rebelo- αν δούμε το συντελεστή k όχι μόνο υπό τη στενή έννοια του φυσικού κεφαλαίου αλλά με την έννοια του ότι ενσωματώνει όλα τα είδη κεφαλαίου όπως το ανθρώπινο, το χρηματιστικό ακόμα και το απόθεμα

γνώσης. Συνεπώς η αλληλεπίδραση όλων αυτών των ειδών κεφαλαίου δημιουργεί ένα συντελεστή παραγωγής του οποίου η οριακή αποδοτικότητα δεν φθίνει.

- Τέλος, εξακολουθούν να ισχύουν οι γνωστές υποθέσεις περί συνάρτησης χρησιμότητας: $u(c_t) = \frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta}$ και μεταβολής του κεφαλαίου: $\dot{k} = y - c - \delta k$

Νοικοκυριά, επιχειρήσεις και ανταγωνιστική λύση

Τα νοικοκυριά αντιμετωπίζουν το γνωστό πρόβλημα μεγιστοποίησης της ευημερίας τους βάση του εισοδηματικού τους περιορισμού. Συγκεκριμένα:

$\max \{e^{-\rho t} u(c)\}$ s.t. $\dot{a} = ra - c \rightarrow H = e^{-\rho t} u(c) + \mu [ra - c]$ που οδηγεί στις συνθήκες:

$$H_c = 0: e^{-\rho t} c^{-\theta} = \mu \rightarrow -\rho t - \theta \ln c = \ln \mu \rightarrow -\rho - \theta \frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{\mu}}{\mu}$$

$$H_a = -\dot{\mu}: \mu r = -\dot{\mu} \rightarrow r = -\frac{\dot{\mu}}{\mu}$$

Συνδυάζοντας τις δύο συνθήκες προκύπτει η συνθήκη Euler: $\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta}(r - \rho)$

Από την άλλη πλευρά οι επιχειρήσεις επιθυμούν να μεγιστοποιήσουν τα κέρδη τους:

$\max \{\Pi = \varepsilon k - (r + \delta)k\}$ που οδηγεί στην εξίσωση: $r = \varepsilon - \delta$.

Συνεπώς στην ανταγωνιστική ισορροπία θα έχουμε: $\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta}(\varepsilon - \delta - \rho)$. Επίσης

δεδομένου ότι στην ισορροπία $a = k$ και άρα: $\dot{k} = rk - c$ προκύπτει ότι

$\frac{\dot{k}}{k} = r - \frac{c}{k} \rightarrow \frac{\dot{k}}{k} - r = -\frac{c}{k}$. Θεωρώντας ότι βρισκόμαστε στο σταθερό σημείο της

οικονομίας και συνεπώς ο λόγος $\frac{\dot{k}}{k}$ είναι σταθερός, αν λογαριθμήσουμε και

παραγωγίσουμε παίρνουμε : $0 = -g_c + g_k \rightarrow g_c = g_k \rightarrow g_k = \frac{1}{\theta}(\varepsilon - \delta - \rho)$. Τέλος

αναφορικά με το εισόδημα : $y = \varepsilon k \rightarrow \ln y = \ln \varepsilon + \ln k \rightarrow g_y = g_k = \frac{1}{\theta}(\varepsilon - \delta - \rho)$.

Ενδογενής Ανάπτυξη

Παρατηρούμε λοιπόν πως στο πλαίσιο του μοντέλου του Rebelo τα δύο βασικά χαρακτηριστικά που θεμελιώνουν τα εξωγενή υποδείγματα χάνουν την ισχύ τους :

(1). Η οικονομία μπορεί να αναπτύσσεται και μακροχρόνια με θετικό ρυθμό.

Εφόσον το εισόδημα αναπτύσσεται με ρυθμό : $\frac{1}{\theta}(\varepsilon - \delta - \rho)$ δεν υπάρχει κάποιος παράγοντας που να οδηγήσει την οικονομία έξω από αυτό το μονοπάτι ανάπτυξης. Μπορεί να μεγεθύνεται με αυτό το ρυθμό επ' άπειρον. Αυτό διαπιστώνεται ευκολότερα με τη βοήθεια του διαγράμματος 2.3. Η υψηλότερη ευθεία αποτελεί το οριακό προϊόν του κεφαλαίου ε (Rebelo) το οποίο δεν μεταβάλλεται για διαφορετικά επίπεδα κεφαλαίου. Η χαμηλότερη ευθεία αποτελεί το άθροισμα των συντελεστή απόσβεσης και του προεξοφλητικού επιτοκίου. Η διαφορά μεταξύ των δύο δίνει και το ρυθμό ανάπτυξης της οικονομίας. Εάν υποθέσουμε πως το οριακό προϊόν του κεφαλαίου βρίσκεται σε υψηλότερο επίπεδο τότε η οικονομία μεγεθύνεται με ένα θετικό σταθερό ρυθμό. Αντίθετα η φθίνουσα ευθεία δείχνει το Ο.Π. του κεφαλαίου στο μοντέλο του Ramsey.

(2). Στα εξωγενή μοντέλα οι παράμετροι δεν έχουν επίδραση στο μακροχρόνιο ρυθμό ανάπτυξης αλλά απλά στο επίπεδο του εισοδήματος στο οποίο θα σταθεροποιηθεί η οικονομία. Αντίθετα εδώ παρατηρούμε πως οι παράμετροι καθορίζουν άμεσα το ρυθμό ανάπτυξης. Συγκεκριμένα :

→ όσο πιο χαμηλό το θ δηλαδή όσο πιο πρόθυμο είναι το νοικοκυρίο να αφήσει την κατανάλωσή του να μεταβάλλεται διαχρονικά τόσο μεγαλύτερος ο ρυθμός ανάπτυξης

→ όσο πιο υψηλό το ε δηλαδή όσο πιο παραγωγική είναι η οικονομία τόσο υψηλότερος ο ρυθμός ανάπτυξης

→ όσο πιο χαμηλό το ρ δηλαδή όσο λιγότερο αξιολογείται η σημερινή κατανάλωση σε σχέση με τη μελλοντική τόσο υψηλότερος ο ρυθμός ανάπτυξης

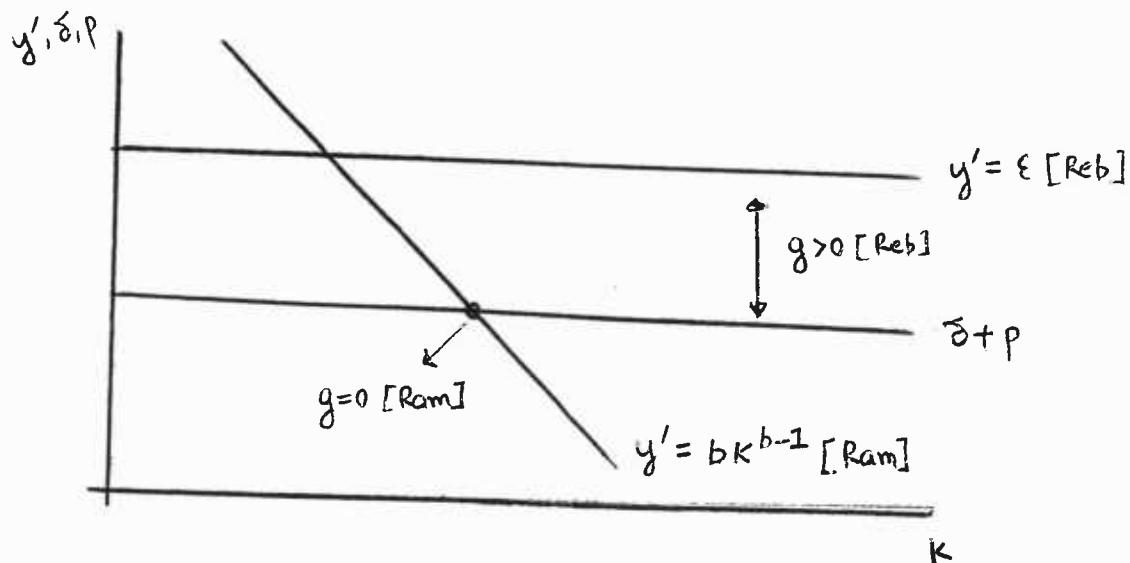
→ όσο χαμηλότερο το δ δηλαδή όσο μικρότερος αριθμός του συνολικού κεφαλαίου χρειάζεται να αντικαθίσταται κάθε χρόνο τόσο υψηλότερος ο ρυθμός ανάπτυξης.

Επίσης εφόσον η αποταμίευση χρησιμοποιείται σε δημιουργία νέου κεφαλαίου

$$\text{έχουμε: } s = \dot{k} \rightarrow \frac{s}{y} = \frac{\dot{k}}{k} \cdot \frac{k}{y} \rightarrow \frac{s}{y} = g \frac{1}{\varepsilon} \rightarrow g = \frac{s \cdot \varepsilon}{y}. \text{ Άρα:}$$

→ όσο υψηλότερο μέρος του εισοδήματος αποταμιεύεται τόσο περισσότερο μεγεθύνεται διαχρονικά η οικονομία.

Σε σχέση με το τελευταίο γίνεται φανερό πως το μοντέλο αφήνει χώρο για οικονομική πολιτική. Μια πολιτική αύξησης του ποσοστού αποταμίευσης μέσω κινήτρων θα έχει ευεργετικά αποτελέσματα στο μακροχρόνιο ρυθμό ανάπτυξης.



Σχέδιαγραφα 2.3

Υπόθεση της σύγκλισης και Pareto optimum

Όπως τονίσαμε και στο πρώτο κεφάλαιο σύμφωνα με την υπόθεση της σύγκλισης η οποία επιβεβαιώνεται μέσα από το μοντέλο του Ramsey, οικονομίες με την ίδια δομή τείνουν μακροχρόνια να σταθεροποιηθούν γύρω από ένα επίπεδο εισοδήματος με τις φτωχότερες χώρες να κατευθύνονται ταχύτερα προς αυτό. Ωστόσο στα πλαίσια του μοντέλου Rebelo τα αποτελέσματα αυτά παύουν να ισχύουν. Ειδικότερα :

- Έστω ότι δύο οικονομίες έχουν την ίδια δομή (δηλαδή τα ίδια $\varepsilon, \theta, \rho, \delta$) αλλά μία από τις δύο ξεκινά από ένα επίπεδο κεφαλαίου χαμηλότερο. Τότε εφόσον και οι δύο οικονομίες αναπτύσσονται με ακριβώς τον ίδιο ρυθμό η διαφορά αυτή στα επίπεδα κεφαλαίου δε θα συρρικνωθεί σταδιακά αλλά θα διατηρηθεί επ' άπειρον.
- Εάν μία οικονομία είναι πιο παραγωγική από την άλλη δηλαδή $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ τότε η φτωχή οικονομία θα παραμείνει φτωχή.

Όσον αφορά την περίπτωση του κοινωνικού σχεδιαστή αυτός λύνει :

$$\max e^{-\rho t} u(c_t) \text{ s.t. } \dot{k} = \varepsilon k - c - \delta k$$

Σχηματίζουμε τη Χαμιλτονιανή : $H = e^{-\rho t} u(c) + \mu [\varepsilon k - c - \delta k]$, με συνθήκες πρώτης

$$\text{τάξης: } H_c = 0 : e^{-\rho t} c^{-\theta} = \mu \rightarrow -\rho t - \theta \ln c = \ln \mu \xrightarrow{\frac{d(\cdot)}{dt}} -\rho - \frac{\dot{\mu}}{\mu} = \theta \frac{\dot{c}}{c} ,$$

$$H_k = -\dot{\mu} \rightarrow \varepsilon - \delta = -\frac{\dot{\mu}}{\mu} ,$$

και συνδυάζοντάς τις προκύπτει : $\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} (\varepsilon - \delta - \rho)$. Συνεπώς η λύση του κοινωνικού σχεδιαστή είναι ακριβώς ταυτόσημη με τη λύση της ανταγωνιστικής ισορροπίας κάτι το οποίο δε μας εκπλήσσει δεδομένου ότι το μοντέλο δεν ενσωμάτωνε κάποια εξωτερικότητα. Στο επόμενο κεφάλαιο θα δούμε πώς η ύπαρξη εξωτερικών οικονομιών μπορούν να οδηγήσουν σε μια κατάσταση όπου ο ρυθμός

ανάπτυξης της ανταγωνιστικής ισορροπίας είναι υποδεέστερος της λύσης του κοινωνικού σχεδιαστή.

Συμπερασματικά...

Ας σκιαγραφήσουμε τα βασικά συμπεράσματα του μοντέλου του Rebelo. (1) η οικονομία μπορεί να μεγεθύνεται μακροχρόνια με ένα σταθερό ρυθμό , (2) οι φτωχές χώρες μπορούν να παραμείνουν φτωχές ακόμα και αν διαθέτουν πανομοιότυπη δομή οικονομίας με τις πλούσιες και (3) η ανταγωνιστική λύση είναι Pareto optimum.

3. Το μοντέλο του Romer(86): Εξωτερικές οικονομίες του Κεφαλαίου

Η μέχρι τώρα ανάλυσή μας έχει αναδείξει το ρόλο της μορφής της συνάρτησης παραγωγής ως το καθοριστικό στοιχείο προσδιορισμού του χαρακτήρα της ανάπτυξης. Έτσι στο ερώτημα : κάτω από ποιες προϋποθέσεις καθίσταται η ανάπτυξη ενδογενής είδαμε ότι η απάντηση έχει να κάνει με την ύπαρξη ή όχι φθινουσών αποδόσεων. Συνεπώς ενώ στο μοντέλο του Ramsey η οικονομία αντιμετωπίζει μία συνάρτηση παραγωγής της μορφής $y = k^b, b < 1$ με αποτέλεσμα να μη μεγεθύνεται μακροχρόνια, στο μοντέλο του Rebelo το $b = 1$, γεγονός που συνεπάγεται διατηρήσιμη μακροχρόνια ανάπτυξη.

Το μοντέλο του Romer παρουσιάζει ένα νέο τρόπο για να αποφύγουμε το πρόβλημα των φθινουσών αποδόσεων κλίμακας. Θεωρεί ότι ένας συγκεκριμένος συντελεστής παραγωγής παρουσιάζει εξωτερικές οικονομίες με αποτέλεσμα, όπως θα δούμε και κατά τη διάρκεια της ανάλυσης μας, η συνάρτηση παραγωγής να είναι αυξουσών αποδόσεων για την οικονομία ως σύνολο. Συνοπτικά τα βασικά σημεία που θα αναπτυχθούν στο κεφάλαιο αυτό είναι :

- (1) το κεφάλαιο της οικονομίας παρουσιάζει θετικές εξωτερικές οικονομίες με αποτέλεσμα η επένδυσή του να συνοδεύεται από αποτελέσματα διάχυσης που εμποδίζουν τη φθίνουσα οριακή αποδοτικότητα του κεφαλαίου
- (2) η οικονομία αναπτύσσεται ενδογενώς δηλαδή η μεγέθυνση δεν τερματίζεται μακροχρόνια ενώ εξαρτάται από μεταβλητές «εντός» μοντέλου
- (3) η λύση της ανταγωνιστικής ισορροπίας είναι υποδεέστερη της λύσης του κοινωνικού σχεδιαστή, γεγονός που απορρέει από την ύπαρξη εξωτερικών οικονομιών του κεφαλαίου.

Η ανάλυση μας θα βασιστεί στο : Sala-i-Martin, X. 1990. "Lecture Notes on Economic Growth".

Οι υποθέσεις μας...

Θετικές εξωτερικές οικονομίες έχουμε όταν οι πράξεις ενός ή περισσοτέρων οικονομικών μονάδων επηρεάζουν θετικά την ευημερία των υπολοίπων οικονομικών μονάδων και επίσης δεν υπάρχει θεσμικός τρόπος να εκφραστεί αυτή η επίδραση σε μία τιμή. Με βάση αυτό το σκεπτικό ο Romer υποστηρίζει ότι το κεφάλαιο της οικονομίας παρουσιάζει θετικές εξωτερικές οικονομίες κλίμακας. Γιατί συμβαίνει αυτό; Απλούστατα γιατί η επένδυση σε κεφάλαιο από μία επιχείρηση ευνοεί όχι μόνο την δική της ικανότητα παραγωγής αλλά και των υπολοίπων. Για παράδειγμα η απόφαση μιας ακτοπλοϊκής εταιρείας να αγοράσει νέα πλοία για να καλύψει μεγαλύτερο εύρος δρομολογίων δεν δημιουργεί μόνο στην ίδια μεγαλύτερη ικανότητα παροχής υπηρεσιών αλλά και πιθανώς να αφελήσει όλες τις επιχειρήσεις κατά μήκος των νέων δρομολογίων εφόσον αυτές θα διαθέτουν στο εξής καλύτερη πρόσβαση σε αγορές ή μεγαλύτερη γκάμα πελατών κλπ. Δηλαδή το προϊόν κάθε επιχείρησης εξαρτάται όχι μόνο από το κεφάλαιο και την εργασία που θα επενδύσει η ίδια αλλά και από το επίπεδο του συνολικού κεφαλαίου που υπάρχει στην οικονομία. Τα παραπάνω αποτυπώνονται αλγεβρικά στην εξής συνάρτηση παραγωγής της μεμονωμένης επιχείρησης i :

$$Y_i = K_i^b L_i^\alpha K^\eta$$

όπου K, L κατά τα γνωστά είναι το κεφάλαιο και η εργασία της επιχείρησης ενώ κ είναι το συνολικό κεφάλαιο της οικονομίας δηλαδή το κεφάλαιο που έχει επενδύσει καθεμία από τις i επιχειρήσεις. Σημαντική παρατήρηση αποτελεί το γεγονός ότι το συνολικό κεφάλαιο της οικονομίας δεν είναι μια μεταβλητή την οποία η μεμονωμένη επιχείρηση έχει την αίσθηση ότι μπορεί να επηρεάσει γι' αυτό και θεωρείται ως μία σταθερή παράμετρος κατά την επίλυση του προβλήματος μεγιστοποίησης των κερδών. Συνεπώς δεδομένου ότι $a+b=1$ η μεμονωμένη

επιχείρηση αντιμετωπίζει μια συνάρτηση παραγωγής σταθερών αποδόσεων κλίμακας. Εάν όμως δούμε την οικονομία συνολικά (κάτι που θα κάνει ο κοινωνικός σχεδιαστής) και θεωρήσουμε ότι πράγματι το σύνολικό προϊόν εξαρτάται από τρεις μεταβλητές απόφασης τότε η συνάρτηση παραγωγής αντιμετωπίζει αύξουσες αποδόσεις κλίμακας εφόσον : $a+b+\eta > 1$ με $\eta < 1$.

Αναφορικά με τις υπόλοιπες υποθέσεις ως γνωστόν η συνάρτησης χρησιμότητας είναι : $u(c_t) = \frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta}$. Υποθέτουμε ότι το κεφάλαιο δεν αποσβένεται και ο πληθυσμός δεν μεγεθύνεται δηλαδή $\delta = 0, n = 0$. Έτσι ο εισοδηματικός περιορισμός του νοικοκυριού : $\dot{A} = \omega L + rA - C$ γράφεται εύκολα : $\dot{a} = \omega + ra - c$. Τέλος υποθέτουμε ότι η οικονομία μας αποτελείται από M επιχειρήσεις ,όπου M αρκετά μεγάλο ώστε να ισχύει η υπόθεση περί εξωγένειας του συνολικού κεφαλαίου στο πρόβλημα μεγιστοποίησης της επιχείρησης.

Νοικοκυριά , Επιχειρήσεις και Ανταγωνιστική Ισορροπία

Κατά τα γνωστά το πρόβλημα του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού είναι :

$$\max \left\{ e^{-\rho t} u(c) \right\} \text{ s.t. } \dot{a} = \omega + ra - c ,$$

οπότε : $H = e^{-\rho t} u(c) + \mu [\omega + ra - c]$ με συνθήκες πρώτης τάξης :

$$H_c = 0 : e^{-\rho t} c^{-\theta} = \mu \rightarrow -\rho t - \theta \ln c = \ln \mu \rightarrow -\rho - \theta \frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{\mu}}{\mu}$$

$$H_a = -\dot{\mu} : r = -\frac{\dot{\mu}}{\mu}$$

[TVC]

Συνδυάζοντας τις δύο πρώτες προκύπτει η γνωστή συνθήκη Euler:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta}(r - \rho)$$

Η αντιπροσωπευτική επιχείρηση τώρα ενδιαφέρεται να μεγιστοποιήσει τη συνάρτηση κερδών : $\Pi_i = K_i^b L_i^a \kappa^\eta - \omega L_i - r K_i$. Σε όρους μεταβλητών ανά εργαζόμενο η συνάρτηση παραγωγής γίνεται

$$\frac{Y_i}{L_i} = \frac{K_i^b L_i^a \kappa^\eta}{L_i} \rightarrow y_i = \frac{K_i^b L_i^a \kappa^\eta}{L_i^b L_i^{-b}} \rightarrow y_i = k_i^b \kappa^\eta .$$

Οπότε από τις συνθήκες πρώτης τάξης προκύπτει ότι :

$f' = r \rightarrow b k_i^{b-1} \kappa^\eta = r$. Εκμεταλλευόμενοι και το γεγονός ότι το συνολικό κεφάλαιο ισούται με το κεφάλαιο ανά εργαζόμενο επί το συνολικό αριθμό τους δηλαδή $\kappa = k L$ προκύπτει ότι :

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta}(b k^{b-1} \kappa^\eta - \rho) \rightarrow \frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta}(b k^{b+\eta-1} L^\eta - \rho)$$

Επίσης από την Euler εξάγεται ότι : $\frac{g_c \cdot \theta + \rho}{b} = k^{b-1} \kappa^\eta$. Στην ισορροπία αφενός το

κεφάλαιο ανά εργαζόμενο κατέχεται από τα νοικοκυριά ($a = k$) αφετέρου το συνολικό εισόδημα της οικονομίας ισούται με τις αμοιβές των παραγωγικών συντελεστών ($Y = \omega L + r K \rightarrow y = \omega + rk$) οπότε ο εισοδηματικός περιορισμός του

νοικοκυριού γράφεται : $\dot{k} = k^b \kappa^\eta - c \rightarrow g_k = k^{b-1} \kappa^\eta - \frac{c}{k} \rightarrow g_k - \frac{g_c \cdot \theta + \rho}{b} = -\frac{c}{k}$.

Υποθέτοντας τώρα ότι είμαστε στο σταθερό σημείο και συνεπώς οι ρυθμοί ανάπτυξης κεφαλαίου και κατανάλωσης είναι σταθεροί προκύπτει :

$$\ln[g_k - \frac{g_c \cdot \theta + \rho}{b}] = -\ln c + \ln k \xrightarrow{\frac{d(\cdot)}{dt}} 0 = -g_c + g_k \rightarrow g_c = g_k.$$

Ας επιχειρήσουμε τώρα να αναλύσουμε ποιοτικά τα αποτελέσματά μας. Είδαμε πως το κεφάλαιο της οικονομίας αναπτύσσεται στο σταθερό σημείο της οικονομίας με

ρυθμό : $g = \frac{1}{\theta}(b k^{b+\eta-1} L^\eta - \rho)$. Συνεπώς το κεφάλαιο θα αναπτύσσεται με θετικό

ρυθμό όσο ο όρος $bk^{b+\eta-1}L^\eta$ υπερβαίνει το συντελεστή προεξόφλησης ρ . Στο νεοκλασικό μοντέλο όπου δεν υφίσταται καμία εξωτερική θετική επίδραση του κεφαλαίου ($\eta = 0$) η απόδοση του κεφαλαίου είναι καταδικασμένη να φθίνει καθώς η οικονομία αναπτύσσεται εώς ότου εξισωθεί με το προεξοφλητικό επιτόκιο και οδηγήσει το ρυθμό ανάπτυξης στο μηδέν. Στο Romer όμως η υπόθεσή ότι $0 < \eta < 1$ παρέχει στο μοντέλο τη δυνατότητα διατηρήσιμης μακροχρόνιας ανάπτυξης. Συγκεκριμένα αν $b + \eta = 1$ το μοντέλο ταυτίζεται με το μοντέλο του Rebelo και η ανάπτυξη είναι δυνατή να λαμβάνει χώρα στο διηνεκές. Ωστόσο αυτό είναι απλώς μια υπόθεση. Τίποτα δεν εγγυάται ότι το η θα είναι «αρκετά μεγάλο» ώστε να αντισταθμίζεται η φθίνουσα αποδοτικότητα του κεφαλαίου κάθε επιχείρησης και να επιτυχάνεται μακροχρόνια ανάπτυξη. Συνεπώς μία ικανή συνθήκη για να παρουσιάζει το μοντέλο ενδογενής ανάπτυξη δεν είναι η συνάρτηση παραγωγής να παρουσιάζει αύξουσες αποδόσεις κεφαλαίου ($a + b + \eta > 1$) αλλά η ανάεργαζόμενο συνάρτηση παραγωγής να παρουσιάζει σταθερές αποδόσεις κλίμακας ($b + \eta = 1$). Θα ήταν ισοδύναμο να λέγαμε ότι απαιτούνται σταθερές αποδόσεις κλίμακας όσον αφορά τους συντελεστές που μπορούν να συσσωρευτούν.

Η λύση του κοινωνικού σχεδιαστή

Στα προηγούμενα δύο μοντέλα είδαμε ότι η λύση της ανταγωνιστικής ισορροπίας ταυτίζεται με τη λύση του κοινωνικού σχεδιαστή. Κατ' επέκταση ονομάσαμε τις λύσεις κατά Pareto αποτελεσματικές. Ωστόσο το μοντέλο του Romer δεν διατηρεί αυτή την ιδιότητα και ο λόγος έχει να κάνει με την ύπαρξη εξωτερικών οικονομιών. Ας επιχειρήσουμε λοιπόν να βρούμε αλγεβρικά το ρυθμό ανάπτυξης της οικονομίας όταν η μεγιστοποίηση πραγματοποιείται από ένα κοινωνικό σχεδιαστή και όχι από τις επιμέρους οικονομικές μονάδες. Το σημαντικό στοιχείο που πρέπει να έχουμε κατά νου είναι ότι ο σχεδιαστής όχι μόνο έχει στη διάθεση του καλύτερη πληροφόρηση από τα νοικοκυριά και τις επιχειρήσεις αλλά και αντιμετωπίζει την οικονομία ως σύνολο. Συνεπώς το συνολικό κεφάλαιο K δεν είναι μία σταθερή παράμετρος αλλά μία στρατηγική μεταβλητή που θα περιληφθεί στη διαδικασία μεγιστοποίησης.

Συγκεκριμένα :

Ο εισοδηματικός περιορισμός της οικονομίας μπορεί να βρεθεί κατά τα γνωστά από:

$$Y = C + I \rightarrow Y = C + \dot{K} \rightarrow \dot{K} = Y - C \text{ και εφόσον } k = \frac{K}{L} \text{ έχουμε: } \dot{k} = \frac{\dot{K}L - \dot{L}K}{L^2} \text{ και}$$

$$\text{δεδομένου ότι } \frac{\dot{L}}{L} = n = 0 \text{ ο περιορισμός γράφεται } \dot{k} = \frac{Y - C}{L} = y - c = k^b \kappa^\eta - c. \text{ Εδώ}$$

όμως προσοχή! Για τον κοινωνικό σχεδιαστή το κ δεν είναι παράμετρος αλλά το συνολικό κεφάλαιο που επηρεάζει την αποδοτικότητα της οικονομίας.
Αντικαθιστώντας λοιπόν $\kappa = L \cdot k$ ο εισοδηματικός περιορισμός γίνεται: $\dot{k} = k^{b+\eta} L^\eta - c$. Το πρόβλημα λοιπόν γράφεται:

$$\max \left\{ e^{-\rho t} u(c) \right\} \quad \text{s.t.} \quad \dot{k} = k^{b+\eta} L^\eta - c$$

$$\begin{aligned} H &= e^{-\rho t} u(c) + \mu [k^{b+\eta} L^\eta - c] \\ H_c &= 0 : e^{-\rho t} c^{-\theta} = \mu \rightarrow -\rho - \theta \frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{\mu}}{\mu} \\ H_k &= -\dot{\mu} \rightarrow (b + \eta) k^{b+\eta-1} L^\eta = -\frac{\dot{\mu}}{\mu} \end{aligned}$$

Συνεπώς συνδυάζοντας τις δύο συνθήκες προκύπτει ότι:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} [(b + \eta) k^{b+\eta-1} L^\eta - \rho]$$

Παρατηρούμε τα εξής : (1) ο ρυθμός ανάπτυξης της κατανάλωσης είναι μεγαλύτερος στην περίπτωση της λύσης του κοινωνικού σχεδιαστή (εφόσον $\eta > 0$) κάτι που καθιστά την ανταγωνιστική ισορροπία κατά Pareto αναποτελεσματική, (2) όσο μεγαλύτερο το η δηλαδή όσο περισσότερο το συνολικό κεφάλαιο επιδρά στην απόδοση κάθε μεμονωμένης επιχείρησης τόσο περισσότερο θα υπολείπεται η ανταγωνιστική λύση της λύσης του κοινωνικού σχεδιαστή, (3) αν το $\eta = 0$ δηλαδή το

συνολικό κεφάλαιο δεν επιδρά καθόλου επιστρέφουμε σε μία Ramsey τύπου οικονομία με τις δύο λύσεις να είναι ταυτόσημες.

Συμπερασματικά...

Το μοντέλο του Romer εισήγαγε δύο καινοτομικά στοιχεία στη μελέτη μας για τις πηγές της ενδογενούς ανάπτυξης :1. η ενδογενής ανάπτυξη μπορεί να προέρχεται από κάποια εξωτερικότητα, 2. η ανταγωνιστική ισορροπία καθίσταται αναποτελεσματική. Στα επόμενα δύο κεφάλαια θα ασχοληθούμε με τα μοντέλα των Barro και Lucas τα οποία διατηρούν τα δύο αυτά στοιχεία που αναφέραμε. Αυτό που αλλάζει σε κάθε μοντέλο είναι η πηγή της εξωτερικότητας. Στο μοντέλο του Barro είναι οι κυβερνητικές δαπάνες, στο δε μοντέλο του Lucas είναι η επένδυση σε ανθρώπινο κεφάλαιο.

4. Το Μοντέλο του Barro

Το μοντέλο του Barro επιχειρεί να συνδέσει την ενδογενής ανάπτυξη με τη δημοσιονομική πολιτική. Η κεντρική ιδέα περιστρέφεται γύρω από το γεγονός ότι οι κυβερνητικές δαπάνες δημιουργούν εξωτερικές οικονομίες οι οποίες επιτρέπουν στους ρυθμούς ανάπτυξης να διατηρηθούν σε υψηλά επίπεδα και μακροχρόνια. Κατά τη διάρκεια του κεφαλαίου : (1) θα εστιάσουμε στη συνάρτηση παραγωγής και θα εξηγήσουμε πώς δημιουργείται η εξωτερικότητα στην εν λόγω οικονομία, (2) θα λύσουμε αλγεβρικά για να βρούμε την ανταγωνιστική ισορροπία, (3) θα αναφερθούμε σε κάποια ιδιαίτερα θέματα όπως η σημασία της μορφής φορολόγησης και το επίπεδο του άριστου φόρου και (4) θα λύσουμε το πρόβλημα του κοινωνικού σχεδιαστή για να αποφανθούμε αν η οικονομία είναι κατά Pareto άριστη.

Η ανάλυσή μας ακολουθεί πάλι το : Sala-i-Martin, X. 1990. "Lecture Notes on Economic Growth: Five Prototype Models of Endogenous Growth".

Οι υποθέσεις μας...

Στο μοντέλο του Romer είδαμε ότι η εξωτερικότητα προερχόταν από το συνολικό κεφάλαιο της οικονομίας το οποίο βελτίωνε την παραγωγικότητα των επιμέρους επιχειρήσεων. Δηλαδή η επένδυση μιας μόνο επιχείρησης i ασκούσε μία «αόρατη» επίδραση στην παραγωγικότητα μιας άλλης επιχείρησης j , και λέμε αόρατη γιατί αυτή δε μπορούσε να γίνει αντιληπτή μέσα από το μηχανισμό των τιμών. Φανταζόμαστε λοιπόν πως και εδώ κάτι ανάλογο θα συμβαίνει. Πράγματι στο



μοντέλο του Barro το ρόλο του συνολικού κεφαλαίου παίζουν οι κυβερνητικές δαπάνες g οι οποίες επηρεάζουν το προϊόν μέσα από τη συνάρτηση παραγωγής :

$$y = Ak^{1-\alpha}g^\alpha$$

Θα πρέπει να απαντήσουμε λοιπόν σε δύο ερωτήματα: Πρώτον, ποια είναι η ακριβής πηγή της εξωτερικότητας και δεύτερον πώς οι κυβερνητικές δαπάνες συμβάλουν στην ενδογενή ανάπτυξη; Στο μοντέλο του Barro η κυβέρνηση διατηρεί ένα σταθερό λόγο δαπανών προς εισόδημα. Καθώς αυξάνεται το εισόδημα της οικονομίας η κυβέρνηση αυξάνει αναλογικά το εισόδημα ώστε ο παραπάνω λόγος να παραμείνει σταθερός. Εδώ όμως ακριβώς ανιχνεύεται η πηγή της εξωτερικότητας. Καθώς ένα μεμονωμένο άτομο αποφασίζει να αποταμιεύσει και συνεπώς να αυξήσει το εισόδημα της οικονομίας, ταυτόχρονα αυξάνει και τις κυβερνητικές δαπάνες οι οποίες αυξάνουν την παραγωγικότητα της οικονομίας. Και αυτό συμβαίνει απλούστατα γιατί οι κυβερνητικές δαπάνες αφορούν συνήθως αγαθά με θετικές επιπτώσεις στην οικονομική δραστηριότητα (δρόμους, λιμάνια, αεροδρόμια κλπ). Με αυτό τον τρόπο αποφεύγεται η φθίνουσα απόδοση του κεφαλαίου και η οικονομία διατηρεί ένα μονοπάτι θετικής μακροχρόνιας ανάπτυξης. Δηλαδή κατά αντιστοιχία η αποταμίευση του ατόμου i βελτιώνει την παραγωγικότητα του ατόμου j .

Σε σχέση με τις υπόλοιπες υποθέσεις παρατηρούμε ότι : πρώτον, η συνάρτηση παραγωγής είναι σταθερών αποδόσεων κλίμακας και δεύτερον, ο συντελεστής εργασία έχει απλουστευτικά τεθεί ίσος με τη μονάδα οπότε οι μεταβλητές γράφονται εξαρχής με «μικρά» σύμβολα. Η συνάρτηση χρησιμότητας παραμένει η γνωστή $u(c_i) = \frac{c_i^{1-\theta} - 1}{1-\theta}$, ενώ όπως στο μοντέλο του Romer ο ρυθμός αύξησης του πληθυσμού και ο συντελεστής απόσβεσης τίθενται ίσοι με το μηδέν. Τέλος η κυβέρνηση όπως υπονοήθηκε και παραπάνω χρησιμοποιεί ένα φόρο εισοδήματος για να αποσπάσει εισόδημα από τις οικονομικές μονάδες και να το χρησιμοποιήσει για δαπάνες ,δηλ : $g = \tau y$. Παρακάτω θα δούμε πιο αναλυτικά γιατί αυτή η υπόθεση είναι κρίσιμη.

Νοικοκυριά, Επιχειρήσεις και Ανταγωνιστική λύση

Ας ξεκινήσουμε με το να βρούμε τη συνάρτηση Euler. Τα νοικοκυριά ξοδεύουν το εισόδημά τους αφενός σε καινούργια περιουσιακά στοιχεία αφετέρου σε κατανάλωση. Το εισόδημά τους όμως θα είναι μειωμένο επειδή ένα μέρος του θα εισπραχθεί από το κράτος. Συνεπώς ο εισοδηματικός περιορισμός των νοικοκυριών θα είναι : $\dot{a} + c = (1 - \tau)ra \rightarrow \dot{a} = (1 - \tau)ra - c$. Άρα το πρόβλημα μεγιστοποίησης ισοδυναμεί με :

$$\max \left\{ e^{-\rho t} u(c) \text{ s.t. } \dot{a} = (1 - \tau)ra - c \right\}$$

Το πρόβλημα θα λυθεί με τη βοήθεια της Χαμιλτονιανής συνάρτησης :

$$H = e^{-\rho t} u(c) + \mu[(1 - \tau)ra - c]$$

$$H_c = 0 : e^{-\rho t} c^{-\theta} = \mu \rightarrow -\rho - \theta \frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{\mu}}{\mu}$$

$$H_a = -\dot{\mu} : (1 - \tau)r = -\frac{\dot{\mu}}{\mu}$$

$$\text{Συνδυάζοντας τις δύο συνθήκες προκύπτει ότι : } \frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} [(1 - \tau)r - \rho].$$

Οι επιχειρήσεις από τις πλευρά τους θα δεχτούν να πληρώσουν το συντελεστή κεφάλαιο όσο αυτός συμβάλλει στο οριακό προϊόν δηλαδή : $r = A(1 - a)k^{-a}g^a$. Αντικαθιστώντας στη συνθήκη Euler και παίρνοντας ως δεδομένο ότι στην ανταγωνιστική ισορροπία τα περιουσιακά στοιχεία των νοικοκυριών θα ισούνται με το κεφάλαιο της οικονομίας δηλαδή $a = k$ έχουμε προκύπτει η εξίσωση Euler στο μοντέλο του Barro:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} [(1-\tau)(1-a)A(\frac{g}{k})^a - \rho]$$

Από πού λοιπόν προκύπτει ο αρχικός ισχυρισμός μας ότι έχουμε να κάνουμε με ένα υπόδειγμα ενδογενούς ανάπτυξης; Με πρώτη ματιά η συνθήκη Euler εξαρτάται από το κεφάλαιο το οποίο είναι υψωμένο σε αρνητική δύναμη. Δηλαδή καθώς το κεφάλαιο αυξάνεται ο λόγος $\frac{g}{k}$ πέφτει παρασύροντας το ρυθμό κατανάλωσης σε μηδενικό επίπεδο. Ωστόσο κάτι τέτοιο δε συμβαίνει. Εφόσον η αύξηση του κεφαλαίου αυξάνει το εισόδημα που με τη σειρά του αυξάνει τις κυβερνητικές δαπάνες ο λόγος $\frac{g}{k}$ είναι στην πραγματικότητα σταθερός.

Αλγεβρικά αυτό αποδεικνύεται ως εξής:

$$g = \tau y \rightarrow g = \tau A k^{1-a} g^a \rightarrow g^{1-a} = \tau A k^{1-a} \rightarrow (\frac{g}{k})^{1-a} = \tau A \rightarrow \frac{g}{k} = (\tau A)^{\frac{1}{1-a}} \quad \text{που είναι}$$

σταθερά (αναφέραμε στις υποθέσεις πως ο λόγος δαπανών προς εισόδημα δηλαδή το τ παραμένει σταθερό). Συνεπώς η εξίσωση Euler γράφεται:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} [(1-\tau)\tau^{\frac{a}{1-a}}(1-a)A^{\frac{1}{1-a}} - \rho]$$

Ο ρυθμός κατανάλωσης θα διαμορφωθεί σε ένα επίπεδο το οποίο υπαγορεύουν οι παράμετροι και θα παραμείνει μακροχρόνια σε αυτό. Σε σχέση τώρα με τις υπόλοιπες μεταβλητές της οικονομίας k, y έχουμε:

$$\dot{k} = (1-\tau)A k^{1-a} g^a - c \rightarrow g_k = (1-\tau)A(\frac{g}{k})^a - \frac{c}{k} \rightarrow g_k = (1-\tau)A(\tau A)^{\frac{a}{1-a}} - \frac{c}{k}$$

και υποθέτοντας πως βρισκόμαστε στο σταθερό σημείο της οικονομίας όπου εξ' ορισμού οι μεταβλητές μεγεθύνονται με σταθερό ρυθμό, παίρνοντας λογαρίθμους

$$\text{προκύπτει ότι : } \ln[g_k - (1-\tau)A(\tau A)^{\frac{a}{1-a}}] = -\ln c + \ln k \xrightarrow{\frac{d(\cdot)}{dt}} 0 = -g_c + g_k \rightarrow g_k = g_c.$$

Επίσης από την $y = Ak^{1-a}g^a \rightarrow \frac{y}{k} = A(\frac{g}{k})^a \rightarrow \ln y - \ln k = \ln[A(\tau A)^{\frac{a}{1-a}}]$, και

υποθέτοντας πάλι ότι είμαστε στο σταθερό σημείο : $\frac{d(\cdot)}{dt} : g_y - g_k = 0 \rightarrow g_y = g_k$.

Άρα ισχύει ότι : $g_y = g_k = g_c = \frac{1}{\theta}[(1-\tau)\tau^{\frac{a}{1-a}}(1-a)A^{\frac{1}{1-a}} - \rho]$, δηλαδή στο σταθερό σημείο προϊόν, κεφάλαιο και κατανάλωση όλα μεγεθύνονται με τον ίδιο σταθερό ρυθμό.

Μορφή φορολόγησης και άριστος φορολογικός συντελεστής

Είδαμε πως το υπόδειγμα του Barro υποθέτει ότι τα συνολικά εισοδήματα της κυβέρνησης ανέρχονται σε ένα συγκεκριμένο ποσοστό του Α.Ε.Π., με βάση τον τύπο: $g = \tau y$. Η παραπάνω μορφή φορολόγησης ονομάζεται φορολογία εισοδήματος εφόσον το επίπεδο των φόρων είναι άμεση απόρροια του επιπέδου εισοδήματος. Αξίζει τώρα να διερωτηθούμε αν θα αλλάξει κάτι στο μοντέλο μας αν αντί της φορολογίας εισοδήματος η κυβέρνηση αποφασίσει να επιβάλλει έναν εφάπαξ φόρο που θα βρίσκεται σε ένα σταθερό επίπεδο ανεξάρτητα από τις αυξομειώσεις του εισοδήματος. Ας επιχειρήσουμε πρώτα να προσεγγίσουμε αλγεβρικά το πρόβλημα και μετά να αναλύσουμε ποιοτικά τα αποτελέσματά μας.

Ο εισοδηματικός περιορισμός της κυβέρνησης γράφεται : $g = T$ ενώ τον νοικοκυριών είναι : $\dot{a} + c + T = ra \rightarrow \dot{a} = ra - c - T$. Το πρόβλημα του νοικοκυριού γράφεται ως : $\max \{e^{-\rho t} u(c) \text{ s.t. } \dot{a} = ra - c - T\}$ και οι συνθήκες πρώτης τάξης δίνουν τη συνθήκη Euler : $\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta}[r - \rho]$ οπότε δεδομένου ότι $r = f' = ak^{-a}g^a$ προκύπτει ότι :

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} [a(\frac{g}{k})^a - \rho] \xrightarrow{g=T} g_c \cdot \theta + \rho = a(\frac{T}{k})^a \rightarrow \ln(g_c \cdot \theta + \rho) = \ln a + a \ln T - a \ln k$$

και θεωρώντας ότι είμαστε στο σταθερό σημείο παραγωγίζουμε για να βρούμε :

$0 = -ag_k$ και επειδή $a \neq 0$ προκύπτει ότι $g_k = 0$.

Από την Euler προκύπτει ότι $\frac{g_c \cdot \theta + \rho}{a} = (\frac{g}{k})^a$ οπότε αντικαθιστώντας στον

$$\text{περιορισμό : } \dot{k} = Aak^{1-a}g^a - c - T \rightarrow g_k = Aa[\frac{g_c \cdot \theta + \rho}{a}]^a - \frac{c}{k} - [\frac{g_c \cdot \theta + \rho}{a}] .$$

Ακολουθώντας τη γνωστή μεθοδολογία λογαριθμίζουμε και παραγωγίζουμε στο σταθερό σημείο για να βρούμε : $g_c = g_k = 0$. Τέλος από τη συνάρτηση παραγωγής

$$y = Ak^{1-a}g^a \xrightarrow{g=T} \ln y = \ln A + (1-a)\ln k + a \ln T \xrightarrow{\frac{d(\cdot)}{dt}} g_y = g_k = 0.$$

Παρατηρούμε λοιπόν οι ρυθμοί μεγέθυνσης στη συγκεκριμένη οικονομία με εφάπαξ φορολογία είναι μηδενικοί. Γιατί συμβαίνει αυτό; Απλούστατα γιατί η απουσία φορολογίας εισοδήματος συνεπάγεται απουσία εξωτερικότητας. Και απουσία εξωτερικότητας συνεπάγεται απουσία ενδογενούς ανάπτυξης. Ας επαναλάβουμε μία ακόμα φορά πώς λειτουργεί η εξωτερικότητα στο μοντέλο με φορολογία εισοδήματος. Η αποταμίευση εκ μέρους ενός ατόμου αυξάνει το εισόδημα της οικονομίας που με τη σειρά του αυξάνει τις δημόσιες δαπάνες οι οποίες επιδρούν ευεργετικά στην παραγωγικότητα των οικονομικών μονάδων. Με εφάπαξ φορολόγηση όμως ο μηχανισμός αυτός χάνει την ισχύ του. Οι δημόσιες δαπάνες βρίσκονται σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο και μένουν ανεπηρέαστες από την ατομική αποταμίευση. Συνεπώς η υπόθεση ότι $g = \tau y$ είναι εγγενής στο μοντέλο ενδογενούς ανάπτυξης του Barro. Το μοντέλο στην περίπτωση εφάπαξ φορολόγησης δεν είναι παρά ειδική περίπτωση του νεοκλασικού μοντέλου όπου περιλαμβάνει δημόσιες δαπάνες σταθερές σε ένα επίπεδο.

Αν λοιπόν η ενδογενής ανάπτυξη στα πλαίσια του υποδείγματος του Barro είναι εφικτή μόνο με φορολογία εισοδήματος, ποιο φορολογικό συντελεστή πρέπει να επιβάλλει η κυβέρνηση; Για να το βρούμε μεγιστοποιούμε τη συνθήκη Euler:

$$\max_{\tau} \left\{ \frac{1}{\theta} [(1-a)A^{1-a}(1-\tau)\tau^{\frac{a}{1-a}} - \rho] \right\} \rightarrow \max_{\tau} \left\{ \frac{1}{\theta} [(1-a)A^{1-a}\tau^{\frac{a}{1-a}} - (1-a)A^{1-a}\tau^{\frac{1}{1-a}} - \rho] \right\}$$

που δίνει FOC: $(1-a)A^{\frac{1}{1-a}}(\frac{a}{1-a}) \cdot \tau^{\frac{2a-1}{1-a}} = (1-a)A^{\frac{1}{1-a}}(\frac{1}{1-a})\tau^{\frac{a}{a-1}} \rightarrow a\tau^{\frac{2a-1}{1-a}} = \tau^{\frac{a}{a-1}}$,

που με τη σειρά της δίνει το άριστο επίπεδο φορολογικού συντελεστή : $\tau^* = a$. Δηλαδή η κυβέρνηση αυξάνει τη φορολογία όσο μεγαλύτερη είναι η επίδραση των δημοσίων δαπανών στο εισόδημα κάτι που είναι λογικό. Στο κεφάλαιο 10 θα επανεξετάσουμε το θέμα του άριστου φορολογικού συντελεστή και τη λογική που αυτός κρύβει αλλά μέσα σε ένα ετερογενές οικονομικό πλαίσιο.

Η λύση του κοινωνικού σχεδιαστή

Ας δούμε τώρα τι συμβαίνει στο ρυθμό ανάπτυξης αν η διαδικασία μεγιστοποίησης πραγματοποιείται στα πλαίσια του κοινωνικού σχεδιαστή. Αυτό που χαρακτηρίζει την περίπτωση αυτή είναι όπως είδαμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο ότι ο κοινωνικός σχεδιαστής βλέπει την οικονομία συνολικά και λαμβάνει ως ενδογενείς μεταβλητές τις οποίες τα νοικοκυριά ή οι επιχειρήσεις αδυνατούν δε μπορούν. Στο Romer το συνολικό κεφάλαιο δεν θεωρείτο απλή παράμετρος αλλά περιλαμβανόταν κανονικά στη διαδικασία μεγιστοποίησης με αποτέλεσμα υψηλότερους ρυθμούς μεγέθυνσης. Στο Barro η λογική είναι σχεδόν πανομοιότυπη. Η μεταβλητή που χάνει το χαρακτήρα τις παραμέτρου και αποκτά ενδογενή διάσταση δεν είναι άλλη από τις κυβερνητικές δαπάνες g . Εφόσον ο κοινωνικός σχεδιαστής αντιλαμβάνεται την επίδραση των δαπανών στην παραγωγικότητα και κατά επέκταση στο εισόδημα αντικαθιστά τον εισοδηματικό περιορισμό της κυβέρνησης $g = \tau y$ στη συνάρτηση παραγωγής $y = Ak^{1-a}(\tau y)^a$ της οικονομίας για να προκύψει :

$$y = Ak^{1-a}(\tau y)^a \rightarrow y^{1-a} = Ak^{1-a}\tau^a \rightarrow y = kA^{\frac{1}{1-a}}\tau^{\frac{a}{1-a}} \text{ και } \text{θέτοντας τους σταθερούς όρους } A^{\frac{1}{1-a}}\tau^{\frac{a}{1-a}} = \varepsilon \text{ έχουμε μία οικονομία τύπου Rebelo με } y = \varepsilon k.$$

Το πρόβλημα μεγιστοποίησης είναι : $\max e^{-\rho t} u(c_t)$ s.t. $\dot{k} = (1-\tau)\varepsilon k - c$ και η

Χαμιλτονιανή γράφεται : $H = e^{-\rho t} u(c_t) + \mu[(1-\tau)\varepsilon k - c]$

$$H_c = 0 : e^{-\rho t} c^{-\theta} = \mu \rightarrow -\rho - \theta \frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{\mu}}{\mu}$$

$$H_k = -\dot{\mu} \rightarrow \mu[(1-\tau)\varepsilon] = -\dot{\mu}$$

και αντικαθιστώντας προκύπτει η εξίσωση Euler:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} [(1-\tau)\tau^{\frac{a}{1-a}} A^{\frac{1}{1-a}} - \rho]$$

Συγκρίνοντας το συγκεκριμένο ρυθμό ανάπτυξης με το ρυθμό υπό συνθήκες ανταγωνιστικής ισορροπίας δηλαδή $\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} [(1-\tau)\tau^{\frac{a}{1-a}} (1-a) A^{\frac{1}{1-a}} - \rho]$ παρατηρούμε (δεδομένου ότι $a < 1$) ότι η οικονομία δεν αναπτύσσεται στην ανταγωνιστική ισορροπία όσο μπορεί και συνεπώς έχουμε κατά Pareto αναποτελεσματικότητα.

Συμπερασματικά...

Κατά τη διάρκεια της ανάλυσης μας αφενός εξετάσαμε το ρόλο των δημοσίων δαπανών ως κινητήρια δύναμη της ανάπτυξης αφετέρου επαναλάβαμε τα βασικά στοιχεία που προκύπτουν στα ενδογενή μοντέλα με παρουσία εξωτερικών οικονομιών δηλαδή : (1) η οικονομία αναπτύσσεται και μακροχρόνια με θετικό ρυθμό, (2) η οικονομία αναπτύσσεται ταχύτερα στην περίπτωση της σχεδιασμένης οικονομίας παρά στην αποκεντρωμένη.

5. Το Μοντέλο του Lucas

Το επόμενο υπόδειγμα που θα εξετάσουμε στα πλαίσια των ενδογενών μοντέλων ανάπτυξης είναι το μοντέλο του Lucas. Όπως στο υπόδειγμα του Romer και στο υπόδειγμα του Barro οι βασικές μεταβλητές προς εξέταση ήταν το συνολικό κεφάλαιο της οικονομίας και οι δημόσιες δαπάνες αντίστοιχα- γιατί απλούστατα αυτές οι μεταβλητές επιτρέπουν την μακροχρόνια ανάπτυξη- έτσι και στο μοντέλο του Lucas η κρίσιμη μεταβλητή που αποτελεί την ατμομηχανή της οικονομίας, είναι το ανθρώπινο κεφάλαιο. Πάμε λοιπόν να δούμε αναλυτικά πως διατηρείται η ανάπτυξη μακροχρόνια με την εισαγωγή του ανθρώπινου κεφαλαίου στο υπόδειγμά μας.

Η ανάλυσή μας ακολουθεί για μια ακόμη φορά το : Sala-i-Martin, X. 1990. "Lecture Notes on Economic Growth: Five Prototype Models of Endogenous Growth".

Οι υποθέσεις μας...

Είναι κοινή υπόθεση στους χώρους της οικονομικής επιστήμης πως το ανθρώπινο κεφάλαιο είναι ένας από τους σημαντικότερους συντελεστές της οικονομικής προόδου. Ειδικότερα ανθρώπινο κεφάλαιο ονομάζουμε τις δεξιότητες και τις γνώσεις που είναι ενσωματωμένες στο μυαλό και τα χέρια του πληθυσμού. Το κεφάλαιο αυτό αυξάνεται μέσα από την εκπαίδευση δηλαδή μέσα από την επένδυση του χρόνου των ατόμων σε σπουδές. Ορίζουμε τη μεταβολή του ανθρώπινου κεφαλαίου ως

$$\dot{h} = dh(1-u)$$

- Το ανθρώπινο κεφάλαιο συμβολίζεται με h . Παρατηρούμε πως η μεταβολή του εξαρτάται γραμμικά από το ήδη υφιστάμενο απόθεμα ανθρωπίνου κεφαλαίου γεγονός που συνεπάγεται σταθερό ρυθμό αύξησης του h ίσο με $d(1-u)$.



- Θεωρούμε πως κάθε άτομο εργάζεται u με $0 < u < 1$ και σπουδάζει $1-u$. Συνεπώς το $1-u$ είναι το ποσοστό του χρόνου που τα άτομα αφιερώνουν για σπουδές και αποτελεί μία μεταβλητή απόφασης των νοικοκυριών. Λογικό είναι ο όσο αυξάνεται αυτό το ποσοστό να αυξάνεται και ο ρυθμός αύξησης του ανθρώπινου κεφαλαίου.

- Δεδομένου ότι $\frac{d(\frac{\dot{h}}{h})}{d(1-u)} = d$, ονομάζουμε το d ως συντελεστή μέτρησης της

παραγωγικότητας των σπουδών. Όσο μεγαλύτερη η παραγωγικότητα (το d) τόσο μεγαλύτερη η αύξηση του ρυθμού μεγέθυνσης του ανθρώπινου κεφαλαίου για δεδομένη αύξηση του ποσοστού του χρόνου σπουδών.

Ας στραφούμε τώρα στη συνάρτηση παραγωγής. Αναμένουμε πως εκτός του φυσικού κεφαλαίου η συνάρτηση θα επηρεάζεται και από το συνολικό ανθρώπινο κεφάλαιο της οικονομίας. Πράγματι θεωρούμε την :

$$Y = AK^b(uhL)^a \bar{h}^\psi, \text{ με } a+b=1$$

- Ο όρος uhL αποτελεί το συνολική ειδικευμένη εργασία. Για απλούστευση θα θεωρήσουμε τον πληθυσμό ίσο με τη μονάδα οπότε ο ειδικευμένη εργασία του ενός ατόμου εξαρτάται από το ανθρώπινο κεφάλαιο και το ποσοστό χρόνου που αφιερώνει στην εργασία.
- Ο επιπλέον όρος \bar{h}^ψ , με $\psi < 1$, συμβολίζει την εξωτερικότητα στο μοντέλο του Lucas και αντιστοιχεί στον όρο κ^n του υποδείγματος του Romer. Ο όρος συμπεριλαμβάνεται στην συνάρτηση παραγωγής βάση της υπόθεσης ότι πιο ειδικευμένοι εργαζόμενοι δημιουργούν προϋποθέσεις παραγωγικότερης εργασίας και για τους υπολοίπους. Για παράδειγμα, μέσα σε μια ομάδα εργασίας, ένα μέλος με μεγαλύτερες νοητικές και τεχνικές ικανότητες θα δημιουργήσει προϋποθέσεις πιο παραγωγικής δουλειάς και για τα υπόλοιπα μέλη την οποία ίσως δεν κατάφερναν από μόνα τους. Δηλαδή η συναναστροφή και η συνεργασία με «έξυπνους» ανθρώπους αυξάνει την ατομική παραγωγικότητα.
- Όπως έχουμε εξηγήσει κατά τη διάρκεια της ανάλυσης μας, η τεχνική συνθήκη για την επίτευξη ενδογενούς ανάπτυξης είναι η ανά εργαζόμενο συνάρτηση

παραγωγής να παρουσιάζει σταθερές αποδόσεις κλίμακας. Εδώ η συνάρτηση παραγωγής $y = Ak^b(uh)^a \bar{h}^\psi$ ικανοποιεί αυτή τη συνθήκη και χωρίς την υπόθεση περί εξωτερικών οικονομιών δηλαδή η οικονομία μπορεί να πετύχει διατηρήσιμη ανάπτυξη και χωρίς τη προσθήκη του όρου \bar{h}^ψ . Απλά με αυτόν τον όρο αυτό πραγματοποιείται η διάκριση μεταξύ της λύσης της αποκεντρωμένης ισορροπίας και αυτής του κοινωνικού σχεδιαστή.

Αποκεντρωμένη οικονομία...

Τα νοικοκυριά έχουν να κάνουν τις εξής δύο αποφάσεις: Πόσο θα καταναλώσουν (επιλογή του c) και πόσο θα δουλέψουν- ή αντίστοιχα πόσο θα σπουδάσουν (επιλογή του u). Στην επιλογή του επιπέδου κατανάλωσης δεσμεύονται από τον εισοδηματικό περιορισμό : $\dot{k} + c = \omega + rk$ που εφόσον $\omega + rk = y$ γράφεται $\dot{k} = y - c$, ενώ στην επιλογή του επιπέδου σπουδών δεσμεύονται από τον περιορισμό του ανθρωπίνου κεφαλαίου : $\dot{h} = dh(1 - u)$. Συνεπώς σε αλγεβρική μορφή το πρόβλημα γράφεται ως εξής :

$$\max_{c,u} \left\{ e^{-\rho t} u(c) \right\} \text{ s.t. } \dot{k} = y - c, \dot{h} = dh(1 - u)$$

Για την επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιούμε τη Χαμιλτονιανή συνάρτηση:

$H = e^{-\rho t} u(c) + v[Ak^b(uh)^a \bar{h}^\psi - c] + \lambda[dh(1 - u)]$, με συνθήκες πρώτης τάξης τις εξής:

$$H_c = 0 : e^{-\rho t} c^{-\theta} = v \quad (1)$$

$$H_u = 0 : v[Ak^b h^a au^{a-1} \bar{h}^\psi] - \lambda hd = 0 \quad (2)$$

$$H_k = -\dot{v} : \dot{v} = -v[Abk^{b-1}(uh)^a \bar{h}^\psi] \quad (3)$$

$$H_h = -\dot{\lambda} : \dot{\lambda} = -v[aAk^b h^{a-1} u^a \bar{h}^\psi] - \lambda[d(1 - u)] \quad (4)$$

Ας ξεκινήσουμε από την εξίσωση (1) : $e^{-\rho t} c^{-\theta} = v \rightarrow -\rho t - \theta \ln c = \ln v \rightarrow -\rho - \theta \frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{v}}{v}$

και αντικαθιστώντας το $\frac{\dot{v}}{v}$ από την εξίσωση (3) προκύπτει ότι ο ρυθμός αύξησης

της κατανάλωσης ισούται με : $\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} [Abk^{b-1}(uh)^a \bar{h}^\psi - \rho]$.

Ας βρούμε τώρα το ρυθμό αύξησης του κεφαλαίου : Από τον εισοδηματικό

περιορισμό $\dot{k} = Ak^b(uh)^a \bar{h}^\psi - c \rightarrow \frac{\dot{k}}{k} = Ak^{b-1}(uh)^a \bar{h}^\psi - \frac{c}{k}$. Ωστόσο από την εξίσωση

Euler ο φαίνεται ότι ο όρος $Ak^{b-1}(uh)^a \bar{h}^\psi$ ισούται με $\frac{g_c \cdot \theta + \rho}{b}$. Συνεπώς

αντικαθιστώντας στον εισοδηματικό περιορισμό προκύπτει: $g_k = \frac{g_c \cdot \theta + \rho}{b} - \frac{c}{k}$.

Υποθέτοντας ότι βρισκόμαστε στο σταθερό σημείο (και συνεπώς g_k, g_c σταθερά)

λογαριθμίζουμε τον περιορισμό : $\ln[g_k - \frac{g_c \cdot \theta + \rho}{b}] = -\ln c + \ln k \rightarrow g_k = g_c$.

Στη συνάρτηση Euler τώρα υποθέτοντας ότι $\bar{h} = h$ η εξίσωση γράφεται

$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} [Abk^{b-1}(u)^a h^{a+\psi} - \rho]$ και μετατοπίζοντας όρους προκύπτει:

$\frac{g_c \cdot \theta + \rho}{Ab} = k^{b-1} u^a h^{a+\psi} \xrightarrow{\ln(\cdot)} \ln[\frac{g_c \cdot \theta + \rho}{Ab}] = (b-1) \ln k + a \ln u + (a+\psi) \ln h$ οπότε στο

σταθερό σημείο : $\frac{d(\cdot)}{dt} : 0 = (b-1)g_k + ag_u + (a+\psi)g_h \xrightarrow{g_u=0} g_h = \frac{(1-b)g_k}{a+\psi}$.

Παρατηρούμε πως η απουσία εξωτερικότητας, δηλαδή εάν θέσουμε το $\psi = 0$, προκύπτει εξίσωση των ρυθμών ανάπτυξης φυσικού και ανθρωπίνου κεφαλαίου (δεδομένου ότι $a = 1 - b$). Στην περίπτωσή μας όμως η παρουσία της εξωτερικότητας εγγυάται ότι : $g_h < g_k$.

Από την εξίσωση (2) τώρα έχουμε :

$v[Ak^b h^a au^{a-1} \bar{h}^\psi] = \lambda hd \rightarrow \frac{v}{\lambda} = \frac{hd}{Ak^b h^{a+\psi} au^{a-1}} = \frac{d}{Ak^b h^{a+\psi-1} au^{a-1}}$ οπότε

λογαριθμίζοντας : $\ln v - \ln \lambda = \ln d - \ln A - b \ln k - (a+\psi-1)h - \ln a - (a-1) \ln u$.

Υποθέτοντας τώρα ότι είμαστε στο σταθερό σημείο παραγωγής με ως προς το χρόνο για να βρούμε :

$$\frac{\dot{v}}{v} - \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = -b \frac{\dot{k}}{k} - (a + \psi - 1) \frac{\dot{h}}{h} \quad (5)$$

Το $\frac{\dot{v}}{v}$, το έχουμε ήδη βγάλει από την εξίσωση (1) ίσο με $-\rho - \theta g_c$. Από την

άλλη το $\frac{\dot{\lambda}}{\lambda}$ θα προκύψει από την εξίσωση (4) ως εξής :

$\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = -\frac{v}{\lambda} [aAk^b h^{a+\psi-1} u^a] - [d(1-u)]$ και εκμεταλλευόμενοι το γεγονός ότι όπως

έχουμε δείξει παραπάνω : $\frac{v}{\lambda} = \frac{d}{Ak^b h^{a+\psi-1} au^{a-1}}$ προκύπτει ότι :

$$\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = -\left[\frac{d}{Ak^b h^{a+\psi-1} au^{a-1}}\right] \cdot [aAk^b h^{a+\psi-1} u^a] - [d(1-u)] = -du - d(1-u) \rightarrow \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = -d$$

Αντικαθιστώντας ότι βρήκαμε στην (5) κάνοντας παράλληλη χρήση του ότι $g_c = g_k$

προκύπτει ότι : $-\theta g_k - \rho + d = -bg_k - (a + \psi - 1) \left[\frac{(b-1)g_k}{a+\psi} \right]$, οπότε:

$$[-b - (a + \psi - 1) \left[\frac{(b-1)}{a+\psi} \right] + \theta]g_k = d - \rho \rightarrow \left[\frac{-b(1-b+\psi) - (b+\psi)(b-1)}{1-b+\psi} + \theta \right]g_k = d - \rho$$

$$\text{ή: } \left[\frac{-b + b^2 - b\psi - b^2 + b + \psi b - \psi + \theta(1-b+\psi)}{1-b+\psi} \right]g_k = d - \rho \rightarrow g_k = \frac{(d - \rho)(1-b+\psi)}{\theta(1-b+\psi) - \psi}$$

Η οικονομία μας λοιπόν μεγεθύνεται ενδογενώς με τους εξής ρυθμούς :

$$g_c = g_k = \frac{(d - \rho)(1-b+\psi)}{\theta(1-b+\psi) - \psi}$$

$$g_h = \frac{(1-b) \left[\frac{(d - \rho)(1-b+\psi)}{\theta(1-b+\psi) - \psi} \right]}{1+\psi-b}$$

Μια ενδιαφέρουσα παρατήρηση είναι η ακόλουθη : εάν θεωρήσουμε ότι δεν υφίσταται εξωτερικότητα ($\psi = 0$) τότε κατανάλωση και κεφάλαιο μεγεθύνονται με

ρυθμό $\frac{d-\rho}{\theta}$. Ο ρυθμός αυτός όμως θυμίζει το ρυθμό που είχε προκύψει στο κεφάλαιο 2 όταν εξετάζαμε το υπόδειγμα του Rebelo. Αυτό συμβαίνει γιατί εφόσον υποθέτουμε ότι δεν υπάρχει εξωτερικότητα μπορούμε να γράψουμε τη συνάρτηση παραγωγής ως: $Y = AK^b(uhL)^a \rightarrow Y = AK^b(uh)^a L^a$. Εδώ ακριβώς το μοντέλο του Rebelo θεωρεί το φυσικό και το ανθρώπινο κεφάλαιο ως ένα συντελεστή οπότε η συνάρτηση γίνεται : $Y = AK^{a+b}L^a \xrightarrow{a+b=1} Y = A \cdot K \cdot L^a$ δηλαδή πρόκειται περί του ίδιου ακριβώς μοντέλου.

Σχεδιασμένη Οικονομία...

Η ανάλυση της περίπτωσης του κοινωνικού σχεδιαστή δεν έχει να προσφέρει στην ανάλυση κάποιο συμπέρασμα που δεν έχει προκύψει στα προηγούμενα κεφάλαια γι' αυτό θα εξεταστεί συνοπτικά.

- Ο κοινωνικός σχεδιαστής αντιλαμβάνεται τη θετική εξωτερική επίδραση που έχει το ανθρώπινο κεφάλαιο και τη συμπεριλαμβάνει στη διαδικασία μεγιστοποίησης. Ειδικότερα η συνάρτηση παραγωγής είναι η : $y = Ak^b u^a h^{a+\psi}$
- Το πρόβλημα που αντιμετωπίζει ο κοινωνικός σχεδιαστής είναι να μεγιστοποιήσει την ευημερία που παρίσταται από τον όρο $e^{-\rho t}u(c)$ δεδομένων των περιορισμών : $\dot{k} = Ak^b u^a h^{a+\psi} - c$ και $\dot{h} = hd(1-u)$. Κάτω από αυτές τις συνθήκες ο ρυθμός αύξησης του κεφαλαίου και της κατανάλωσης είναι :
$$g = \frac{(1-b+\psi) \frac{1}{\theta} (d - \frac{\rho(1-b)}{1+\psi-b})}{1-b}.$$
- Όπως είναι αναμενόμενο ο ρυθμός μεγέθυνσης είναι μεγαλύτερος στην περίπτωση του κοινωνικού σχεδιαστή από ότι στην περίπτωση της ανταγωνιστικής λύσης ενώ θέτοντας το $\psi = 0$ οι δύο λύσεις ταυτίζονται.

Συμπερασματικά...

Στο κεφάλαιο αυτό ασχοληθήκαμε με το μοντέλο του Lucas που θεωρεί το ανθρώπινο κεφάλαιο ως την ατμομηχανή της ενδογενούς ανάπτυξης. Πέρα από αυτό τα συμπεράσματά μας περί διατηρήσιμης μακροχρόνιας ανάπτυξης και υπεροχής της λύσης του κοινωνικού σχεδιαστή δεδομένης της παρουσίας εξωτερικότητας, παρέμειναν αναλλοίωτα. Στο επόμενο κεφάλαιο θα περάσουμε στο δεύτερο υπόδειγμα του Romer ο οποίος χρησιμοποιεί την έννοια της ενδογενούς τεχνολογικής εξέλιξης για να εξηγήσει την ενδογενή ανάπτυξη.

6. Το μοντέλο ενδογενούς τεχνολογικής εξέλιξης του Romer ('90)

Το μοντέλο του Romer (1990. "Endogenous Technological Change". *The Journal of Political Economy.*) εστιάζεται στην τεχνολογική εξέλιξη και στον τρόπο με τον οποίο αυτή οδηγεί την οικονομική ανάπτυξη. Η καινοτομία του υποδείγματος δεν βρίσκεται στην εισαγωγή της μεταβλητής της τεχνολογικής προόδου -στην οποία γίνεται αναφορά ήδη από το μοντέλο του Solow- αλλά (1) στην μεταχείρισή της ως μιας μεταβλητής που προσδιορίζεται ενδογενώς μέσα από τις ιδιαίτερες συνθήκες της οικονομίας (2) στην ικανότητα της τεχνολογίας- γνώσης να δημιουργεί εξωτερικές οικονομίες κάνοντας την ενδογενή ανάπτυξη εφικτή. Το βασικό συμπέρασμα του υποδείγματος είναι ότι ο ρυθμός ανάπτυξης εξαρτάται από το ανθρώπινο κεφαλαίο που αφιερώνεται στην παραγωγή γνώσης. Επίσης, ως αποτέλεσμα της εξωτερικότητας που παρουσιάζει η γνώση, το επίπεδο αυτό θα είναι αναποτελεσματικά χαμηλό.

Οι υποθέσεις μας...

Σε πρώτο επίπεδο ο Romer κάνει τρεις συγκεκριμένες υποθέσεις αναφορικά με το αγαθό της τεχνολογίας. Ειδικότερα υποθέτει : (α) Η τεχνολογική αλλαγή αποτελεί το βασικό κίνητρο της διαρκώς αυξανόμενης συσσώρευσης κεφαλαίου και συνεπώς της διαρκούς αύξησης του κατά κεφαλήν εισοδήματος (β) Όπως είπαμε και παραπάνω η παραγωγή τεχνολογίας είναι αποτέλεσμα της αντίδρασης των οικονομούντων ατόμων στα κίνητρα που τους δίνει η οικονομία- προσδιορίζεται δηλαδή ενδογενώς και όχι εξωγενώς σε ένα αυθαίρετο επίπεδο, όπως για παράδειγμα στο νεοκλασικό μοντέλο. (γ) Η τεχνολογία είναι ένα μη-ανταγωνιστικό , μερικώς αποκλειόμενο αγαθό. Το πρώτο μέρος του ορισμού δηλαδή το εάν ένα

αγαθό είναι ανταγωνιστικό ή όχι έχει να κάνει με το εάν η χρήση του από ένα άτομο κάνει τη χρήση του από ένα άλλο άτομο αδύνατη ή όχι. Για παράδειγμα ένα κλασικό παράδειγμα μη- ανταγωνιστικού αγαθού είναι η εθνική όμινα. Η χρήση της από ένα άτομο δεν περιορίζει την ποσότητα που μπορεί να καταναλώσει κάποιο άλλο. Αντίθετα, ένα οποιοδήποτε καταναλωτικό αγαθό (καταναλωτικό με την έννοια ότι παύει να υπάρχει αφού καταναλωθεί) είναι ανταγωνιστικό. Συνεπώς ο Romer υποθέτει ότι η τεχνολογική γνώση διατηρείται κατά το πέρασμα του χρόνου. Η χρήση μιας συγκεκριμένης τεχνολογίας από μία εταιρεία δεν εμποδίζει κάποια άλλη να κάνει χρήση της ίδιας ακριβώς τεχνολογικής ανακάλυψης. Το δεύτερο μέρος του ορισμού δεν έχει να κάνει τόσο με τη φύση του αγαθού όσο με το εάν ο ιδιοκτήτης του είναι σε θέση να αποτρέψει τα άλλα άτομα από το να το χρησιμοποιήσουν δηλαδή έχει περισσότερο θεσμική διάσταση. Ένα μη- αποκλειόμενο αγαθό είναι ένα αγαθό του οποίου η χρήση δεν γίνεται να περιοριστεί μόνο στον ιδιοκτήτη. Ο Romer δημιουργεί την τεχνολογία μερικώς αποκλειόμενη. Δηλαδή η χρήση της μπορεί να αποκλειστεί μόνο σε κάποιο επίπεδο. Ο παραπάνω ορισμός θα κατανοηθεί λίγο αργότερα.

Το μοντέλο του Romer βασίζεται μία σχετικά πολύπλοκη οικονομία τριών κλάδων που θα μπορούσαν να ειδωθούν εναλλακτικά ως τρία στάδια στην παραγωγή του τελικού προϊόντος. Όπως φαίνεται και στο σχεδιάγραμμα 6.1, στην αφετηρία της αλυσίδας παραγωγής βρίσκεται ο τεχνολογικός τομέας του οποίου η παραγωγή (ανακαλύψεις) αποτελούν τη βασική εισροή του ενδιάμεσου τομέα. Αντίστοιχα το προϊόν του δευτερογενή τομέα αποτελεί εισροή για τον τομέα παραγωγής του τελικού προϊόντος. Ας δούμε αναλυτικότερα τη λειτουργία καθενός από τους τομείς:

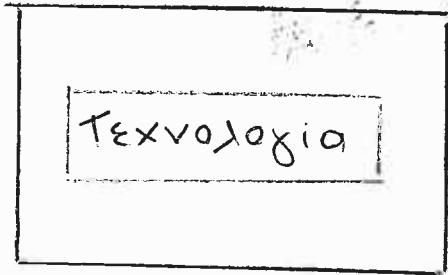
Τεχνολογικός τομέας : Οι δύο βασικές εισροές του τεχνολογικού τομέα είναι το ανθρώπινο κεφάλαιο και το απόθεμα της ήδη υπάρχουσας γνώσης. Παραπάνω είπαμε ότι η τεχνολογική γνώση είναι μερικώς αποκλειόμενη. Όσον αφορά τον τεχνολογικό τομέα ο Romer υποθέτει ότι οι ανακαλύψεις είναι πλήρως προσβάσιμες από τους υπόλοιπους ερευνητές. Δηλαδή εάν κάποιος ερευνητής πραγματοποιήσει μία ανακάλυψη γίνεται χρήση αυτής και από τους συναδέλφους του χωρίς κάποια χρηματική επιβάρυνση. Σύμφωνα με τα παραπάνω ένας τυχαίος ερευνητής *j* που

κατέχει ποσότητα ανθρωπίνου κεφαλαίου H_j και διαθέτει πρόσβαση σε απόθεμα τεχνολογίας ύψους A θα παράγει έρευνα με ρυθμό $\dot{A}_j = \delta H_j \cdot A$, όπου δ ένας συντελεστής παραγωγικότητας. Παρατηρούμε συνεπώς ότι μία ανακάλυψη από ένα άτομο ($\uparrow A$) αυξάνει την παραγωγή και των υπολοίπων ($\uparrow \dot{A}_j$) δηλαδή η παραγωγή τεχνολογίας δημιουργεί εξωτερικές οικονομίες εντός του κλάδου. Αθροίζοντας τώρα την παραγωγή όλων των ερευνητών καταλήγουμε ότι το συνολικό επίπεδο τεχνολογικής γνώσης μεγεθύνεται με ρυθμό : $\dot{A} = \delta H_A \cdot A$. Από το ρυθμό αυτό προκύπτει ότι : (α) Αύξηση του ανθρωπίνου κεφαλαίου που εργάζεται στο τεχνολογικό κλάδο H_A αυξάνει το ρυθμό συσσώρευσης γνώσης g_A . (β) Η μεταβολή επηρεάζεται από το A γραμμικά, υπόθεση κρίσιμη για την επίτευξη ενδογενούς προόδου. Για να το κατανοήσουμε αυτό αρκεί να δούμε πως η οριακή αποδοτικότητα του ανθρωπίνου κεφαλαίου -ο μισθός- ισούται με δA δηλαδή αυξάνεται αναλογικά με την αύξηση της γνώσης. Εάν η υπόθεση της γραμμικότητας δεν ίσχυε, η παραγωγή δηλαδή πραγματοποιούνταν σε ρυθμό $\dot{A} = \delta H_A \cdot A^\psi, \psi < 1$, η οριακή απόδοση του κεφαλαίου θα μειωνόταν καθώς το επίπεδο τεχνολογίας αυξανόταν με αποτέλεσμα το ανθρώπινο κεφάλαιο έπειτα από ένα σημείο να μην βρίσκει πια συμφέρουσα την απασχόλησή του στο συγκεκριμένο κλάδο. Τέλος για να κλείσουμε τις υποθέσεις που αφορούν τον τομέα παραγωγής τεχνολογίας αρκεί να πούμε πως ο κλάδος χαρακτηρίζεται από συνθήκες ανταγωνισμού μεταξύ των επιχειρήσεων.

Ενδιάμεσος τομέας :

Οι επιχειρήσεις του ενδιάμεσου τομέα αγοράζουν τις ανακαλύψεις του τεχνολογικού τομέα και μαζί με το κεφάλαιο που δημιουργείται από το υπόλειμμα του τελικού προϊόντος κατασκευάζουν κεφαλαιουχικό εξοπλισμό. Ωστόσο κάθε επιχείρηση που αγοράζει μία «πατέντα» διατηρεί δικαιώματα ιδιοκτησίας πάνω της γεγονός που αποκλείει τη χρήση της από τις υπόλοιπες εταιρείες του κλάδου. Γι' αυτό ακριβώς είπαμε ότι η τεχνολογία είναι μερικώς-αποκλειόμενο αγαθό. Γιατί ενώ στον ίδιο κλάδο της έρευνας η χρήση της ως εισροή είναι ανεμπόδιστη, στον ενδιάμεσο

Στάδιο 1^ο:
Τεχνολογικός
τομέας

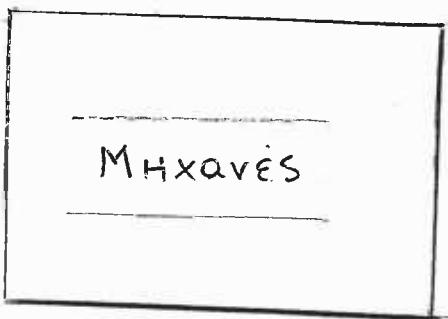


Χρησιμοποιεί:

- απόθερα χρώματα
- αναρώτηρα κεφάλαιο

Παράγει: Καινούργια
Τεχνολογία

Στάδιο 2^ο:
Ενδιαφέροσ
τομέας

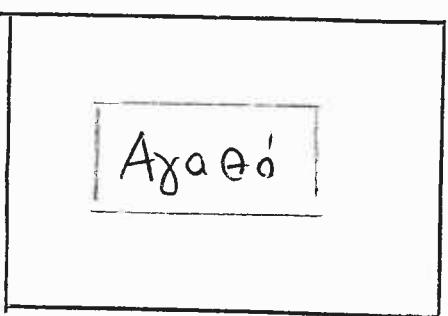


Χρησιμοποιεί:

- Τεχνολογία (πατέντες)
- Κεφάλαιο

Παράγει: Κεφαλαιούχικό
έργο πλήρωμα

Στάδιο 3^ο:
Τομέας παραγωγής
τελικού αγαθού



Χρησιμοποιεί:

- Κεφαλαιούχικό έργο πλήρωμα
- αναρώτηρα κεφάλαιο

Παράγει: τελικό πριν

κατανάλωση

χωρίζεται σε

κεφάλαιο

Σχεδιαγράφο 6.1

κλάδο κάθε τεχνολογική ανακάλυψη χρησιμοποιείται μόνο από την επιχείρηση που θα την αγοράσει. Αυτό είναι το πρώτο χαρακτηριστικό του κλάδου. Το δεύτερο είναι πως δεδομένης της διαφορετικής τεχνολογίας που διαθέτει κάθε επιχείρηση ο μηχανολογικός εξοπλισμός που θα προσφέρει θα είναι διαφορετικής μορφής. Δηλαδή υπάρχει μία μηχανή σε κάθε επιχείρηση αναλογεί και ένας διαφορετικός τύπος μηχανής. Το τρίτο και άμεσο επακόλουθο των παραπάνω είναι ότι η αγορά χαρακτηρίζεται ως μονοπωλιακός ανταγωνισμός και ως εκ τούτου κάθε επιχείρηση αντιμετωπίζει φθίνουσα συνάρτηση ζήτησης. Γενικά κάθε επιχείρηση i νοικιάζει $x(i)$ μονάδες από το αγαθό που παράγει με ενοίκιο $p(i)$. Το τέταρτο στοιχείο αφορά το δεύτερο συντελεστή που συμμετέχει στην παραγωγή του προϊόντος, το κεφάλαιο. Όπως φαίνεται και στο διάγραμμα 1 από το συνολικό προϊόν, το μέρος που δε θα καταναλωθεί θα διοχετευθεί με τη μορφή κεφαλαίου στο δευτερογενή τομέα. Υποθέτουμε ότι για μία μονάδα προϊόντος $x(i)$ απαιτούνται n μονάδες από το «υπολειμματικό κεφάλαιο». Συνεπώς το συνολικό κεφάλαιο K θα είναι ίσο με το σύνολο των προϊόντων που παράγει ο κλάδος επί n . Αλγεβρικά: $K = n \cdot \sum_1^{\infty} x(i)$.

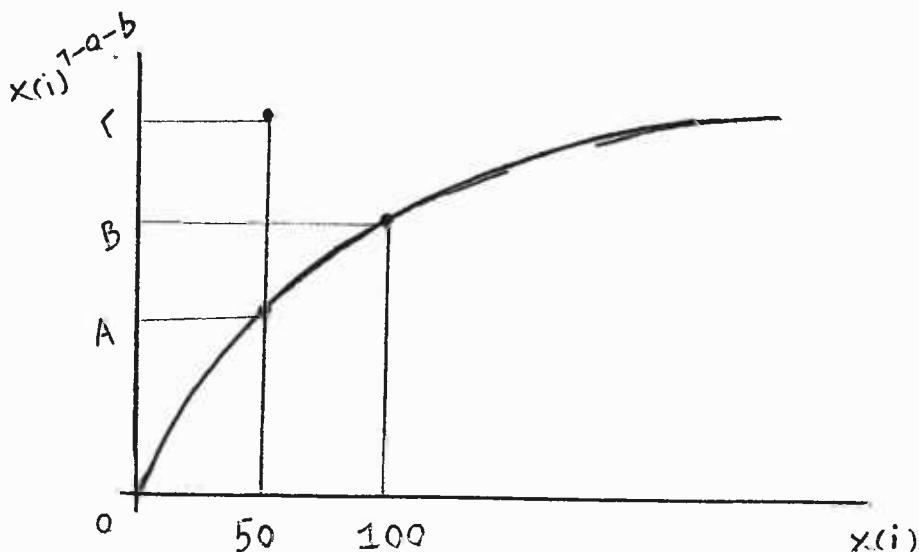
Ωστόσο εφόσον παραπάνω είπαμε ότι κάθε επιχείρηση έχει τη δική της και μόνο τεχνολογία, ο αριθμός των προϊόντων του κλάδου δεν μπορεί να υπερβαίνει τον αριθμό των τεχνολογικών ανακαλύψεων. Συνεπώς στην πραγματικότητα έχουμε

$$K = n \cdot \sum_1^A x(i).$$

Τομέας παραγωγής τελικού προϊόντος :

Ας στραφούμε και στον τομέα παραγωγής τελικού προϊόντος. Κάθε επιχείρηση συνδυάζει εργασία L , ανθρώπινο κεφάλαιο H_y και μηχανολογικό εξοπλισμό $x(i)$ από τον τομέα 2, με σκοπό την παραγωγή τελικού προϊόντος Y . Το ιδιαίτερο στοιχείο που χαρακτηρίζει τη συνάρτηση παραγωγής του υποδείγματος του Romer είναι ότι το κεφάλαιο δε θεωρείται ως μια ενιαία μεταβλητή (που υπονοεί ότι οι διαφορετικές μορφές κεφαλαίου είναι υποκατάστατα) αλλά διαχωρισμένο σε ένα αριθμό επιμέρους διαφορετικών «τύπων» κεφαλαίου. Συνεπώς, θεωρώντας το δείκτη i ως μια συνεχής μεταβλητή, το προϊόν θα εξαρτάται από έναν όρο της

μορφής $\int_0^{A(t)} x(i)^z di$, με $z < 1$. Δηλαδή είναι το άθροισμα όλων των «τύπων» κεφαλαιουχικού εξοπλισμού που είναι διαθέσιμοι σε κάθε χρονική περίοδο, που προσδιορίζει το επίπεδο του προϊόντος. Όμως η υπόθεση αυτή έχει μία σοβαρή συνέπεια για τη συνάρτηση παραγωγής $Y = H_Y^a L^b \int_0^{A(t)} x(i)^{1-a-b} di$. Εάν το ολοκλήρωμα απουσίαζε η συνάρτηση παραγωγής θα ήταν σταθερών αποδόσεων κλίμακας. Τώρα όμως καθώς το $A(t)$ (οι διαφορετικές τεχνολογίες-«τύποι») αυξάνεται η συνάρτηση καθίσταται αυξανόμενων αποδόσεων κλίμακας. Το σχεδιάγραμμα 6.2 μας βοηθά να αντιληφθούμε γιατί. Ο οριζόντιος άξονας του διαγράμματος μετρά την ποσότητα της εισροής του κεφαλαίου που αγοράζει ο τομέας τελικού προϊόντος ενώ ο κάθετος μετρά την ποσότητα του κεφαλαίου αυτού υψωμένου σε μία δύναμη μικτότερης της μονάδας. Εφόσον $1-a-b < 1$ η αύξηση της συμβολής είναι φθίνουσα. Έστω ότι ο δευτερογενής τομέας παράγει ένα μοναδικό «τύπο» ρομπότ και ο τομέας παραγωγή τελικού προϊόντος αγοράζει 100 μονάδες. Το συνολικό κεφάλαιο ισούται με $100^{1-a-b} = OB$. Έστω τώρα ο δευτερογενής τομέας παράγει δύο τύπους μηχανών και έστω επίσης ότι ο τομέας τελικού προϊόντος αγοράζει 50 από το κάθε τύπο. Τότε το συνολικό κεφάλαιο δε θα είναι $50^{1-a-b} = OA$ αλλά $50^{1-a-b} + 50^{1-a-b} = OA + AG > OB$. Συνεπώς καθώς η τεχνολογία προοδεύει ο τομέας τελικού προϊόντος είναι σε θέση να παράγει λίγο περισσότερο από όσο θα του επέτρεπε μία συνάρτηση παραγωγής σταθερών αποδόσεων κλίμακας, αντιμετωπίζει δηλαδή αύξουσες αποδόσεις κλίμακας.



Σχεδιαγράμμα 6.2

Ανταγωνιστική ισορροπία...

→ Σε συνθήκες ανταγωνιστικής ισορροπίας ο μισθός- το οριακό κόστος της εργασίας πρέπει να ισούται με το την τιμή του προϊόντος επί την οριακή συμβολή της εργασίας στο προϊόν αυτό -το οριακό έσοδο. Αν κάτι τέτοιο δε συμβαίνει τότε συγκεκριμένες δυνάμεις θα οδηγήσουν την οικονομία σε μια τέτοια κατάσταση. Συνεπώς στον τομέα παραγωγής τεχνολογίας πρέπει να ισχύει : $\omega_H = p_A \cdot \delta A$.

→ Το πρόβλημα που αντιμετωπίζουν οι επιχειρήσεις του σταδίου παραγωγής τελικού προϊόντος είναι να επιλέξουν την άριστη ποσότητα ανθρωπίνου κεφαλαίου και μηχανών ώστε να μεγιστοποιήσουν τα κέρδη τους. Σε σχέση με τη πρώτη εισροή το κριτήριο είναι όπως είπαμε και παραπάνω : $\omega_H = \frac{dY}{dH_Y}$ (θεωρούμε την τιμή του τελικού προϊόντος ίση με τη μονάδα). Από τη τελευταία συνθήκη προκύπτει η συνάρτηση ζήτησης του ανθρωπίνου κεφαλαίου : $H_Y^d = H_Y(\omega_H)$. Αναφορικά με τη ζήτηση μηχανών από τον ενδιάμεσο τομέα οι επιχειρήσεις λύνουν το γνωστό πρόβλημα: $\max_x \int_0^A [H_Y^a L^b x(i)^{1-a-b} - p(i)x(i)] di \rightarrow p(i) = (1-a-b)H_Y^a L^b x(i)^{-a-b}$.

Βρήκαμε δηλαδή και τη συνάρτηση ζήτησης για κεφαλαιουχικό εξοπλισμό την οποία ο ενδιάμεσος τομέας παίρνει ως δεδομένη κατά τη διαδικασία μεγιστοποίησης των κερδών του.

→ Ο ενδιάμεσος τομέας λοιπόν παίρνει ως δεδομένα το $p(i)$ και το επιτόκιο στο οποίο θα δανειστεί λεφτά προκειμένου να αγοράσει τις πατέντες από τον τεχνολογικό τομέα. Το πρόβλημά του λοιπόν μπορεί να παρασταθεί αλγεβρικά ως : $\max_x p(x)x - rnx$. Ο ενδιάμεσος τομέας όμως χαρακτηρίζεται από συνθήκες μονοπωλιακού ανταγωνισμού εφόσον κάθε επιχείρηση προσφέρει και ένα διαφορετικό «τύπο» μηχανής. Συνεπώς από τη θεωρία του μονοπωλίου ξέρουμε πως η τιμή που θα θέσει κάθε επιχείρηση βρίσκεται ως εξής :

$$\max_x p(x)x - rnx \rightarrow p'x + p - nr = 0 \rightarrow p - rn = -p'x \rightarrow \frac{p - rn}{p} = \varepsilon \quad , \quad \text{όπου } \varepsilon \text{ η}$$

$$\text{ελαστικότητα } \zeta \text{ ήτησης. Συνεπώς : } 1 - \frac{rn}{p} = \varepsilon \rightarrow p = \frac{rn}{1-\varepsilon} \rightarrow p = \frac{rn}{1-a-b}. \text{ Συνεπώς}$$

τα κέρδη θα ισούνται με :

$$\Pi = px - rnx = \frac{rn}{1-a-b} x - rnx = rnx \left(\frac{1-1+a+b}{1-a-b} \right) = \frac{rn}{1-a-b} x(a+b) \rightarrow \Pi = px(a+b) .$$

→ Το μόνο που μένει να προσδιορίσουμε είναι ποια τιμή θα θέσει ο ανταγωνιστικός τεχνολογικός κλάδος δηλαδή το p_A . Οι επιχειρήσεις του συγκεκριμένου κλάδου θα αυξήσουν την τιμή p_A μέχρι αυτή να εξισωθεί με την παρούσα αξία των καθαρών εσόδων του μονοπωλητή στον οποίο πουλά την πατέντα. Αλγεβρικά έχουμε :

$$p_A = \int_0^\infty e^{-\int r(s)ds} \Pi d\tau = \int_0^\infty e^{-r \int_0^\tau ds} \Pi d\tau = \int_0^\infty e^{-r(\tau-t)} \Pi d\tau = \Pi \left[\frac{e^{-r(\tau-t)}}{r} \right]_t^\infty = \frac{\Pi}{r} . \quad \text{Δηλαδή οι}$$

επιχειρήσεις του τεχνολογικού τομέα θα θέσουν την τιμή τους ίση με τα κέρδη του ενδιάμεσου δια το επιτόκιο.

Σταθερό Μονοπάτι Ανάπτυξης :

Θα ξεκινήσουμε την ανεύρεση του σταθερού ρυθμού ανάπτυξης της οικονομίας υποθέτοντας συμμετρική ισορροπία στον ενδιάμεσο κλάδο. Με άλλα λόγια κάθε επιχείρηση παράγει ίδιο επίπεδο προϊόντος. Αλγεβρικώς : $\sum_1^A x(i) = A\bar{x}$. Συνεπώς το συνολικό κεφάλαιο θα είναι : $K = nA\bar{x}$.

$$\text{Άρα : } Y = H_Y^a L^b \int_0^A x(i)^{1-a-b} di = H_Y^a L^b \int_0^A \bar{x}^{1-a-b} di = H_Y^a L^b \bar{x}^{1-a-b} \int_0^A 1 di \rightarrow Y = H_Y^a L^b \bar{x}^{1-a-b} A ,$$

$$\text{και εφόσον } \bar{x} = \frac{K}{nA} \text{ έχουμε : } Y = H_Y^a L^b \left(\frac{K}{nA} \right)^{1-a-b} A \rightarrow Y = H_Y^a L^b n^{a+b-1} A^{a+b} K^{1-a-b} (*)$$

Τώρα, δύο συμπεράσματα που προέκυψαν από την ανάλυση της ανταγωνιστικής ισορροπίας είναι: (1) $\Pi = (a+b)p\bar{x}$ και (2) $p_A = \frac{\Pi}{r}$. Συνδυάζοντας τις δύο εξισώσεις:

$$p_A = \frac{a+b}{r} p\bar{x} = \frac{a+b}{r} (1-a-b) H_Y^a L^b \bar{x}^{1-a-b} \quad \text{όπου αντικαταστήσαμε τη συνάρτηση} \\ \text{ζήτησης του κεφαλαιουχικού εξοπλισμού : } p(i) = (1-a-b) H_Y^a L^b x(i)^{-a-b}.$$

Οι δύο κλάδοι που απασχολούν ανθρώπινο κεφάλαιο είναι ο τεχνολογικός και ο κλάδος παραγωγής τελικού αγαθού. Μαζί τα δύο επίπεδα απασχόλησης ισούνται με το συνολικό απόθεμα ανθρωπίνου κεφαλαίου H . Σε συνθήκες ισορροπίας πρέπει να προσφέρεται ο ίδιος μισθός, δηλαδή: $\omega_{H_Y} = \omega_{H_A}$ ή αλλιώς:

$$\frac{dY}{dH_Y} = p_A \delta A \rightarrow a H_Y^{a-1} L^b \int \bar{x}^{1-a-b} = p_A \delta A \rightarrow a H_Y^{a-1} L^b A \bar{x}^{1-a-b} = p_A \delta A \rightarrow \\ \rightarrow a H_Y^{a-1} L^b A \bar{x}^{1-a-b} = \frac{a+b}{r} (1-a-b) H_Y^a L^b \bar{x}^{1-a-b} \delta A \quad \text{και απλοποιώντας και από τα δύο} \\ \text{μέρη δρους προκύπτει ότι :}$$

$$H_Y = \frac{1}{\delta} \frac{ar}{(1-a-b)(a+b)} \quad (**)$$

Τώρα μπορούμε να βρούμε τους ρυθμούς μεγέθυνσης της οικονομίας:

- Από τη δομή λειτουργίας του τεχνολογικού κλάδου: $g_A = \delta H_A$

- Από $Y = H_Y^a L^b A \bar{x}^{1-a-b} \xrightarrow{H_Y, L, \bar{x} \text{ σταθερά}} \ln Y = a \ln H_Y + b \ln L + \ln A + (1-a-b) \ln \bar{x} \quad \text{και}$
παραγωγίζοντας ως προς το χρόνο: $g_Y = g_A$.

- Από $K = nA\bar{x}$ $\xrightarrow{n, \bar{x} \text{ σταθερά}}$ $\ln K = \ln n + \ln A + \ln \bar{x} \xrightarrow{\frac{d(\cdot)}{dt}} g_K = g_A$
- Από $C = Y - K \rightarrow \frac{C}{Y} = 1 - \frac{\dot{K}}{K} \frac{K}{Y}$ και εφόσον $g_K = g_Y = g_A$ όλοι οι όροι στο δεξιό μέρος είναι σταθεροί συνεπώς και ο όρος $\frac{C}{Y}$ θα είναι σταθερός. Στοιχειώδη μαθηματικά υποδεικνύουν ότι $g_C = g_Y$.

Άρα κεφάλαιο, τεχνολογία, κατανάλωση και εισόδημα αναπτύσσονται με τον ίδιο ρυθμό. Ποιος είναι ο ρυθμός αυτός και από ποιους παράγοντες επηρεάζεται;

Έχουμε: $g_A = \delta H_A = \delta(H - H_Y) = \delta H - \frac{ar}{(1-a-b)(a+b)} = \delta H - \Lambda r$. Από το πρόβλημα του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού όπου ως συνάρτηση χρησιμότητας χρησιμοποιείται η γνωστή μας $u(c_t) = \frac{c_t^{1-\theta}-1}{1-\theta}$ η συνθήκη Euler μπορεί να αποδειχτεί εύκολα ότι ισούται με: $g_C = \frac{r-\rho}{\theta}$. Συνεπώς εφόσον τεχνολογία και κατανάλωση μεγεθύνονται με τον ίδιο ρυθμό έχουμε:

$$\frac{r-\rho}{\theta} = \delta H - \Lambda r \rightarrow \frac{r}{\theta} + \Lambda r = \frac{\rho}{\theta} + \delta H \rightarrow r = \frac{\delta H + \frac{\rho}{\theta}}{\frac{1}{\theta} + \Lambda}. \text{ Αντικαθιστώντας το επιτόκιο}$$

στο ποσοστιαία μεταβολή της κατανάλωσης έχουμε:

$$g = \frac{\frac{\delta H + \frac{\rho}{\theta}}{\frac{1}{\theta} + \Lambda} - \rho}{\theta} = \frac{\delta H + \frac{\rho}{\theta} - \frac{\rho}{\theta} - \Lambda \rho}{\theta(\frac{1}{\theta} + \Lambda)} \rightarrow g = \frac{\delta H - \Lambda \rho}{1 + \Lambda \theta}. \text{ Αυτός είναι και ο ρυθμός}$$

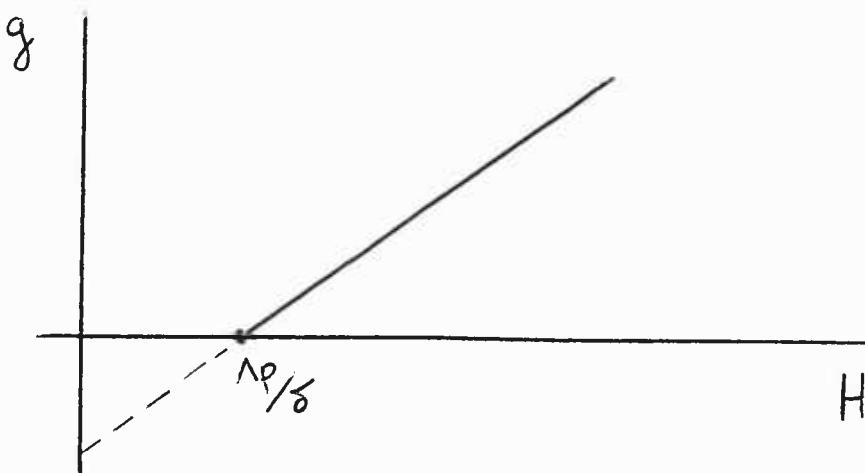
μεγέθυνσης της οικονομίας.

Ας επιχειρήσουμε να ερμηνεύσουμε τα αποτελέσματά μας. Πρώτον, είναι φανερό ότι ο ρυθμός ανάπτυξης είναι δυνατό να διατηρείται μακροχρόνια σε ένα θετικό επίπεδο εφόσον το g εξαρτάται από παραμέτρους. Δεύτερον, όσο πιο πρόθυμο

είναι το νοικοκυρίο να αφήσει την κατανάλωσή του να μεταβάλλεται μακροχρόνια (χαμηλό θ) και όσο λιγότερο αξιολογεί τη σημερινή κατανάλωση (χαμηλό ρ) τόσο υψηλότερος ο ρυθμός ανάπτυξης. Ας δούμε τότε μηχανισμό με τον οποίο αυτοί οι παράμετροι επηρεάζουν το ρυθμό. Αν προσέξουμε την εξίσωση που προσδιορίζει το

$$\text{επιτόκιο } r = \frac{\delta H + \frac{\rho}{\theta}}{\frac{1}{\theta} + \Lambda} \quad \text{με χαμηλό } \rho, \theta, \text{ το επιτόκιο πέφτει σε χαμηλά επίπεδα. Από}$$

την εξίσωση $H_Y = \frac{1 - ar}{\delta(1-a-b)(a+b)}$ όμως, φαίνεται ότι όσο μειώνεται το επιτόκιο τόσο μειώνεται το επίπεδο του ανθρωπίνου κεφαλαίου που απασχολείται στο τελικό στάδιο παραγωγής και συνεπώς τόσο αυξάνεται το επίπεδο ανθρωπίνου κεφαλαίου που απασχολείται στον τεχνολογικό τομέα (όπως έχουμε πει και παραπάνω $\bar{H} = H_A + H_Y$). Όμως ο ρυθμός ανάπτυξης της οικονομίας είναι $g = g_A = \delta H_A$ δηλαδή επηρεάζεται αυξητικά. Ως τρίτο και άμεσο επακόλουθο του δεύτερου είναι ότι υφίσταται ρόλος για την οικονομική πολιτική που δεν είναι άλλος από το να επιδοτήσει την απασχόληση στον ερευνητικό τομέα. Τέταρτο, το ανθρώπινο κεφάλαιο που απασχολείται στον τεχνολογικό τομέα είναι αναποτελεσματικό χαμηλό λόγω και της παρουσίας της εξωτερικότητας αλλά και της μονοπωλιακής διάρθρωσης που επικρατεί στον κλάδο που χρησιμοποιεί τις πατέντες ως εισροή. Πέμπτο και τελευταίο συμπέρασμα το γεγονός ότι οικονομίες με υψηλό επίπεδο ανθρωπίνου κεφαλαίου μεγεθύνονται με υψηλότερους ρυθμούς. Στο διάγραμμα 6.3 φαίνεται πως έπειτα από ένα σημείο υφίσταται θετική σχέση μεταξύ ρυθμού και επιπέδου ανθρωπίνου κεφαλαίου.



Σχεδιαγράμμα 6.3

Ο κοινωνικός σχεδιαστής

Η ουσία του υποδείγματος ενδογενούς τεχνολογικής εξέλιξης είναι ότι ένα τεχνολογικό άλμα, μία πρόοδος της τεχνολογίας, δημιουργεί προϋποθέσεις για περισσότερο παραγωγική έρευνα το μέλλον, γεγονός που συμπαρασύρει ολόκληρη την οικονομική δραστηριότητα προς τα εμπρός. Ωστόσο σε μεμονωμένο επίπεδο τα άτομα δεν αντιλαμβάνονται ή νιώθουν πως δεν μπορούν να επηρεάσουν τις θετικές αυτές συνέπειες της τεχνολογικούς συσσώρευσης. Αυτό όμως δεν ισχύει και για τον κοινωνικό σχεδιαστή ο οποίος «εσωτερικοποιεί» την εξωτερική οικονομία που δημιουργεί η γνώση με το να τη περιλάβει στη διαδικασία μεγιστοποίησης.

Ειδικότερα ο κοινωνικός σχεδιαστής δεν αντιμετωπίζει μία συνάρτηση παραγωγής

$$\text{τύπου } Y = H_Y^a L^b \int_0^{A(t)} x(i)^{1-a-b} di, \text{ αλλά τύπου } Y = H_Y^a L^b n^{a+b-1} A^{a+b} K^{1-a-b} \text{ εφόσον}$$

μπορεί να αντιληφθεί τη συσχέτιση που υπάρχει μεταξύ των τομέων. Συνεπώς το πρόβλημα που αντιμετωπίζει είναι να επιλέξει τα επίπεδα κατανάλωσης και ανθρωπίνου κεφαλαίου που μεγιστοποιούν την κοινωνική ευημερία βάση των περιορισμών του κεφαλαίου $\dot{K} = Y - C$ και του ρυθμού τεχνολογικής προόδου $\dot{A} = \delta H_A A$. Γράφουμε τη Χαμιλτονιανή στην εναλλακτική της μορφή:

$$H = u(C) + \lambda[n^{a+b-1} A^{a+b} (H - H_A)^a L^b K^{1-a-b} - C] + \mu[\delta H_A A]$$

$$H_C = 0 : C^{-\theta} = \lambda \quad (1)$$

$$H_{H_A} = 0 : \lambda n^{a+b-1} A^{a+b} a(H - H_A)^{a-1} (-1) L^b K^{1-a-b} + \mu \delta A = 0 \rightarrow \\ n^{a+b-1} A^{a+b} (H - H_A)^a L^b K^{1-a-b} = (H - H_A) \frac{\delta \mu A}{a \lambda} \quad (2)$$

$$\dot{\mu} = \rho \mu - H_A : \dot{\mu} = \rho \mu - \lambda n^{a+b-1} (a+b) A^{a+b-1} (H - H_A)^a L^b K^{1-a-b} \quad (3)$$

$$\dot{\lambda} = \rho \lambda - H_C \quad (4)$$

Αντικαθιστώντας τώρα την εξίσωση (2) στην εξίσωση (3) προκύπτει ότι :

$$\dot{\mu} = \rho\mu - \frac{\mu\delta}{\alpha\lambda} \lambda(H - H_A)(a+b) - \mu\delta H_A \rightarrow \frac{\dot{\mu}}{\mu} = \rho - \frac{\delta}{a}(a+b)(H - H_A) - \delta H_A \text{ και με}$$

$$\text{πράξεις: } \frac{\dot{\mu}}{\mu} = \rho - \delta\left(\frac{a+b}{a}H - \frac{a+b}{a}H_A + H_A\right) \rightarrow \frac{\dot{\mu}}{\mu} = \rho - \delta\left(\frac{a+b}{a}H - \frac{b}{a}H_A\right).$$

Τώρα από την εξίσωση (1) εύκολα προκύπτει ότι : $-\theta \cdot C^{-\theta-1} \cdot \dot{C} = \dot{\lambda} \rightarrow -\theta g_C = g_\lambda$.

Στο μονοπάτι σταθερής ισορροπίας θα ισχύει : $\frac{\dot{\mu}}{\mu} = \frac{\dot{\lambda}}{\lambda}$ και $\frac{\dot{C}}{C} = \frac{\dot{A}}{A}$. Συνεπώς

αντικαθιστώντας λίγο παραπάνω προκύπτει : $-\theta \frac{\dot{A}}{A} = \frac{\dot{\mu}}{\mu}$. Αντικαθιστώντας αυτά που

$$\text{ήδη ξέρουμε: } -\theta\delta H_A = \rho - \delta\left(\frac{a+b}{a}H - \frac{b}{a}H_A\right) \rightarrow -\theta\delta H_A - \frac{\delta b}{a}H_A = \rho - \frac{\delta(a+b)}{a}H,$$

$$\text{συνεπώς: } \delta H_A = \frac{\rho a - \delta(a+b)H}{-a\theta - b} \rightarrow g = \frac{\delta H - \rho \frac{a}{a+b}}{\frac{a}{a+b}\theta - \frac{b}{a+b}}.$$

$$\text{Συγκρίνοντας το ρυθμό } g_{social} = \frac{\delta H - \rho \frac{a}{a+b}}{\frac{a}{a+b}\theta - \frac{b}{a+b}} \text{ με το ρυθμό } g_{decentralized} = \frac{\delta H - \Lambda\rho}{1 + \Lambda\theta}$$

προκύπτει αβίαστα η υπεροχή της λύσης του κοινωνικού σχεδιαστή κάτι που ήταν εντελώς αναμενόμενο.

Συμπεράσματα :

Δύο είναι τα στοιχεία τα οποία αποτελούν τη βάση των συμπερασμάτων του συγκεκριμένου υποδείγματος : (1) Ατμομηχανή της οικονομικής ανάπτυξης είναι η τεχνολογική εξέλιξη. Η ιδιαίτερη φύση της τεχνολογικής γνώσης- το γεγονός δηλαδή ότι είναι ένα μη-αποκλείσιμο αγαθό στην ίδια την αγορά στην οποία παράγεται δημιουργεί εξωτερικές οικονομίες οι οποίες στηρίζουν τη διατηρήσιμη ανάπτυξη.

(2) Η ενδογενής ανάπτυξη καθίσταται δυνατή από τη γραμμικότητα που παρουσιάζει ο κανόνας μεταβολής της τεχνολογίας $\dot{A} = \delta H_A \cdot A$. Εάν το υπόδειγμα θεωρούσε ότι η τεχνολογία αναπτύσσεται με ρυθμό $\dot{A} = \delta H_A \cdot A^\psi$, όπου το $\psi < 1$ εύκολα προκύπτει ότι ο ρυθμός ανάπτυξης θα εξισωθεί με το μηδέν :

$$\dot{A} = \delta H_A \cdot A^\psi \rightarrow \frac{\dot{A}}{A} = \delta H_A \cdot A^{\psi-1} \rightarrow \ln g_A - \ln \delta - \ln H_A = (\psi - 1) \ln A \xrightarrow{\frac{d(\cdot)}{dt} \text{ in S.S.}} 0 = (\psi - 1) g_A$$

Εφόσον $\psi < 1$ τότε σίγουρα $g_A = 0$. Βλέπουμε λοιπόν πόσο σημαντική είναι η υπόθεση της γραμμικότητας.



Συνοπτικός Πίνακας

Τα βασικά υποδείγματα ανάπτυξης διατηρούν μία κοινή δομή. Δηλαδή οι διαφορές τους είναι απλώς διαφορετικές υποθέσεις και προσεγγίσεις σε μία κοινή δομή προβλήματος. Αυτή είναι :

$$\max u(c) \text{ s.t. } \{k = Ak^a L^b h^c - c\}, \{h = Bh^a h^b\}, \{\dot{A} = xk^a A^b h^c\}$$

Ας δούμε τώρα τι τιμές παίρνουν οι παραπάνω παράμετροι ανάλογα με κάθε μοντέλο :

Υπόδειγμα	$y = Ak^a L^b h^c$	$\dot{h} = Bh^a h^b$	$\dot{A} = xk^a A^b h^c$
Νεοκλασικό	$a_1 + a_2 = 1, a_3 = 0$	$B = b_1 = b_2 = 0$	$c_1 = c_3 = 0, c_2 = 1$
Rebelo	$k = h, a_1 + a_3 = 1, a_2 < 1$	$B = b_1 = b_2 = 0$	$x = c_1 = c_2 = c_3 = 0$
Romer(86)	$h = k, a_1 + a_2 + a_3 > 1$ $a_1 + a_3 = ?$	$B = b_1 = b_2 = 0$	$x = c_1 = c_2 = c_3 = 0$
Barro	$h = g, a_1 + a_3 = 1, a_2 = 0$	$B = b_1 = b_2 = 0$	$x = c_1 = c_2 = c_3 = 0$
Lucas	$a_1 + a_2 + a_3 > 1, a_1 + a_2 = 1$	$b_1 = 0, b_2 = 1$	$x = c_1 = c_2 = c_3 = 0$
Romer(90)	$a_1 + a_2 + a_3 = 1$	$B = b_1 = b_2 = 0$	$c_1 = 0, c_2 = 1, c_3 = 1$

7. Ανάπτυξη και Διάχυση Τεχνολογίας

Το κεφάλαιο αυτό αποτελεί νοητή συνέχεια του προηγούμενου. Πάλι χρησιμοποιούμε ένα Romer πλαίσιο ανάλυσης στο οποίο η οικονομία αναπτύσσεται ενδογενώς μέσω τεχνολογικής εξέλιξης η οποία και προσδιορίζεται από τον αριθμό διαφορετικών «ποικιλιών» του δευτερογενή τομέα. Ωστόσο, σε αυτό το κεφάλαιο, θεωρούμε ότι αυτό συμβαίνει μόνο σε μία χώρα –την ηγετική. Στο υπόδειγμα εισάγουμε και μία δεύτερη χώρα –την ακόλουθο, η οποία όμως δεν παράγει τεχνολογία, όπως η πρώτη, αλλά αντιγράφει τις καινοτομίες της ηγετικής απλούστατα γιατί το κόστος αντιγραφής είναι μικρότερο από το κόστος ανακάλυψης. Άμεσο επακόλουθο αυτής της υπόθεσης είναι ότι το μοντέλο προβλέπει σύγκλιση ρυθμών ανάπτυξης ακόμα και με μακροχρόνια θετικούς ρυθμούς ανάπτυξης. Η ανάλυση χρησιμοποιεί ως βάση το κεφάλαιο 8 του : Barro, R.J. and Sala-i-Martin, X. 2003. "Economic Growth".

Η χώρα ηγέτης

Η ανάλυση της ηγετικής χώρας βασίζεται ακριβώς στο μοντέλο που εξηγήσαμε στο κεφάλαιο 6 και δεν προσθέτει τίποτα καινούργιο. Η ανάλυσή της θα πραγματοποιηθεί απλά για λόγους εξοικείωσης με τους συμβολισμούς που χρησιμοποιούμε. Πρώτα, θεωρούμε ότι έρευνα και παραγωγή ενδιάμεσων προϊόντων πραγματοποιούνται από τις ίδιες επιχειρήσεις κάτι που δεν αλλάζει την ανάλυσή μας. Τα προϊόντα αυτά χρησιμοποιούνται ως εισροές από τις επιχειρήσεις τελικού προϊόντος. Ξεκινάμε από τις τελευταίες:

Επιχειρήσεις τελικού προϊόντος: Η συνάρτηση παραγωγής είναι η γνωστή

$$Y_i = AL_i^{1-\alpha} \sum_{j=1}^N X_{ij}^\alpha, \text{ με φθίνουσες αποδόσεις ως προς τους δύο συντελεστές}$$

ξεχωριστά και σταθερές αποδόσεις ως προς τους δύο μαζί. Παρατηρούμε ότι το προϊόν εξαρτάται από το άθροισμα των διαφορετικών εισροών και ότι η απασχόληση μιας επιπλέον εισροής δεν μειώνει την απασχόληση των ήδη

υπαρχόντων. Η τεχνολογική εξέλιξη μοντελοποιείται μέσω του N . Υποθέτοντας ότι κάθε εισροή απασχολείται στο ίδιο επίπεδο, η συνάρτηση παραγωγής γράφεται:

$$Y_i = AL_i^{1-a}NX_i^a \rightarrow Y_i = AL_i^{1-a}(NX_i)^a N^{1-a}$$

Βλέπουμε ότι για δεδομένες ποσότητες εργασίας L_i και συνολικού κεφαλαίου NX_i , το προϊόν αυξάνεται μέσω αυξήσεων στον αριθμό των «τύπων» εισροών N . Αυτή ακριβώς την ιδιότητα ότι δηλαδή προκύπτουν οφέλη από διασπορά ενός σταθερού επιπέδου κεφαλαίου NX_i σε ένα ευρύτερο διάστημα N , την είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο στο διάγραμμα 6.2. . Συνεπώς οι φθίνουσες αποδόσεις μπορούν να αποφευχθούν μέσω της τεχνολογικής εξέλιξης ($\uparrow N$) που οδηγούν σε μακροχρόνια ανάπτυξη. Οι επιχειρήσεις τελικών αγαθών μεγιστοποιούν τα κέρδη τους: $\pi_i = Y_i - \omega L_i - \sum_{j=1}^N P_j X_{ij}$ από το οποίο προκύπτουν οι συνθήκες πρώτης τάξης:

- $X_{ij} = L_i \left(\frac{Aa}{P_j} \right)^{\frac{1}{1-a}}$, που είναι η συνάρτηση ζήτησης των εισροών
- $\omega = (1-a) \frac{Y_i}{L_i}$, που προκύπτει από την εξίσωση μισθού και ορ. προϊόντος

Επιχειρήσεις έρευνας και παραγωγής εισροών: Η απόφαση για την διεξαγωγή έρευνας βασίζεται στο αν η έρευνα αποφέρει οφέλη ($V(t) = \int_t^\infty e^{-r(v-t)} \pi dv$) μεγαλύτερα από το κόστος. Υποθέτοντας ότι η παραγωγή κάθε καινούργιας εισροής επιφέρει μοναδιαίο κόστος, τα κέρδη είναι :

$$\pi = (P_j - 1)X_j = (P_j - 1)\sum_i X_{ij} = (P_j - 1)L \left(\frac{Aa}{P_j} \right)^{\frac{1}{1-a}}$$

Συνεπώς μεγιστοποιούμε την : $\pi = P_j^{-\frac{1}{1-a}} P_j - P_j^{-\frac{1}{1-a}}$ από την οποία και προκύπτει ότι $P_j = \frac{1}{a}$. Δηλαδή οι επιχειρήσεις κάνουν ένα markup πάνω στο μοναδιαίο οριακό κόστος. Για $P_j = \frac{1}{a}$ το $X_j = A^{\frac{1}{1-a}} a^{\frac{2}{1-a}} L$ και το συνολικό κεφάλαιο είναι

$X = A^{\frac{1}{1-a}} a^{\frac{2}{1-a}} NL$ ενώ το προϊόν είναι $Y = A^{\frac{1}{1-a}} a^{\frac{2a}{1-a}} LN$. Αντικαθιστώντας τα X_j, P_j βρίσκουμε ότι $\pi = \left(\frac{1-a}{a} \right) A^{\frac{1}{1-a}} a^{\frac{2}{1-a}} L$.

Ισορροπία : Εάν το όφελος από έρευνα είναι μεγαλύτερο από το κόστος (το θεωρούμε ίσο με μία σταθερά η) τότε όλοι οι συντελεστές παραγωγής θα αφιερωθούν στον τεχνολογικό τομέα. Αν αντίθετα το όφελος είναι μικρότερο τότε δε θα πραγματοποιηθεί καθόλου έρευνα. Είναι λογικό να υποθέσουμε ότι σε συνθήκες ισορροπίας το όφελος θα ισούται με το κόστος δηλαδή :

$$\int_0^\infty e^{-r(v-t)} \pi dv = \eta \rightarrow \frac{\pi}{r} = \eta. \text{ Η συνθήκη αυτή μπορεί να προκύψει εναλλακτικά και}$$

από τη συνθήκη αρμπιτράζ : $r = \frac{\pi + \dot{V}(t)}{V(t)}$. Δεδομένου ότι στην ισορροπία δεν θα

υπάρχουν οφέλη ή κόστη από αλλαγή στην αξία της επιχείρησης ($\dot{V}(t) = 0$) και εφόσον $V = \eta$ καταλήγουμε στην ίδια συνθήκη. Συνεπώς αντικαθιστώντας τα κέρδη

$$\pi = \left(\frac{1-a}{a}\right) A^{\frac{1}{1-a}} a^{\frac{2}{1-a}} L \quad \text{στη συνθήκη βρίσκουμε το επιτόκιο ως συνάρτηση}$$

$$\text{παραμέτρων, δηλαδή: } r = \left(\frac{1-a}{a}\right) A^{\frac{1}{1-a}} a^{\frac{2}{1-a}} \frac{L}{\eta}.$$

Τα νοικοκυριά μεγιστοποιούν την $u(c_i) = \frac{c_i^{1-\theta} - 1}{1-\theta}$ υπό τον περιορισμό ότι

$Y = C + X + \eta \dot{N}$, όπου $\eta \dot{N}$ είναι το μέρος του προϊόντος που αφιερώνεται σε έρευνα, και βρίσκουν $\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} [r - \rho]$ οπότε έχουμε:

$$g_c = \frac{1}{\theta} \left[\left(\frac{1-a}{a}\right) A^{\frac{1}{1-a}} a^{\frac{2}{1-a}} \frac{L}{\eta} - \rho \right]$$

Στο ρυθμό αυτό αναπτύσσονται το προϊόν και ο αριθμός των «τύπων», N .

Η χώρα ακόλουθος

Η δεύτερη χώρα έχει ακριβώς την ίδια δομή δηλαδή η συνάρτηση παραγωγής των επιχειρήσεων τελικού προϊόντος δίνεται από την $Y_2 = A_2 L_2^{1-a} \sum_{j=1}^{N_2} X_{2j}^a$ και η ζήτηση

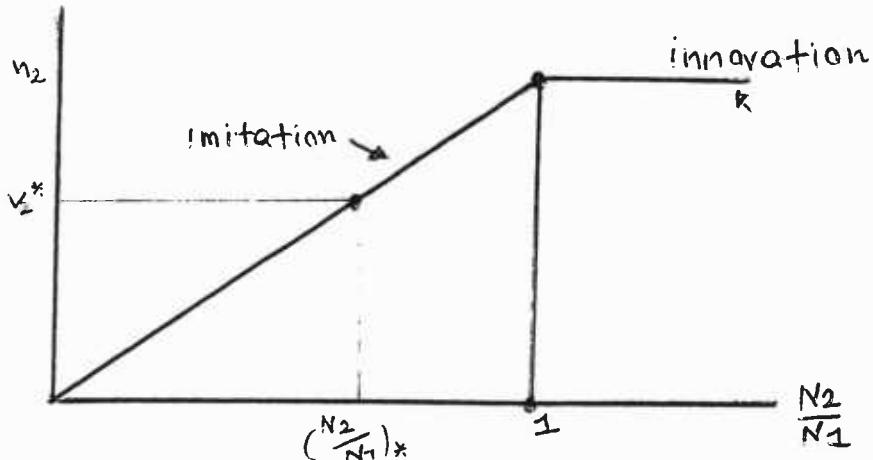
για κάθε ενδιάμεση εισροή j δίνεται από την $X_{2j} = L_2 \left(\frac{A_2 a}{P_j}\right)^{\frac{1}{1-a}}$. Από την άλλη οι

επιχειρήσεις έρευνας και παραγωγής εισροών αντιμετωπίζουν σταθερό κόστος

έρευνας ίσο με η_2 . Ωστόσο οι επιχειρήσεις έρευνας στη χώρα ακόλουθο μπορούν να κάνουν κάτι καλύτερο: να αντιγράψει τα τεχνολογικά προϊόντα που έχουν ήδη παραχθεί στη χώρα 1. Για να συμβαίνει όμως αυτό πρέπει το κόστος από τη μίμηση να είναι μικρότερο από το κόστος ανακάλυψης. Έστω ότι το κόστος μίμησης είναι

$$v_2 \text{ με } v_2 = f\left(\frac{N_2}{N_1}\right) = \eta_2 \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^\sigma. \text{ Δεδομένου ότι } \sigma > 0, \text{ όσο } \eta_2 < 1 \text{ διαθέτει}$$

μικρότερο αριθμό εισροών από τη χώρα 1 ($N_2 < N_1$) το $v_2 < \eta_2$. Όταν η χώρα ακόλουθος έχει αντιγράψει όλες τις εισροές τότε τα δύο κόστη εξισώνονται με την έννοια ότι η επόμενη εισροή θα παραχθεί αναγκαστικά μέσω έρευνας στη χώρα 2 δηλαδή με κόστος η_2 . Επίσης, εφόσον η χώρα 2 θα αντιγράψει πρώτα εισροές που είναι ευκολότερο να μιμηθούν, όσο $N_2 \uparrow$ με σταθερό το N_1 , το κόστος αντιγραφής θα ανεβαίνει δηλαδή $f' > 0$. Τα παραπάνω φαίνονται στο διάγραμμα 7.1.



Σχέδιαγραμμα 7.1

Συνεπώς, εάν μία επιχείρηση δεχτεί να πληρώσει $v_2(t)$ για να αντιγράψει μία εισροή θα αποκτήσει μονοπώλιο στην πώληση του συγκεκριμένου συντελεστή και κατά τα

$$\text{γνωστά: } X_2 = A_2^{\frac{1}{1-a}} a^{\frac{2}{1-a}} L_2, \quad Y_2 = A_2^{\frac{1}{1-a}} a^{\frac{2a}{1-a}} L_2 N_2, \quad \pi_2 = \left(\frac{1-a}{a}\right) A_2^{\frac{1}{1-a}} a^{\frac{2}{1-a}} L_2, \quad r_2 = \frac{\pi_2}{v_2}.$$

Διαιρώντας τα κατά κεφαλή προϊόντα των δύο χωρών προκύπτει η συνθήκη :

$$\frac{y_2}{y_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^{\frac{1}{1-a}} \left(\frac{N_2}{N_1}\right), \text{ που δείχνει ότι το χάσμα μεταξύ του κ.κ. εισοδήματος των δύο}$$

χωρών είναι θετικά συσχετιζόμενο με τη διαφορά στις τεχνολογικές εισροές.

Ισορροπία και Σταθερό Σημείο

Γνωρίζουμε πως στο σταθερό σημείο η χώρα ηγέτης μεγεθύνεται με

$$\gamma_1 = \frac{1}{\theta} \left[\left(\frac{1-a}{a} \right) A_1^{\frac{1}{1-a}} a^{\frac{2}{1-a}} \frac{L_1}{\eta_1} - \rho \right].$$

Στο σταθερό σημείο πρέπει παράλληλα οι εισροές

της χώρας 2 (N_2) να μεγεθύνονται με τον ίδιο ρυθμό με τις εισροές N_1 δηλαδή γ_1 .

Υποθέτουμε επίσης ότι η ακόλουθος δεν φτάνει ποτέ τελείως τον ηγέτη ώστε στο

$$\text{σταθερό σημείο να ισχύει: } \left(\frac{N_2}{N_1} \right)_{ss} < 1.$$

Εφόσον όμως τα C_2, Y_2 μεγεθύνονται με βάση το N_2 , όλες οι μεταβλητές της χώρας 2 θα αναπτύσσονται με ρυθμό γ_1 . Επίσης αφού οι ρυθμοί ανάπτυξης θα

$$\text{είναι οι ίδιοι και οι παράμετροι } \rho, \theta \text{ είναι ίδιοι, σίγουρα: } r_1 = r_2 \rightarrow \frac{\pi_1}{\eta_1} = \frac{\pi_2}{v_2} .$$

$$\text{Αντικαθιστώντας προκύπτει ότι στο S.S. έχουμε: } v_2 = \eta_1 \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^{\frac{1}{1-a}} \left(\frac{L_2}{L_1} \right).$$

Για να είναι η αντιγραφή και όχι η καινοτομία η άριστη πρακτική για τη χώρα 2 πρέπει σε όλο το μονοπάτι ισορροπίας να ισχύει: $(v_2)_{ss} < \eta_2$. Δηλαδή να ισχύει:

$$\left(\frac{\eta_1}{\eta_2} \right) \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^{\frac{1}{1-a}} \left(\frac{L_2}{L_1} \right) < 1$$

Η παραπάνω συνθήκη έχει την εξής ερμηνεία: εάν η χώρα 2 έχει μικρότερη παραγωγικότητα ($A_2 < A_1$), μικρότερο απόθεμα εργατών ($L_1 > L_2$) και κυρίως υψηλότερο σταθερό κόστος έρευνας ($\eta_1 < \eta_2$), δηλαδή είναι σε γενικές γραμμές μια λιγότερο «αποδοτική» χώρα, τότε ποτέ δε θα έχει κίνητρο να καινοτομήσει αφού η συνθήκη $(v_2)_{ss} < \eta_2$ ισχύει παντού.

Δυναμική Συμπεριφορά Συστήματος

Η χώρα 1 δεν παρουσιάζει δυναμική συμπεριφορά αφού βρίσκεται εξαρχής στο σταθερό σημείο. Ωστόσο η χώρα 2 παρουσιάζει. Ο λόγος είναι ότι ο ρυθμός

μεγέθυνσης της εν λόγω χώρας εξαρτάται από το επιτόκιο r_2 , το οποίο ισούται από

τη συνθήκη αρμπιτράζ με $\frac{\pi_2 + \dot{v}_2}{v_2}$. Όμως γνωρίζουμε πως το κόστος αντιγραφής v_2

μεταβάλλεται καθώς το $\frac{N_2}{N_1}$ μεταβάλλεται. Εάν λοιπόν καθώς μετακινούμαστε στο

σταθερό σημείο οι εισροές της χώρας ακόλουθος αναπτύσσονται με διαφορετικό ρυθμό από τις εισροές της χώρας ηγέτης, ο λόγος $\frac{N_2}{N_1}$, το επιτόκιο r_2 και ο ρυθμός

κατανάλωσης $\frac{\dot{c}_2}{c_2} = \frac{1}{\theta} [r_2 - \rho]$, παρουσιάζουν δυναμική συμπεριφορά.

Για να μελετήσουμε τη δυναμική συμπεριφορά θα θεωρήσουμε τη μεταβλητή

$\hat{N} = \frac{N_2}{N_1}$ που αποτελεί και τη state μεταβλητή και τη μεταβλητή $\chi_2 = \frac{C_2}{N_2}$ που είναι

η μεταβλητή ελέγχου.

Εύκολα αποδεικνύεται ότι $\frac{\dot{\hat{N}}}{\hat{N}} = \frac{\dot{N}_2}{N_2} - \frac{\dot{N}_1}{N_1}$. Ο εισοδηματικός περιορισμός για τη

χώρα 2 δίνεται από: $Y_2 = C_2 + N_2 X_2 + v_2 \dot{N}_2 \rightarrow \dot{N}_2 = \frac{1}{v_2} [Y_2 - C_2 - N_2 X_2]$ οπότε :

$$\dot{N}_2 = \frac{1}{v_2} [A_2^{\frac{1}{1-\alpha}} a^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}} N_2 L_2 - C_2 - N_2 A_2 a^{\frac{2}{1-\alpha}} L_2] = \frac{1}{v_2} [N_2 A_2^{\frac{1}{1-\alpha}} L_2 a^{\frac{2}{1-\alpha}} ((a^{\frac{2}{1-\alpha}})^{\alpha-1} - 1) - C_2].$$

Αφού όμως $A_2^{\frac{1}{1-\alpha}} L_2 a^{\frac{2}{1-\alpha}} = \pi_2 (\frac{a}{1-\alpha})$ η παραπάνω εξίσωση γίνεται :

$$\dot{N}_2 = \frac{1}{v_2} [N_2 \pi_2 (\frac{\alpha}{1-\alpha}) (\frac{1}{a^2} - 1) - C_2] = \frac{1}{v_2} (N_2 \pi_2 (\frac{1+\alpha}{\alpha}) - C_2) \rightarrow \frac{\dot{N}_2}{N_2} = \frac{1}{\eta_2 \hat{N}^\sigma} [\pi_2 (\frac{1+\alpha}{\alpha}) - \chi_2]$$

Άρα ο ρυθμός μεγέθυνσης του λόγου εισροών είναι : $\frac{\dot{\hat{N}}}{\hat{N}} = \frac{1}{\eta_2 \hat{N}^\sigma} [\pi_2 (\frac{1+\alpha}{\alpha}) - \chi_2] - \gamma_1$

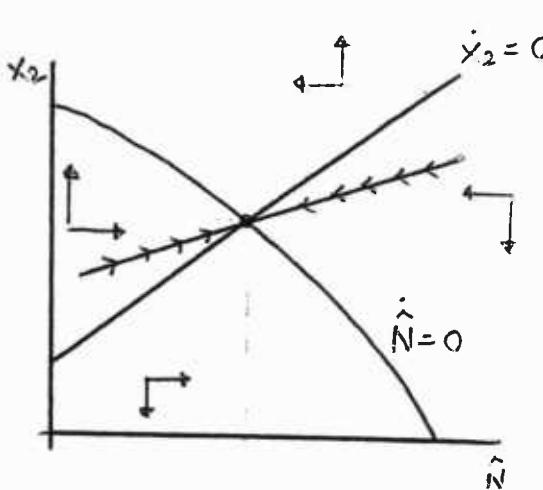
Τώρα από την $\frac{\dot{c}_2}{c_2} = \frac{1}{\theta} [r_2 - \rho]$ προκύπτει ότι: $\frac{\dot{c}_2}{c_2} = \frac{1}{\theta} [\frac{\pi_2 + \dot{v}_2}{v_2} - \rho] = \frac{1}{\theta} [\frac{\pi_2}{v_2} + \frac{\dot{v}_2}{v_2} - \rho]$

Από τη συνάρτηση $v_2 = \eta_2 \hat{N}^\sigma$ βρίσκουμε ότι $\frac{\dot{v}_2}{v_2} = \sigma \frac{\dot{\hat{N}}}{\hat{N}}$ άρα προκύπτει ότι :

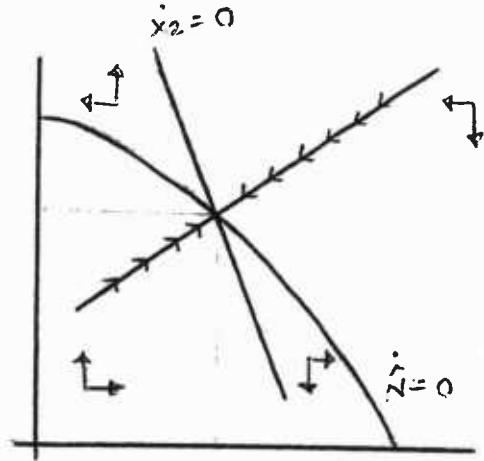
$\frac{\dot{C}_2}{C_2} = \frac{1}{\theta} [\frac{\pi_2}{v_2} + \sigma \{ \frac{1}{\eta_2 \hat{N}^\sigma} [\pi_2 (\frac{1+\alpha}{\alpha}) - \chi_2] - \gamma_1 \} - \rho]$ και εφόσον $\frac{\dot{\chi}_2}{\chi_2} = \frac{\dot{C}_2}{C_2} - \frac{\dot{N}_2}{N_2}$ έχουμε :

$$\begin{aligned}\frac{\dot{\chi}_2}{\chi_2} &= \frac{1}{\theta} \left[\frac{\pi_2}{v_2} + \sigma \left\{ \frac{1}{\eta_2 \hat{N}^\sigma} [\pi_2 (\frac{1+\alpha}{\alpha}) - \chi_2] - \gamma_1 \right\} - \rho \right] - \frac{1}{\eta_2 \hat{N}^\sigma} [\pi_2 (\frac{1+\alpha}{\alpha}) - \chi_2] = \\ &= \frac{\pi_2}{\theta \eta_2 \hat{N}^\sigma} + \frac{\sigma}{\theta \eta_2 \hat{N}^\sigma} [\pi_2 (\frac{1+\alpha}{\alpha}) - \chi_2] - \frac{\sigma \gamma_1}{\theta} - \frac{\rho}{\theta} - \frac{1}{\theta \eta_2 \hat{N}^\sigma} [\pi_2 (\frac{1+\alpha}{\alpha}) - \chi_2] \rightarrow \\ \frac{\dot{\chi}_2}{\chi_2} &= \frac{1}{\theta \eta_2 \hat{N}^\sigma} [\pi_2 + (\sigma - \theta) [\pi_2 (\frac{1+\alpha}{\alpha}) - \chi_2]] - \frac{1}{\theta} [\sigma \gamma_1 + \rho]\end{aligned}$$

$\text{H} \dot{\hat{N}} = 0 \rightarrow \chi_2 = \frac{\pi_2(1+\alpha)}{\alpha} - \eta_2 \hat{N}^\sigma \gamma_1$ αποτελεί το γεωμετρικό τόπο των σημείων (χ_2, \hat{N}) που συνεπάγονται μηδενικό ρυθμό ανάπτυξης του λόγου των εισροών και παρίσταται στο σχήμα 7.2(a) και 7.2(b) ως μία φθίνουσα καμπύλη εφόσον $\frac{d\chi_2}{d\hat{N}} < 0$. Επίσης εφόσον $\dot{\hat{N}} < 0$ για $\chi_2 > \frac{\pi_2(1+\alpha)}{\alpha} - \eta_2 \hat{N}^\sigma \gamma_1$, πάνω από τη καμπύλη (μεγαλύτερο χ_2) το \hat{N} μειώνεται και κάτω από τη καμπύλη (μικρότερο χ_2) το \hat{N} αυξάνεται.



Σχεδιάγραμμα 7.2 (a)



Σχεδιάγραμμα 7.2 (B)

Αντίστοιχα

$$\dot{\chi}_2 = 0 \rightarrow \frac{1}{\theta \eta_2 \hat{N}^\sigma} [\pi_2 + (\sigma - \theta) [A - \chi_2]] = \frac{1}{\theta} [\sigma \gamma_1 + \rho] \rightarrow \chi_2 = A - \frac{\pi_2 + \eta_2 \hat{N}^\sigma (\sigma \gamma_1 + \rho)}{(\theta - \sigma)}$$

όπου $A = \frac{\pi_2(1+\alpha)}{\alpha}$. Συνεπώς για να αναπαραστήσουμε την καμπύλη πρέπει να

διακρίνουμε περιπτώσεις σχετικά με το πρόσημο του όρου $(\theta - \sigma)$.

Περίπτωση 1 : Εάν $\theta > \sigma$ τότε αφενός το χ_2 θα είναι αύξων αφού $\frac{d\chi_2}{d\hat{N}} > 0$,

αφετέρου το $\dot{\chi}_2 > 0$ για $\chi_2 > A - \frac{\pi_2 + \eta_2 \hat{N}^\sigma (\sigma \gamma_1 + \rho)}{(\theta - \sigma)}$ οπότε πάνω από την καμπύλη

$\dot{\chi}_2 = 0$, το χ_2 αυξάνει. Τα παραπάνω αναπαριστώνται στο διάγραμμα 7.2(α).

Περίπτωση 2 : Εάν $\theta < \sigma$ αντίθετα, η καμπύλη $\dot{\chi}_2 = 0$ θα είναι φθίνουσα ενώ

$\dot{\chi}_2 < 0$ για $\chi_2 > A - \frac{\pi_2 + \eta_2 \hat{N}^\sigma (\sigma \gamma_1 + \rho)}{(\theta - \sigma)}$, οπότε πάνω από το καμπύλη το χ_2

πέφτει. Τα παραπάνω φαίνονται στο διάγραμμα 7.2(β).

Παρατηρήσεις : α) Και στις δύο περιπτώσεις η οικονομία θα ακολουθήσει ένα μονοπάτι ανάπτυξης προς το σταθερό σημείο, κατά τη διάρκεια του οποίου το χ_2 και το \hat{N} αυξάνονται σε αντίθεση με τους ρυθμούς $\gamma_{\hat{N}}, \gamma_{\chi_2}$ που πέφτουν σταθερά έως ότου φτάσουν την τιμή τους στο σταθερό σημείο, δηλαδή μηδέν. Αυτό συμβαίνει επειδή καθώς το \hat{N} αυξάνεται μαζί του αυξάνεται το v_2 , που λειτουργεί σα μία μορφή φθίνουσών αποδόσεων που επιβραδύνει την ανάπτυξη.

β) Κατά τη διάρκεια της μετάβασης το N_2 αυξάνεται γρηγορότερα από το N_1 (γι' αυτό και το \hat{N} αυξάνεται) όμως το g_{N_2} πέφτει σταθερά μέχρι να εξισωθεί στο

σταθερό σημείο με το g_{N_1} . γ) Ακολουθώντας τη λογική $\uparrow \hat{N} \rightarrow \downarrow \frac{\dot{\hat{N}}}{\hat{N}} \rightarrow \downarrow \frac{\dot{C}_2}{C_2} \rightarrow \downarrow r_2$

καταλήγουμε στο ότι το επιτόκιο r_2 πέφτει μέχρι να εξισωθεί στο σταθερό σημείο με το r_1 .

δ) Αντίστοιχα, εφόσον το Y_2 είναι συνάρτηση του N_2 , ο ρυθμός αύξησης του προϊόντος στης χώρας 2 : g_{Y_2} θα είναι μεγαλύτερος από το g_1 στη μετάβαση αλλά στο σταθερό σημείο οι δύο ρυθμοί θα εξισωθούν. Παρατηρούμε λοιπόν ότι παρόλο την παρουσία ενδογενούς ανάπτυξης το υπόδειγμα προβλέπει σύγκλιση. Ωστόσο

ενθυμούμενοι την υπόθεση που κάναμε νωρίτερα ότι $(\frac{N_2}{N_1})_{ss} < 1$, καταλαβαίνουμε

ότι πρόκειται περί σύγκλισης στους ρυθμούς ανάπτυξης και όχι στα πραγματικά επίπεδα προϊόντος.

8. Ενδογενής Ανάπτυξη μέσω Δημιουργικής Καταστροφής

Την έννοια της δημιουργικής καταστροφής (creative destruction) διατύπωσε πρώτος ο μεγάλος Αυστριακός οικονομολόγος Τζόζεφ Σουμπέτερ. Σύμφωνα με αυτόν η οικονομία επιβιώνει μακροχρόνιες φάσεις ύφεσης μέσω τεχνολογικών καινοτομιών (innovations) οι οποίες προσδίδουν νέο δυναμισμό στην οικονομία προσφέροντας δυνατότητες δημιουργίας κερδών στην επιχειρηματική τάξη. Ωστόσο οι καινοτομίες αυτές ταυτόχρονα καθιστούν αναποτελεσματικές και απαρχαιωμένες τις υπάρχουσες τεχνικές παραγωγής αναγκάζοντας πολλές επιχειρήσεις να κλείσουν. Έτσι η οικονομία ακολουθεί μια κυκλική ροή με τις καινοτομίες να αποτελούν το κύριο μηχανισμό της ανάπτυξης.

Βασισμένοι σε αυτή ακριβώς την έννοια, οι Aghion και Howitt (1992, "A Model of Growth through Creative Destruction". *Econometrica*) κατασκεύασαν ένα μοντέλο με κύρια στοιχεία του τα εξής: 1) Η πηγή της ανάπτυξης είναι οι κάθετες καινοτομίες που πραγματοποιούνται από τις ερευνητικές επιχειρήσεις. Ο όρος κάθετες προστίθεται για να επισημάνει ότι οι νέες καινοτομίες παραγάγουν προϊόντα υψηλότερης ποιότητας με αποτέλεσμα να καθιστούν τα προηγούμενα άχρηστα. Στα προηγούμενα δύο κεφάλαια (Romer '90) είδαμε ένα παράδειγμα οριζοντίων καινοτομιών εφόσον οι νέες καινοτομίες συμβάλλουν θετικά στην αύξηση της παραγωγικότητας χωρίς να υποκαθιστούν τις υπάρχουσες. 2) Υπάρχει αβεβαιότητα σχετικά με τις καινοτομίες που θα πραγματοποιηθούν σε κάθε χρονικό σημείο. Οι ερευνητές διατηρούν απλά μία προσδοκία ότι θα καταφέρουν να ανακαλύψουν κάτι. 3) Η έρευνα μεταξύ δύο διαδοχικών περιόδων συσχετίζεται αρνητικά για λόγους που όπως θα δούμε έχουν να κάνουν με την αύξηση των μισθών. 4) Στο μοντέλο δεν υπάρχει κεφάλαιο και η έννοια της ισορροπίας περιστρέφεται γύρω από το trade-off που υπάρχει στην κατανομή της εργασίας μεταξύ του ερευνητικού και του ενδιάμεσου τομέα. Η άριστη ποσότητα εργασίας θα προσδιορίσει εν τέλει και το ρυθμό ανάπτυξης, για αυτό έχουμε ένα μοντέλο



ενδογενούς ανάπτυξης. 5) Όσο και αν ακούγεται περίεργο η δομή του υποδείγματος επιτρέπει ρυθμούς ανάπτυξης στην αποκεντρωμένη περίπτωση υψηλότερους από αυτούς της σχεδιασμένης οικονομίας.

Η οικονομία μας...

Στο μοντέλο υπάρχουν τρεις κλάδοι. Ο ερευνητικός παράγει καινοτομίες οι οποίες δίνουν την ευκαιρία στον ενδιάμεσο να προσφέρει υψηλότερης ποιότητας εισροές στον κλάδο παραγωγής τελικού προϊόντος.

A) Ο ερευνητικός τομέας: Όπως έγινε σαφές ότι ερευνητικός κλάδος αποτελεί τη ραχοκοκαλία της οικονομίας. Η έρευνα πραγματοποιείται με βάση τη γραμμική συνάρτηση παραγωγής : $\phi(n) = n$. Δηλαδή εάν πραγματοποιηθεί μία ανακάλυψη τότε η ποσότητα της έρευνας είναι γραμμικά εξαρτώμενη από το επίπεδο απασχόλησης. Ωστόσο η πραγματοποίηση της ανακάλυψης είναι αβέβαιη. Οι ερευνητές γνωρίζουν ότι ανακαλύψεις πραγματοποιούνται ανά διαστήματα, όμως το χρονικό διάστημα που θα μεσολαβήσει μέχρι την επόμενη ανακάλυψη είναι άγνωστο. Όταν θέλουμε να μετρήσουμε το πόσες φορές συμβαίνει ένα ενδεχόμενο σε μια χρονική περίοδο χρησιμοποιούμε συνήθως την κατανομή Poisson. Συνεπώς θεωρούμε ότι η πιθανότητα το ενδεχόμενο «ανακάλυψη» θα πραγματοποιηθεί τη χρονική στιγμή T είναι $f(T) = \lambda e^{-\lambda T}$. Εναλλακτικά η πιθανότητα να συμβεί μία ανακάλυψη μεταξύ του T και του $T + dt$ είναι: $f(T) = \lambda e^{-\lambda T} dt$. Άρα ξεκινώντας από το $T = 0$ η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί ανακάλυψη την επόμενη ακριβώς χρονική στιγμή ($dt \rightarrow 0$) είναι λ . Εναλλακτικά το λ θα μπορούσε να οριστεί ως ένας δείκτης παραγωγικότητας του ερευνητικού τομέα. Συνεπώς η προσδοκία παραγωγής καινοτομιών τη κάθε χρονική στιγμή είναι $\lambda \phi(n) = \lambda n$. Μια τελευταία υπόθεση σχετικά με την έρευνα είναι ότι κάθε ερευνητής έχει πλήρη πρόσβαση στη δουλειά των προηγούμενων ερευνητών (μερικώς αποκλειόμενο αγαθό) αλλιώς συνεχώς ποιοτικότερες ανακαλύψεις δε θα ήταν δυνατές.

B) Ο Ενδιάμεσος Τομέας: Εφόσον, όπως είπαμε, κάθε καινοτομία δημιουργεί ένα βελτιωμένο προϊόν, ο επιχειρηματίας που την αγοράζει μπορεί να μονοπωλήσει την αγορά ενδιάμεσων συντελεστών. Το ενδιάμεσο αγαθό χρησιμοποιεί μόνο εργασία και μάλιστα πάλι με γραμμικό τρόπο: $Q_{(int)} = x$, όπου x είναι η ποσότητα εργασίας

που χρησιμοποιεί ο κλάδος. Άρα η συνολική ποσότητα εργασίας στην οικονομία κατανέμεται μεταξύ του ερευνητικού και του δευτερογενούς τομέα: $L = n + x$.

Γ) Τομέας τελικού Προϊόντος: Ο κλάδος αυτός παράγει το καταναλωτικό αγαθό με βάση τη συνάρτηση παραγωγής: $Y_i = A_i x^a$, με $a < 1$, ενώ το i υποδεικνύει τον αριθμό καινοτομιών κατά τη διάρκεια της τεχνολογικής προόδου. Πώς λοιπόν οι καινοτομίες αναπτύσσουν την οικονομία; Θεωρώντας ότι $A_i = A_0 \gamma^i$, καταλαβαίνουμε ότι κάθε επόμενη καινοτομία $i = 1, 2, 3, \dots$ αυξάνει την παραγωγικότητα του τρίτογενή τομέα. Το αποτέλεσμα αυτό πατάει στην υπόθεση που κάναμε προηγουμένως περί πλήρους πρόσβασης στις ανακαλύψεις που έχουν ήδη πραγματοποιηθεί.

Ανταγωνιστική ισορροπία

Ξεκινάμε από τις επιχειρήσεις τελικού προϊόντος οι οποίες διαλέγουν εισροή x για να μεγιστοποιήσουν τα κέρδη τους (ο αναγνώστης δε θα έπρεπε να μπερδευτεί- το x αποτελεί και την ποσότητα εργασίας στον ενδιάμεσο τομέα και το προϊόν του εν λόγω κλάδου εφόσον η συνάρτηση παραγωγής είναι γραμμική). Οπότε :

$$\max_x \{Y_i - px\} \rightarrow \max_x \{A_i x^a - px\} \rightarrow A_i a x^{a-1} = p$$

Συνεπώς οι επιχειρήσεις τελικού προϊόντος πληρώνουν το συντελεστή εργασία την οριακή του κατανομή. Όμως η συνθήκη που εξάγαμε είναι ταυτόχρονα η αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης του ενδιάμεσου τομέα ο οποίος μεγιστοποιεί:

$$\max_x \pi = (p - c) Q_{(int)} \rightarrow \max_x \pi = (A_i a x^{a-1} - w)x \rightarrow \max_x \pi = (A_i a x^a - wx)$$

Άρα: $A_i a^2 x^{a-1} = w \rightarrow x^{a-1} = \frac{w}{A_i a^2} \rightarrow x = \left(\frac{w}{A_i a^2}\right)^{\frac{1}{1-a}}$ και

$$p = \frac{w}{a}$$

$$\pi = \left(\frac{w}{a} - w\right)x = \left(\frac{1-a}{a}\right)wx$$

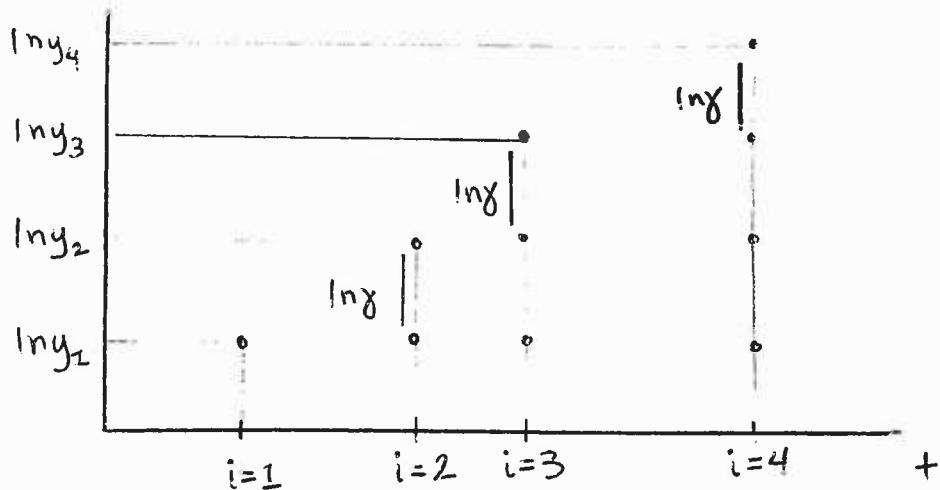
Ο ερευνητικός κλάδος θα διαλέξει ποσότητα εργασίας n για να μεγιστοποιήσει τα αναμενόμενα κέρδη του. Το κόστος από την απασχόληση είναι w ενώ τα αναμενόμενα έσοδα είναι $\lambda\phi(n)V_{i+1}$ εφόσον V_{i+1} είναι η αξία της επόμενης καινοτομίας και $\lambda\phi(n)$ η προσδοκώμενη ποσότητα. Άρα έχουμε από το πρόβλημα μεγιστοποίησης: $\max_n \{\lambda n V_{i+1} - w n\} \rightarrow \lambda V_{i+1} = w$, που είναι και μία συνθήκη αρμπιτράζ εφόσον το δεξί μέλος υποδεικνύει πόσο θα πληρωθεί μία ώρα εργασίας στον ενδιάμεσο τομέα και το αριστερό πόσο θα πληρωθεί δουλεύοντας στην έρευνα. Όμως με πόσο θα ισούται το V_{i+1} ; Σίγουρα η ερευνητική επιχείρηση θα προσπαθήσει να αποσπάσει το σύνολο των μονοπωλιακών κερδών του ενδιάμεσου κλάδου. Τα κέρδη αυτά θα προεξοφληθούν όχι μόνο με το επιτόκιο αλλά και με τον όρο λn_{i+1} που είναι η πιθανότητα ο μονοπωλητής θα χάσει τα κέρδη του από μελλοντική καινοτομία. Συνεπώς: $V_{i+1} = \frac{\pi_{i+1}}{r + \lambda n_{i+1}}$.

Σημειώσεις: α) Η έρευνα δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί εντός επιχειρήσεων ενδιάμεσου τομέα γιατί για αυτές η αξία κάθε επόμενης καινοτομίας δεν είναι V_{i+1} αλλά $V_{i+1} - V_i$. β) Κάθε καινοτομία αυξάνει την παραγωγικότητα όχι μόνο για το χρονικό διάστημα στο οποίο εφαρμόζεται αλλά για πάντα συνεπώς ο παραγωγός μελλοντικών εισροών καρπώνεται κάποια από τα κέρδη των προηγούμενων (διαχρονικό αποτέλεσμα διάχυσης). γ) Μπορούμε να δούμε τώρα λίγο πιο συγκεκριμένα την έννοια της δημιουργικής καταστροφής. Κάθε καινοτομία δημιουργεί νέα κέρδη για τον επιχειρηματία (π_{i+1}) αλλά καταστρέφει τα κέρδη του προηγούμενου μονοπωλητή (ο όρος $\lambda\phi(n)$).

Το Μονοπάτι Ανάπτυξης

Ως γνωστόν : $Y_i = A_i x^a \xrightarrow{L=x+n} Y_i = A_i (L-n)^a$ και αντίστοιχα $Y_{i+1} = A_{i+1} (L-n)^a \rightarrow Y_{i+1} = A_0 \gamma^{i+1} (L-n)^a = A_0 \gamma \cdot \gamma^i (L-n)^a \rightarrow Y_{i+1} = \gamma Y_i$. Εν συνεχείᾳ παίρνοντας λογαρίθμους: $\ln Y_{i+1} = \ln \gamma + \ln Y_i$. Συνεπώς, όπως φαίνεται και στο διάγραμμα 8.1, κάθε καινοτομία που ανακαλύπτεται αυξάνει το λογάριθμο του προϊόντος κατά $\ln \gamma$, γεγονός που αποδεικνύει τον αρχικό μας ισχυρισμό ότι οι

καινοτομίες αποτελούν την ατμομηχανή της ανάπτυξης. Εφόσον οι καινοτομίες θα πραγματοποιηθούν σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα μπορούμε να γράψουμε ότι: $\ln Y_{t+1} = \ln \gamma + \ln Y_t$. Ωστόσο δεν γνωρίζουμε ακριβώς το πότε θα πραγματοποιηθεί η επόμενη ανακάλυψη, απλά προσδοκούμε ότι η οικονομία θα παράγει λn καινοτομίες: $E(\ln Y_{t+1}) = n\lambda \ln \gamma + \ln Y_t \rightarrow E(\ln Y_{t+1} - \ln Y_t) = n\lambda \ln \gamma$. Άρα ο ρυθμός ανάπτυξης είναι $g = n\lambda \ln \gamma$ που σημαίνει ότι προσδιοριστικό στοιχείο της ανάπτυξης είναι το επίπεδο απασχόλησης στον ερευνητικό κλάδο.



Σχεδιαγραμμα 8.1

Πώς όμως προσδιορίζεται το άριστο επίπεδο απασχόλησης στον τεχνολογικό τομέα;

Ξέρουμε ότι $\lambda V_{t+1} = w$ και ότι $V_{t+1} = \frac{\pi_{t+1}}{r + \lambda n_{t+1}}$ συνεπώς: $\frac{w}{\lambda} = \frac{\pi_{t+1}}{r + \lambda n_{t+1}}$ συνεπώς

αντικαθιστώντας τα μονοπωλιακά κέρδη που βρήκαμε στην ισορροπία:

$$\frac{w}{\lambda} = \frac{\frac{(1-a)}{a}w(L - n_{t+1})}{r + \lambda n_{t+1}} \rightarrow \frac{\frac{w}{A_i}}{\frac{\lambda}{\lambda}} = \frac{\frac{A_{i+1}}{A_i} \frac{(1-a)}{a} \frac{w}{A_{i+1}} (L - n_{t+1})}{r + \lambda n_{t+1}} \rightarrow \omega_i = \frac{\lambda \gamma \frac{(1-a)}{a} \omega_{i+1} (L - n_{t+1})}{r + \lambda n_{t+1}}$$

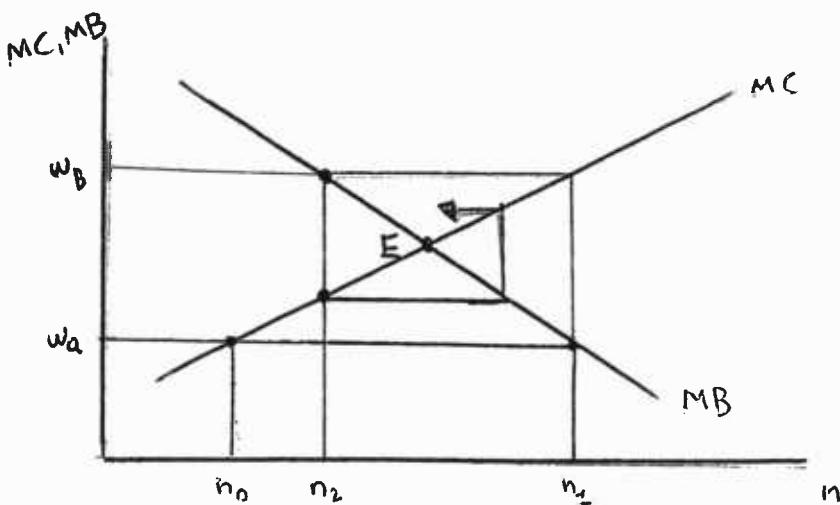
, όπου ω είναι ο μισθός προσαρμοσμένος στο επίπεδο παραγωγικότητας. Στην

πραγματικότητα η σχέση που εξάγουμε είναι: $\frac{\omega_i}{\lambda \phi'(n_i)} = \frac{\gamma \frac{(1-a)}{a} \omega_{i+1} (L - n_{t+1})}{r + \lambda n_{t+1}}$ απλά

ο όρος $\phi'(n)$ ισούται με τη μονάδα, γι' αυτό και παραλείπεται. Παρατηρούμε τα εξής:

1) Ο όρος $\frac{\gamma(\frac{1-a}{a})\omega(L-n)}{r+\lambda n}$ εκφράζει το οριακό όφελος της έρευνας το οποίο

φυσικά είναι αρνητικά συσχετιζόμενο με το επίπεδο απασχόλησης n . Στο διάγραμμα 8.2 ο όρος παρίσταται με την ευθεία MB η οποία είναι φθίνουσα. Επίσης παρατηρούμε ότι: αύξηση του συντελεστή παραγωγικότητας λ , αύξηση του συνολικού επιπέδου απασχόλησης L , μείωση του επιτοκίου r και αύξηση του συντελεστή γ που μετρά το μέγεθος κάθε καινοτομίας, μετατοπίζουν το οριακό όφελος μπρος τα δεξιά για δεδομένο επίπεδο μισθού. Αντίστοιχα ο όρος $\frac{\omega}{\lambda\phi'(n)}$ εκφράζει το οριακό κόστος της έρευνας το οποίο παριστάνεται στο διάγραμμα 7.2 με την ευθεία MC η οποία είναι αύξουσα. Στο σημείο αυτό πρέπει να εξηγήσουμε κάτι: σύμφωνα με τις υποθέσεις μας $\phi(n) = n$ οπότε το MC είναι μία ευθεία στο ύψος του $\frac{\omega}{\lambda}$. Όμως θα μπορούσαμε να υποθέσουμε γενικότερα ότι η συνάρτηση παραγωγής του ερευνητικού τομέα είναι αύξουσα και κυρτή ως προς n με αποτέλεσμα το $\phi'' < 0$ και όχι μηδέν όπως στην περίπτωσή μας, με αποτέλεσμα το MC πράγματι να ανεβαίνει. Ο λόγος που το κάνουμε αυτό είναι ότι με αύξων οριακό κόστος μπορεί να εξηγηθεί καλύτερα η δυναμική πορεία της απασχόλησης.



Σχεδιάγραμμα 8.2

2) Το στοιχείο που πρέπει να γίνει σαφές είναι ότι το οριακό κόστος εξαρτάται από την απασχόληση της τρέχουσας περιόδου ενώ το οριακό όφελος εξαρτάται από την απασχόληση της επόμενης περιόδου γιατί αυτή θα προσδιορίσει το επίπεδο της επόμενης καινοτομίας που συνεπάγεται την απώλεια κερδών από την επιχείρηση

που μονοπωλεί την αγορά σήμερα. Συνεπώς, όπως φαίνεται και από το διάγραμμα 8.2, την τρέχουσα περίοδο $t = 0$ σε επίπεδο μισθού ω_a η απασχόληση ισούται με n_0 . Ωστόσο ο μισθός αυτός συνεπάγεται επίπεδο απασχόλησης n_1 την επόμενη περίοδο. Για τόσο μεγάλο επίπεδο απασχόλησης όμως, την περίοδο $t = 2$ ο υψηλός μισθός θα οδηγήσει σε μικρότερο επίπεδο απασχόλησης n_2 κ.ο.κ.. Συνεπώς η οικονομία θα ακολουθήσει τη φορά αυτή μέχρι να καταλήξει στο σημείο E. Σε συνθήκες στάσιμης ισορροπίας (steady-state equilibrium) η απασχόληση θα παραμένει σε ένα σταθερό επίπεδο δηλαδή $n_i = n_{i+1} = \hat{n}$ καθώς και ο μισθός

$$\omega_{i+1} = \omega_i = \hat{\omega}, \text{ ára } \text{ éχουμε τη συνθήκη ισορροπίας: } 1 = \frac{\lambda\gamma(\frac{1-a}{a})(L-\hat{n})}{r + \lambda\hat{n}}.$$

3) Παρατηρούμε ότι στη στάσιμη ισορροπία οι παράμετροι μπορούν να επηρεάσουν το επίπεδο απασχόλησης ára και το ρυθμό ανάπτυξης (ενδογενής). Συγκεκριμένα, (α) πιώση του επιτοκίου αυξάνει την απασχόληση αυξάνοντας την παρούσα αξία των μονοπωλιακών κερδών την οποία και καρπώνεται ο ερευνητής, (β) αύξηση του γ αυξάνει την απασχόληση γιατί θα αυξήσει το οριακό όφελος της καινοτομίας, (γ) αύξηση στο απόθεμα εργασίας αυξάνει το n αφού ταυτόχρονα αυξάνει τι οριακό όφελος και μειώνει το οριακό κόστος και (δ) αύξηση του συντελεστή παραγωγικότητας λ σημαίνει αποτελεσματικότερη εργασία ($\downarrow MC$) ενώ ταυτόχρονα αυξάνει το ενδεχόμενο να χάσει τα κέρδη του ο παρών μονοπωλητής ($\downarrow MB$)-υποθέτουμε ότι το πρώτο αποτέλεσμα υπερισχύει.

4) Στο σημείο αυτό μπορεί να κατανοηθεί αυτό που είπαμε νωρίτερα, ότι δηλαδή η έρευνα μεταξύ δύο διαδοχικών περιόδων συσχετίζεται αρνητικά εφόσον υψηλή απασχόληση σήμερα (ára και έρευνα) συνεπάγεται αύξηση μισθών που θα ζητηθούν την επόμενη περίοδο και συνεπώς θα μειώσει τη μελλοντική έρευνα.

Ο Κοινωνικός Σχεδιαστής...

Και στην περίπτωση του κοινωνικού σχεδιαστή ο ρυθμός ανάπτυξης εξακολουθεί να προσδιορίζεται από τον τύπο: $g = n\lambda \ln \gamma$. Ωστόσο υπάρχουν πολλοί παράγοντες που τείνουν να διαφοροποιήσουν το επίπεδο απασχόλησης, ára και το ρυθμό

μεγέθυνσης, στη συγκεντρωτική οικονομία. Συγκεκριμένα ο κοινωνικός σχεδιαστής

$$\text{λύνει: } \max \int_0^{\infty} e^{-rt} Y_t dt. \text{ Επειδή η πραγματοποίηση κάθε καινοτομίας } i \text{ είναι αβέβαιη,}$$

ο σχεδιαστής, μια συγκεκριμένη περίοδο, μεγιστοποιεί το προϊόν που αναλογεί στη συγκεκριμένη ανακάλυψη i_k επί την πιθανότητα ότι μέχρι την περίοδο αυτή θα έχουν πραγματοποιηθεί k καινοτομίες. Η πιθανότητα αυτή γράφεται : $P(i = k, t)$. Άρα, γενικότερα, το πρόβλημα γράφεται :

$$\max \int_0^{\infty} e^{-rt} \sum_{i=0}^{\infty} P(i, t) A_i x^i dt$$

Η πιθανότητα καινοτομιών όμως ακολουθεί την κατανομή Poisson άρα :

$$P(i, t) = \frac{(\lambda n t)^i}{i!} e^{-\lambda n t}. \text{ Οπότε η έκφραση που μεγιστοποιεί ο σχεδιαστής γίνεται :}$$

$$\max \int_0^{\infty} e^{-(r+\lambda n)t} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\lambda n t)^i}{i!} \gamma^i A_0 (L-n)^i dt \rightarrow$$

$$\rightarrow \max \int_0^{\infty} e^{-(r+\lambda n)t} \left(1 + \lambda \gamma n t + \frac{(\lambda \gamma n t)^2}{2} + \frac{(\lambda \gamma n t)^3}{6} + \dots\right) A_0 (L-n)^i dt$$

Όμως το άθροισμα στην παρένθεση είναι το ανάπτυγμα κατά Taylor της

$$\text{συνάρτησης } g = e^{\lambda \gamma n t}. \text{ Οπότε μεγιστοποιούμε την : } \int_0^{\infty} e^{-(r+\lambda n-\lambda \gamma n)t} A_0 (L-n)^i dt \text{ ή}$$

$$\text{ισοδύναμα την } \frac{A_0 (L-n)^i}{r + \lambda n - \lambda \gamma n} \text{ ως προς } n.$$

$$\text{FOC: } -a(L-n)^{a-1}(-1)(r + \lambda n - \lambda \gamma n) - (L-n)^a(\lambda - \lambda \gamma) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow (L-n)^{a-1}[-a(r + \lambda n - \lambda \gamma) - (L-n)(\lambda - \lambda \gamma)] = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow -a(r + \lambda n - \lambda \gamma) = (L-n)(\lambda - \lambda \gamma) \rightarrow 1 = \frac{\lambda(\gamma-1)\frac{1}{a}(L-n)}{r + \lambda n - \lambda \gamma}$$

$$1 = \frac{\lambda\gamma(\frac{1-a}{a})(L-\hat{n})}{r + \lambda\hat{n}} \quad \text{ενώ}$$

Άρα το \hat{n} της laissez-faire περίπτωσης δίνεται από το

$$\text{το } n_{sp} \text{ από το } 1 = \frac{\lambda(\gamma-1)\frac{1}{a}(L-n)}{r + \lambda\nu - \lambda\gamma n}. \text{ Παρατηρούμε ότι:}$$

- i) Το προεξοφλητικό επιτόκιο στη συγκεντρωτική περίπτωση είναι μικρότερο γιατί ο κοινωνικός σχεδιαστής λαμβάνει υπόψη του (εσωτερικοποιεί) το ότι η παρούσα έρευνα έχει θετικά διαχρονικά αποτελέσματα, κάτι που δεν το κάνει ο ιδιώτης επιχειρηματίας με αποτέλεσμα η έρευνα στην αποκεντρωμένη περίπτωση να είναι αναποτελεσματικά χαμηλή.
- ii) Στη συγκεντρωτική περίπτωση έχουμε $\gamma-1$ αντί γ γιατί ο κοινωνικός σχεδιαστής εσωτερικοποιεί ταυτόχρονα το ότι η παρούσα έρευνα επιφέρει ζημίες για τις προηγούμενες καινοτομίες με αποτέλεσμα το επίπεδο έρευνας στην περίπτωση του σχεδιαστή να υπολείπεται το laissez-faire επίπεδο.

Συνεπώς έχουμε δύο δυνάμεις που λειτουργούν αντίθετα. Το ποια από τις δύο θα επικρατήσει και συνεπώς ποιο επίπεδο έρευνας θα είναι υψηλότερο (σχεδιαστή ή laissez-faire), είναι κάτι που δεν γνωρίζουμε εκ των προτέρων. Αυτό που έχει σημασία είναι ότι στο μοντέλο αυτό, το ενδεχόμενο η ανταγωνιστική ισορροπία να συνεπάγεται ανάπτυξη μεγαλύτερη από αυτή του κοινωνικού σχεδιαστή, είναι υπαρκτό.

9. Ανάπτυξη και Ανεργία

Στο παρόν κεφάλαιο δε θα εξετάσουμε κάποιο συγκεκριμένο υπόδειγμα αλλά θα ερευνήσουμε τις επιπτώσεις της ανάπτυξης στην απασχόληση μέσα από το Σουμπετεριανό υπόδειγμα που αναπτύχθηκε στο κεφάλαιο 8. Οι απόψεις σχετικά με το θέμα διίστανται. Σίγουρα η ανάπτυξη μέσω της αύξησης της παραγωγικότητας έχει κάποια αρνητικά αποτελέσματα στην απασχόληση εφόσον αντικαθιστά τεχνικές εντάσεως εργασίας με περισσότερο μηχανοποιημένες παραγωγικές μεθόδους. Από την άλλη αύξηση της παραγωγικότητας σημαίνει μεγαλύτερα κέρδη για τις επιχειρήσεις, μεγαλύτερο κύκλο εργασιών και μεγαλύτερη ζήτηση για εργάτες. Συνεπώς η οικονομική ανάπτυξη δημιουργεί αντίθετες δυνάμεις που μπορούν να επηρεάσουν την απασχόληση με διαφορετικό τρόπο. Στο κεφάλαιο αυτό οι δύο αυτές δυνάμεις παίρνουν το χαρακτήρα ενός αποτελέσματος δημιουργικής καταστροφής που τείνει να μειώσει την απασχόληση εφόσον η τεχνική πρόοδος καθιστά κάποιες επιχειρήσεις αναποτελεσματικές και ενός αποτελέσματος κεφαλαιοποίησης που τείνει να αυξήσει τα κέρδη των επιχειρήσεων και ενθαρρύνει περισσότερες να εισέλθουν στην παραγωγή και να δημιουργήσουν δουλειές. Η ανάλυση στηρίζεται στο άρθρο των Aghion και Howitt: "Growth and Unemployment", *Review of Economic Studies*, 1994.

Το γενικό πλαίσιο...

Όπως και στο προηγούμενο κεφάλαιο η ανάπτυξη είναι αποτέλεσμα καινοτομιών. Στην οικονομία υπάρχει ένα συνεχές επιχειρήσεων έρευνας, τελικού προϊόντος και ατόμων στο $[0,1]$. Έστω $D_i = A_i \cdot d$ είναι το σταθερό κόστος που πρέπει να πληρώσει μία επιχείρηση για να ξεκινήσει την έρευνα. Από εκεί και πέρα παράγει μία ροή καινοτομιών σύμφωνα με τη κατανομή Poisson με παράμετρο λ . Η καινοτομία πουλιέται στη συνέχεια σε μία επιχείρηση τελικού προϊόντος η οποία

φτιάχνει (με μηδενικό κόστος) μία μηχανή. Η τιμή που πλήρωσε η τελική επιχείρηση για την καινοτομία ισούται με τη καθαρή παρούσα αξία των κερδών από το προϊόν που δημιουργεί η καινοτομία. Για να γίνει η επιχείρηση παραγωγική μονάδα χρειάζεται να βρει έναν εργάτη ικανό να λειτουργήσει τη μηχανή. Από εκεί και πέρα η απασχόληση κάποιας ποσότητας ανθρωπίνου κεφαλαίου x προσδιορίζει την ποσότητα τελικού προϊόντος σύμφωνα με την συνάρτηση παραγωγής :

$$y_s = A_t f(x_s - a)$$

Το y_s απεικονίζει την ροή προϊόντος της παραγωγικής μονάδας τη χρονική στιγμή s . Ο όρος A_t εκφράζει το γεγονός ότι η παραγωγική μονάδα χρησιμοποιεί μια μηχανή που ενσωματώνει τεχνολογία που αναπτύχθηκε την περίοδο t . Σημειωτέον ότι ενώ γενικά η οικονομία προοδεύει τεχνικά, κάθε συγκεκριμένη παραγωγική μονάδα είναι καταδικασμένη να λειτουργεί με τη συγκεκριμένη μηχανή που αγόρασε εξαρχής, δηλαδή τεχνική πρόδοος με την έννοια της αντικατάστασης μιας μηχανής με μια καλύτερη- εντός επιχείρησης- δεν είναι δυνατή. Τέλος η συνάρτηση f είναι αύξουσα και κοίλη ενώ ο όρος a εκφράζει την ελάχιστη ποσότητα ανθρωπίνου κεφαλαίου που είναι αναγκαία για να θετικό επίπεδο προϊόντος.

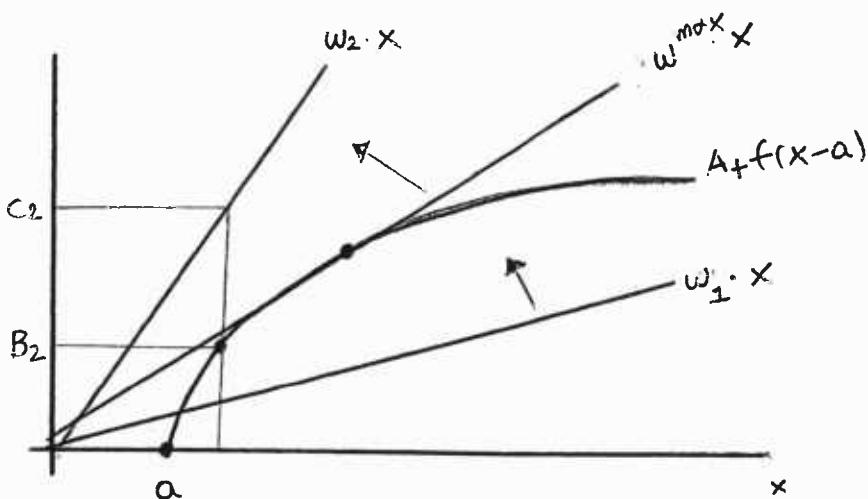
Η Πηγή της Ανεργίας

Θα εξετάσουμε τις αιτίες της μακροχρόνιας ανεργίας μέσα από το πρόβλημα της επιχείρησης τελικού προϊόντος. Θεωρούμε πως ο μισθός που καταβάλλεται για μια μονάδα ανθρωπίνου κεφαλαίου ισούται με $w_t = w_0 e^{gr}$ δηλαδή ο μισθός αυξάνεται σύμφωνα με το ρυθμό αύξησης της παραγωγικότητας. Έστω ότι η επιχείρηση κατέχει τεχνολογία περιόδου t και ότι την περίοδο $t_0 = t + \varepsilon$ βρίσκει ένα κατάλληλο εργάτη και ξεκινά την παραγωγή της. Το πρόβλημα που λύνει για να βρει το προϊόν που μεγιστοποιεί τα κέρδη της την περίοδο $\tau \geq t_0$ είναι το ακόλουθο:

$$\max_x \{ A_t f(x-a) - w_t x \}$$

Ωστόσο, όπως φαίνεται και από το διάγραμμα 9.1, καθώς η παραγωγικότητα αυξάνεται συμπαρασύροντας και τον μισθό προς τα πάνω, θα επέλθει τελικά το σημείο στο οποίο οποιαδήποτε ποσότητα εισροής ανθρωπίνου κεφαλαίου να δημιουργεί περισσότερο κόστος ($w_t x$) από έσοδα ($A_t f(x-a)$) με αποτέλεσμα η

παραγωγή να καθίσταται ασύμφορη. Το υψηλότερο όριο μισθού που η επιχείρηση δέχεται να πληρώσει δίνεται από την ακτίνα w^{\max} που εφάπτεται ακριβώς στη συνάρτηση παραγωγής. Πέρα από το σημείο αυτό η επιχείρηση δεν μπορεί να καλύψει το υψηλό επίπεδο μισθού και κλείνει αναγκάζοντας τον εργάτη που απασχολεί σε αναζήτηση νέας απασχόλησης. Γιατί όμως συμβαίνει αυτό; Απλούστατα γιατί ενώ ο μισθός επηρεάζεται θετικά από την ανάπτυξη, δε συμβαίνει το ίδιο με τη συνάρτηση παραγωγής η οποία είναι εγκλωβισμένη σε μια συγκεκριμένη τεχνολογία A_t . Έτσι οι επιχειρήσεις εν καιρώ καθίστανται αναποτελεσματικές και εγκαταλείπουν το κλάδο.



Σχεδιαγράμμα 9.1

Αλγεβρικά, έστω στη περίοδο τ προσδιορίζεται ο ανώτερος δυνατός μισθός w^{\max} και έστω η παραγωγική μονάδα λειτουργεί για ένα διάστημα S δηλαδή $\tau - t_0 = S$. Τότε ο ανώτατος μισθός προσαρμοσμένος στο επίπεδο τεχνολογίας θα είναι

$$w^{\max} = \frac{w_{\tau}}{A_t} = \frac{w_{t_0+S}}{A_t} = \frac{w_{t_0} e^{gS}}{A_t}, \text{ και λογαριθμίζοντας : } \ln(w^{\max}) - \ln(\frac{w_{t_0}}{A_t}) = gS.$$

Θέτοντας το δεξιό μέλος ίσο με Γ προκύπτει η συνθήκη : $S = \frac{\Gamma}{g}$ από όπου γίνεται

φανερό ότι τεχνική πρόοδος ($\uparrow g$) μειώνει το χρονικό διάστημα που η επιχείρηση θα λειτουργεί, εξωθώντας τον εργάτη σε γρηγορότερη είσοδο στην ανεργία.

Γιατί όμως η παραπάνω ανάλυση να συνεπάγεται ανεργία; Τη χρονική στιγμή $\tau + \varepsilon$ είναι αλήθεια ότι ένας εργάτης απολύεται, όμως την ίδια χρονική στιγμή μια καινούργια επιχείρηση που κατέχει τεχνολογία A_{τ} - και που συνεπώς μπορεί να

αντέξει τον υψηλό μισθό w_t - αναζητεί ένα εργάτη για να ξεκινήσει την παραγωγή της. Συνεπώς με αγορά εργασίας πλήρους πληροφόρησης κάθε απολυόμενος εργάτης θα έπρεπε να βρίσκει αμέσως δουλειά. Άρα είναι αναγκαίο να υποθέσουμε κάποιες ατέλειες στην αγορά εργασίας.

Η Εξίσωση Ανεργίας

Υποθέτουμε ότι μία επιχείρηση δεν βρίσκει αμέσως εργάτη αλλά μετά από $\frac{1}{q(v)}$ χρονικό διάστημα όπου το $q(v)$ είναι ο ρυθμός εύρεσης εργαζομένων και το v είναι οι κενές θέσεις. Αντίστοιχα υποθέτουμε ότι κάθε εργάτης κάνει $\frac{1}{p(v)}$ χρόνο να βρει δουλειά όπου το $p(v)$ είναι ο ρυθμός εύρεσης εργασίας. Με την ίδια λογική $\frac{1}{S}$ είναι η συχνότητα με την οποία οι εργαζόμενοι γίνονται άνεργοι ή αλλιώς είναι ο ρυθμός με τον οποίο καταστρέφονται οι δουλειές. Συνεπώς σε κάθε χρονική στιγμή η ροή εργατών προς την ανεργία θα είναι $\frac{1}{S}(1-u)$ όπου u είναι το μέρος των εργατών συνολικού αριθμού S που είναι άνεργοι. Η ροή εργατών έξω από την ανεργία τη κάθε χρονική στιγμή είναι ο ρυθμός εύρεσης εργασίας $p(v)$. Συνεπώς στην ισορροπία πρέπει να ισχύει: $\frac{1}{S}(1-u) = p(v)$, που είναι η εξίσωση ανεργίας και που με αντικατάσταση γράφεται:

$$u = 1 - \frac{\Gamma}{g} p(v)$$

Από τη παραπάνω συνθήκη φαίνεται η θετική σχέση μεταξύ ανεργίας και ανάπτυξης. Καθώς η τεχνική πρόοδος προχωρεί ο ρυθμός καταστροφής θέσεων εργασίας $\frac{1}{S}$ αυξάνεται αυξάνοντας παράλληλα τη μακροχρόνια ανεργία. Το αποτέλεσμα αυτό το ονομάζουμε άμεσο αποτέλεσμα δημιουργικής καταστροφής.

Οι Επιχειρήσεις Έρευνας

Σε συνθήκες ισορροπίας οι επιχειρήσεις που πραγματοποιούν R&D θα είναι αδιάφορες μεταξύ εισόδου στο κλάδο ή όχι εφόσον τα αναμενόμενα κέρδη από την είσοδο θα ισούνται με το κόστος εισόδου. Αλγεβρικά θα ισχύει η συνθήκη : $d = \frac{\lambda V}{r - g}$.

Το d είναι το σταθερό κόστος εισόδου. Ο όρος λV είναι το αναμενόμενο εισόδημα από τη δημιουργία μιας επιχείρησης έρευνας εφόσον λ είναι η πιθανότητα ανακάλυψης και V είναι η παρούσα αξία των κερδών. Το αναμενόμενο εισόδημα προεξοφλείται με το καθαρό συντελεστή $r - g$.

Ειδικότερα για να υπολογίσουμε την παρούσα αξία των κερδών(της τελικής επιχείρησης τα οποία και η επιχείρηση έρευνας καρπώνεται) πρέπει να έχουμε υπόψη ότι (α) οι επιχειρήσεις λειτουργούν – δηλαδή πραγματοποιούν κέρδη- για ένα συγκεκριμένο διάστημα S και (β) από τη στιγμή που θα αγοράσουν τη τεχνολογία,

οι επιχειρήσεις περιμένουν $\frac{1}{q(v)}$ μέχρι να βρουν εργάτη και να ξεκινήσουν να

παράγουν. Άρα έχουμε ότι : $V = e^{-r \frac{1}{q(v)}} \int_0^S e^{-rs} \Pi(.) ds$ και η συνθήκη εισόδου γίνεται :

$$d = [\lambda \cdot e^{-r \frac{1}{q(v)}} \int_0^S e^{-rs} \Pi(.) ds] / r - g$$

Παρατηρούμε τα εξής : Πρώτον, μία αύξηση της παραγωγικότητας ($\uparrow g$) θα μειώσει αφενός τη διάρκεια παραγωγής της επιχείρησης τελικού προϊόντος όπως φαίνεται από τα όρια του ολοκληρώματος, αφετέρου θα μειώσει τα κέρδη των εν λόγω επιχειρήσεων όπως εξηγήθηκε παραπάνω μέσω του διαγράμματος 9.1. Και τα δύο αυτά αποτελέσματα θα μειώσουν την παρούσα αξία των κερδών ($\downarrow V$) μειώνοντας το κίνητρο των επιχειρήσεων να παράγουν έρευνα και κατά συνέπεια τον αριθμό των παραγωγικών μονάδων τελικού προϊόντος και τις αντίστοιχες θέσεις τελικού προϊόντος. Το αποτέλεσμα αυτό το ονομάζουμε έμμεσο αποτέλεσμα δημιουργικής καταστροφής και ενισχύει το άμεσο αποτέλεσμα που αναφέρθηκε προηγουμένως προς την κατεύθυνση της αύξησης της ανεργίας. Δεύτερον, η αύξηση της παραγωγικότητας θα μειώσει το καθαρό επιτόκιο $r - g$, με το οποίο

οι επιχειρήσεις έρευνας προεξοφλούν τα αναμενόμενα κέρδη τους, ενθαρρύνοντας περισσότερες να εισέλθουν στο κλάδο και να δημιουργήσουν με την ίδια λογική που περιγράψαμε προηγουμένως νέες θέσεις εργασίας. Το αποτέλεσμα αυτό αποκαλείται αποτέλεσμα κεφαλαιοποίησης και λειτουργεί αντίθετα στο αποτέλεσμα δημιουργικής καταστροφής εφόσον υποδεικνύει μια αρνητική σχέση μεταξύ ανάπτυξης και ανεργίας.

Συμπερασματικά...

Είδαμε πώς η ανάπτυξη επηρεάζει την ανεργία μέσα σε μια οικονομία δύο κλάδων όπου η απασχόληση προσδιορίζεται από τις επιχειρήσεις τελικού προϊόντος. Η ανάπτυξη από τη μία καταστρέφει δουλειές και από την άλλη δημιουργεί νέες. Το ποιο από τα δύο αποτελέσματα (δημιουργικής καταστροφής ή κεφαλαιοποίησης) θα υπερισχύσει έχει να κάνει με τις παραμέτρους του μοντέλου.

10. Επιλεγμένα Θέματα Πολιτικής Οικονομίας

Στο κεφάλαιο αυτό ξεφεύγουμε ελάχιστα από το κυρίως θέμα μας - την ανάλυση των βασικών υποδειγμάτων ενδογενούς οικονομικής μεγέθυνσης- και εστιάζουμε στο χώρο της πολιτικής οικονομίας. Έτσι στο πρώτο τμήμα του κεφαλαίου εξετάζουμε τη σχέση ανάπτυξης και ανισότητας μέσα από ένα μοντέλο ενδογενούς ανάπτυξης (Alesina, A. and Rodrik, D. 1994. "Distributive Politics and Economic Growth" .*The Quarterly Journal of Economics.*), ενώ στο δεύτερο προσπαθούμε να κατανοήσουμε τις κύριες αιτίες που ευθύνονται για την τεράστια ανισοκατανομή του παγκόσμιου εισοδήματος (Acemoglu, D. 2003. "Root Causes: A historical approach to assessing the role of institutions in economic development". *Finance & Development.*).

Ανάπτυξη και Ανισότητα

Στο πρώτο λοιπόν τμήμα θα επιχειρήσουμε να μελετήσουμε τη σχέση μεταξύ ανάπτυξης και ανισότητας μέσα από ένα μοντέλο τύπου Barro (κεφάλαιο 4) εισάγοντας ετερογένεια μεταξύ των οικονομικών μονάδων. Ενώ δηλαδή μέχρι τώρα θεωρούσαμε τις οικονομικές μονάδες όμοιες και μας αρκούσε να βρούμε την άριστη συμπεριφορά μόνο μίας (αντιπροσωπευτικής), στο παρόν τμήμα οι οικονομικές μονάδες διαφέρουν ως προς τα χαρακτηριστικά τους και κατά επέκταση ως προς την άριστη συμπεριφορά τους. Το στοιχείο που διαφέρει ανάμεσα στις οικονομικές μονάδες είναι η προικοδότηση κεφαλαιακών στοιχείων που διαθέτουν. Η διαφορά αυτή θα διαμορφώσει για κάθε άτομο και μία διαφορετική προτίμηση σχετικά με το επίπεδο του φορολογικού συντελεστή που επιβάλλεται στο κεφάλαιο. Ωστόσο το επίπεδο φορολογικού συντελεστή έχει άμεσο αντίκτυπο στο επίπεδο με το οποίο αναπτύσσεται η οικονομία. Συνεπώς σε μια

δημοκρατία όπου ο διάμεσος ψηφοφόρος θα καθορίσει εν τέλει το φορολογικό συντελεστή, το πόσο κεφάλαιο έχει ο ψηφοφόρος αυτός- αν δηλαδή η κατανομή είναι ίση ή άνιση- θα επηρεάσει το ποσοστό ανάπτυξης.

Στο υπόδειγμα μας η συνάρτηση παραγωγής παίρνει τη μορφή : $Y = AK^a L^{1-a} g^{1-a}$ που είναι αυξουσών αποδόσεων κλίμακας. Για ευκολία μπορούμε να υποθέσουμε ότι η συνολική εργασία ισούται με τη μονάδα. Παράλληλα οι κυβερνητικές δαπάνες εξασφαλίζονται μέσα από τη φορολόγηση του κεφαλαίου, ισοσκελίζοντας σε κάθε περίοδο τον κυβερνητικό περιορισμό: $g = \tau K$. Τα οριακά προϊόντα κεφαλαίου και εργασίας δίνονται από:

$$r = \frac{dY}{dK} = Aa\left(\frac{g}{K}\right)^{1-a} L^{1-a} \xrightarrow{L=1} r = Aa\tau^{1-a}$$

$$\omega = \frac{dY}{dL} = A(1-a)K^a g^{1-a} L^{-a} = A(1-a)K^{a-1} K \cdot g^{1-a} \rightarrow \omega = \tau^{1-a} AK$$

Παρατηρούμε ότι : (α) Το επιτόκιο είναι ανεξάρτητο από το επίπεδο κεφαλαίου αλλά εξαρτημένο από το φορολογικό συντελεστή (έτσι εξασφαλίζεται και η ενδογενής ανάπτυξη). (β) Άμεση συνέπεια του πρώτου σημείου είναι ότι η καθαρή απόδοση του κεφαλαίου $r(\tau) - \tau$ εξαρτάται από το φόρο χωρίς ωστόσο να είναι ξεκάθαρο εξαρχής αν αύξηση του τ οδηγεί σε αύξηση ή όχι της καθαρής απόδοσης. Για μικρά επίπεδα φόρου η θετική σχέση επιτοκίου και συντελεστή $(\frac{dr}{d\tau} = Aa(1-a)\tau^{-\alpha} > 0)$ οδηγεί την καθαρή απόδοση σε αύξηση ωστόσο καθώς το τ αυξάνεται αφενός η αύξηση του επιτοκίου βαίνει μειούμενη αφετέρου ο όρος « $-\tau$ » αρχίζει να κάνει αισθητή την παρουσία του με αποτέλεσμα η καθαρή απόδοση να αρχίζει να πέφτει. Συνεπώς πρέπει να υπάρχει ένα άριστο τ που μεγιστοποιεί την απόδοση του κεφαλαίου. Το ποιό είναι αυτό το τ θα το βρούμε πιο κάτω όταν εξετάσουμε τη σχέση ανάπτυξης και φορολογικού συντελεστή. (γ) Σε σχέση με το μισθό τα πράγματα είναι πιο απλά. Αύξηση του τ συνεπάγεται αύξηση του μισθού γιατί οι κυβερνητικές δαπάνες που χρηματοδοτούνται από το φόρο, χρησιμοποιούνται για σκοπούς (υποδομές, έργα κλπ.) που αυξάνουν την παραγωγικότητα των εργατών.

Εξηγήσαμε παραπάνω ότι οι οικονομικές μονάδες διαφέρουν ως προς την ποσότητα κεφαλαίου που διαθέτουν. Έστω ο δείκτης $\sigma' = \frac{L'}{K'} \frac{K}{L}$ εκφράζει το σχετικό απόθεμα συντελεστών που διαθέτει το τυχαίο άτομο i . Άτομα πλούσια σε κεφάλαιο (καπιταλιστές) έχουν χαμηλά σ' ενώ άτομα φτωχά σε απόθεμα κεφαλαίου (εργάτες) έχουν υψηλό σ' . Κάθε άτομο i διαθέτει εισόδημα ίσο με :

$$Y^i = \omega L^i + (r(\tau) - \tau) K^i \rightarrow Y^i = \tau^{1-a} A K L^i + (r - \tau) K^i$$

Υποθέτοντας μια λογαριθμική συνάρτηση χρησιμότητας, το πρόβλημα μεγιστοποίησης του κάθε νοικοκυριού γράφεται :

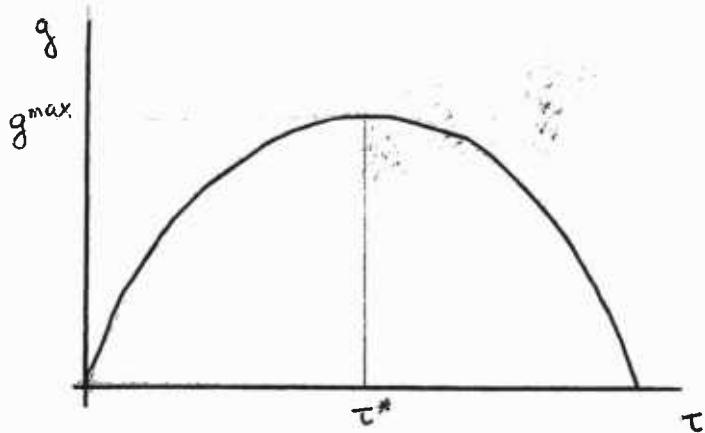
$$\max U^i = \int e^{-\rho t} \ln c^i dt \text{ s.t. } \dot{K}^i = \tau^{1-a} A K L^i + (r - \tau) K^i - c^i ,$$

το οποίο και δίνει ποσοστό ανάπτυξης : $\gamma_c = \gamma_K = r - \tau - \rho$.

Ας δούμε τώρα τη σχέση μεταξύ ποσοστού ανάπτυξης και φορολογικού συντελεστή:

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = r'(\tau) - 1 = A a (1-a) \tau^{-a} - 1$$

Άρα για $\tau < \tau^* = [A a (1-a)]^{\frac{1}{a}}$ αύξηση του φορολογικού συντελεστή συνεπάγεται αύξηση του ρυθμού ανάπτυξης ενώ για $\tau > \tau^*$ συνεπάγεται μείωση του ρυθμού. Το γ μεγιστοποιείται ακριβώς στο $\tau^* = [A a (1-a)]^{\frac{1}{a}}$. Η σχέση αυτή μεταξύ ρυθμού ανάπτυξης και φορολογικού συντελεστή απεικονίζεται στο διάγραμμα 10.1 και θυμίζει λίγο τη γνωστή καμπύλη Laffer. Η αιτία της συμπεριφοράς αυτής εξηγήθηκε παραπάνω στην παρατήρηση (β) όπου αναλύθηκε ότι στο τ^* η παραπέρα αύξηση του φόρου περισσότερο βλάπτει παρά ωφελεί την καθαρή απόδοση του κεφαλαίου με αποτέλεσμα πέρα από το σημείο αυτό να μειώνεται το κεφάλαιο που συσσωρεύεται και να πέφτει το επίπεδο του μακροχρόνιου ρυθμού ανάπτυξης.

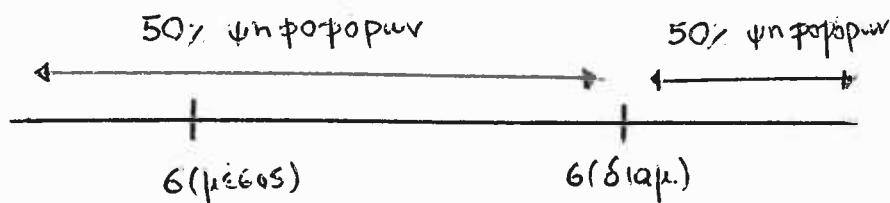


Σχεδιάγραμμα 10.1

Συνεπώς το επόμενο ερώτημα που προκύπτει είναι ποιο θα είναι τελικά το επίπεδο φορολογικού συντελεστή που θα επιβάλλει η κυβέρνηση και ποιός ο αντίστοιχος ρυθμός ανάπτυξης. Αρχικά επαναδιατυπώνουμε το εισόδημα του κάθε ατόμου ως εξής : $Y^i = \tau^{1-\alpha} AKL^i + (r - \tau)K^i \rightarrow Y^i = \tau^{1-\alpha} AK^i\sigma^i + [r - \tau]K^i$. Στη συνέχεια θεωρούμε πως είμαστε στο σταθερό μονοπάτι ανάπτυξης όπου : $r - \tau = \rho$ και συνεπώς : $Y^i = c^i + K^i(r - \tau - \rho) \rightarrow \tau^{1-\alpha} AK^i\sigma^i + (r - \tau)K^i = c^i + K^i(r - \tau) - K^i\rho$ και άρα προκύπτει ότι : $c^i = \tau^{1-\alpha} AK^i\sigma^i + \rho K^i$, που δίνει το επίπεδο κατανάλωσης του ατόμου i μακροχρόνια. Ο πρώτος όρος του δεξιού μέλους δίνει το εισόδημα που προέρχεται από εργασία ενώ ο δεύτερος από κεφάλαιο. Εάν το άτομο i είναι ένας καθαρός εισοδηματίας του οποίου το εισόδημα προέρχεται από την απόδοση των κεφαλαιακών περιουσιακών του στοιχείων και καθόλου από εργασία ($\sigma^i = 0$) τότε το επίπεδο κατανάλωσής του δίνεται από την εξίσωση $c^i = \rho K^i$. Σε αυτήν την περίπτωση ο εισοδηματίας επιθυμεί ένα επίπεδο φόρου που μεγιστοποιεί το ρυθμό ανάπτυξης του κεφαλαίου - δηλαδή την ποσότητα κεφαλαίου που δημιουργεί κάθε χρόνο η οικονομία- και συνεπώς το επίπεδο της κατανάλωσης του. Δηλαδή επιθυμεί $\tau = \tau^*$.

Ας επικεντρωθούμε τώρα στα υπόλοιπα άτομα με σ' θετικό, άτομα δηλαδή που μέρος του εισοδήματος του προέρχεται από εργασία. Η συμπεριφορά τους εξηγείται πάλι από τις παρατηρήσεις (β), (γ). Ο μισθός τους θα αυξάνεται καθώς ο φορολογικός συντελεστής αυξάνεται όμως τα περιουσιακά τους στοιχεία θα αρχίσουν να αποδίδουν λιγότερο έπειτα από ένα επίπεδο φόρου. Συνεπώς κάθε άτομο θα επιλέξει ένα τ τέτοιο που να ανταποκρίνεται στα αποθέματα κεφαλαίου

και εργασίας που διαθέτει. Το μόνο σίγουρο είναι πως δύο αυξάνεται το σ^2 τόσο θα αυξάνεται ο επιθυμητός φόρος. Άτομα με ελάχιστο επίπεδο κεφαλαίου αδιαφορούν για την καταστρεπτική επίδραση ενός υψηλού φορολογικού συντελεστή στην απόδοση του κεφαλαίου και εστιάζονται στην αύξηση της παραγωγικότητάς τους που επιτυγχάνει το υψηλό επίπεδο κυβερνητικών δαπανών μέσα από τον υψηλό φόρο.



Σχεδιαγράμμα 10.2

Έστω λοιπόν ότι η κυβέρνηση επιθυμεί να επιβάλλει φορολογικό συντελεστή που ανταποκρίνεται στις προσδοκίες του διάμεσου ψηφοφόρου. Σε συνθήκες ανισότητας το $\sigma(\text{διαμεσος})$ θα απέχει πολύ από το μέσο σ της οικονομίας. Μια τέτοια κατάσταση αναπαριστάται στο διάγραμμα 10.2 όπου το 50% των ψηφοφόρων έχει ελάχιστο κεφάλαιο όπως λίγο κεφάλαιο έχει και ο διάμεσος. Άμεση συνέπεια είναι να επιλέξει ένα επίπεδο φορολογικού συντελεστή αρκετά υψηλό ώστε να μειώσει το επίπεδο του μακροχρόνιου ρυθμού ανάπτυξης.

Συνεπώς μία πολιτική ανάπτυξης θα μπορούσε να στοχεύσει στην παροχή στο διάμεσο ψηφοφόρο δύο το δυνατόν περισσότερο κεφάλαιο ώστε να φτάσει το μέσο κεφάλαιο. Σε μια τέτοια περίπτωση θα αντιστέκεται σε πολιτικές υψηλής φορολόγησης του κεφαλαίου. Πάντως είναι γεγονός ότι το άριστο επίπεδο φορολόγησης που μεγιστοποιεί το ρυθμό δε θα επιτευχθεί ποτέ γιατί αποκλείεται ο μέσος ψηφοφόρος να μην έχει καθόλου εργασία αλλά μόνο κεφάλαιο. Στο κεφάλαιο 4 ο άριστος φόρος που μεγιστοποιεί το ρυθμό ανάπτυξης είναι μία ρεαλιστική πιθανότητα γιατί έχουμε ομογένεια μεταξύ των οικονομικών μονάδων. Εδώ όμως το ενδεχόμενο αυτό αποκλείεται.

Θεωρίες Υπανάπτυξης : Γεωγραφία ή Θεσμοί ;

Η σύγχρονη οικονομική πραγματικότητα αναδεικνύει τρομακτικές διαφορές στα εισοδήματα και στον τρόπο ζωής μεταξύ των διαφόρων χωρών του κόσμου. Βασικός ρόλος της οικονομικής θεωρίας οφείλει να είναι η ερμηνεία και η αντιμετώπιση τέτοιων φαινομένων. Ωστόσο οι απόψεις σχετικά με το τι κρατά κάποιες χώρες στη φτώχεια και τι ωθεί κάποιες άλλες να αναπτυχθούν διαφέρουν. Η χαμηλή ποιότητα του εκπαιδευτικού συστήματος, το απαρχαιωμένο κεφάλαιο, η μικροί ρυθμοί αφομοίωσης της τεχνολογίας του εξωτερικού, οι υψηλοί ρυθμοί γεννητικότητας αποτελούν μάλλον χαρακτηριστικά της υπανάπτυξης παρά πρωτογενείς αιτίες της. Οι δύο κύριοι παράγοντες που διεκδικούν στη βιβλιογραφία το ρόλο της βασικής αιτίας της υπανάπτυξης είναι η γεωγραφία και οι θεσμοί.

Και οι δύο παράγοντες συσχετίζονται θετικά με την υπανάπτυξη. Αν κανείς κοιτάξει το παγκόσμιο χάρτη θα δει ότι οι περισσότερες φτωχές περιοχές συγκεντρώνονται σε ιδιαίτερα θερμά κλίματα με ελάχιστες βροχοπτώσεις και χωρίς διέξοδο σε θάλασσα. Από την άλλη αν κάποιος συγκεντρώσει όλες τις αναπτυγμένες χώρες θα δει ότι όλες χαρακτηρίζονται από δομημένα θεσμικά πλαίσια που υποστηρίζουν και ενθαρρύνουν την οικονομική ζωή. Τέτοιοι θεσμοί είναι η προστασία της ατομικής ιδιοκτησίας, η παροχή ίσων ευκαιριών, η συμμετοχή στην πολιτική απόφαση, ο περιορισμός της ισχύς των ελίτ μέσα από ανεξάρτητες νομικές αρχές κλπ. Ωστόσο το γεγονός ότι ευνοϊκές γεωγραφικές συνθήκες συμβαδίζουν με ανάπτυξη δε σημαίνει ταυτόχρονα ότι η οικονομική πρόοδος έχει ως αιτία τη γεωγραφία. Μπορεί να υπάρχουν άλλες μεταβλητές που έχουν παραληφθεί από την ανάλυση (omitted variables) και επηρεάζουν την εξαρτημένη μεταβλητή χωρίς ο ερευνητής να το γνωρίζει. Φυσικά το ίδιο ισχύει και για τους θεσμούς.

Θα ήταν ενδιαφέρον λοιπόν να δούμε πως η ανάπτυξη επηρεάζεται αν ένας από τους παράγοντες αυτούς- και συγκεκριμένα το θεσμικό πλαίσιο- μεταβληθεί με σταθερούς τους άλλους παράγοντες που μπορούν να επηρεάσουν την οικονομική μεγέθυνση συμπεριλαμβανομένου και του γεωγραφικού παράγοντα. Ένα τέτοιο «οικονομετρικό εργαστήριο» προσφέρει η περίοδος της αποικιοκρατίας κατά την

οποία τεράστιες περιοχές του κόσμου κατακτήθηκαν από τους Ευρωπαίους. Η αποικιοποίηση των νέων εδαφών συνοδεύτηκε με μία ριζική αλλαγή στο υπάρχων θεσμικό πλαίσιο άλλοτε καλή και άλλοτε όχι. Εάν η γεωγραφία είναι τελικά ο παράγοντας κλειδί στην ερμηνεία της υπανάπτυξης, περιοχές πλούσιες πριν την αποικιοκρατία θα πρέπει να παρέμειναν πλούσιες και μετά την άφιξη των Ευρωπαίων. Αντίθετα αν οι θεσμοί είναι η κύρια πηγή της υπανάπτυξης τότε περιοχές στις οποίες επιβλήθηκαν σωστοί θεσμοί θα πρέπει να αναπτύχθηκαν οικονομικά ανεξάρτητα από τις όποιες ευνοϊκές ή μη γεωγραφικές συνθήκες.

Σε γενικές γραμμές οι Ευρωπαίοι δεν υιοθέτησαν κοινή αποικιοκρατική στρατηγική. Σε χώρες στις οποίες τους ενδιέφεραν μόνο ο ορυκτός πλούτος, η προμήθεια σκλάβων ή τα τοπικά προϊόντα (Ινδία) λειτούργησαν καταστρεπτικά επιβάλλοντας μία θεσμική δομή ταυτομένη με τα συμφέροντά τους και αδιαφορώντας για τη γενικότερη προοπτική της τοπικής οικονομίας. Αντιθέτως όπου υπήρχε εναπόθεση πληθυσμού (ΗΠΑ, Αυστραλία), οι άποικοι φρόντισαν να δημιουργήσουν μία οργανωμένη θεσμική δομή που έδινε κίνητρα στην ανάπτυξη που ενθάρρυνε την ατομική πρωτοβουλία και που έβαζε κάποιο μέτρο στην ασυδοσία των ισχυρών.

Δεδομένης λοιπόν της παραπάνω ανάλυσης τι μας δείχνει η Ιστορία; Πρώτον, ότι ο γεωγραφικός παράγοντας έχει μικρότερη ισχύ από ότι γενικά πιστεύεται. Περιοχές ιδιαίτερα αναπτυγμένες γύρω στα 1500 όπως η Ινδία παρουσίασαν μεγάλη πτώση στις οικονομικές τους επιδόσεις και χρειάστηκαν μεγάλες προσπάθειες για να ξαναμπούν στο μονοπάτι της οικονομικής ανάπτυξης. Και δεύτερον, ότι το θεσμικό πλαίσιο είναι πράγματι ο κύριος υπαίτιος της οικονομικής προόδου. Περιοχές στις οποίες επιβλήθηκαν θεσμοί κατάλληλοι για την πραγματοποίηση οικονομικής ανάπτυξης όπως ο Καναδάς ή η Αυστραλία, σήμερα θεωρούνται οικονομικές δυνάμεις.

Σύνοψη Υποδειγμάτων

Ας επιχειρήσουμε να κάνουμε μια διάκριση μεταξύ των υποδειγμάτων που αναλύσαμε με κριτήριο τη πηγή της ενδογενούς ανάπτυξης. Είναι γεγονός ότι όλα τα μοντέλα ενδογενούς μεγέθυνσης καταφέρνουν να αποφύγουν τις φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας. Ωστόσο ο τρόπος με τον οποίο επιτυγχάνεται αυτό επιτρέπει την κατηγοριοποίηση των υποδειγμάτων. Συγκεκριμένα :

1) Εξωτερικότητα : Ο πρώτος τρόπος με τον οποίο αποφεύγονται οι φθίνουσες αποδόσεις είναι η εισαγωγή κάποιας εξωτερικότητας στο μοντέλο. Συγκεκριμένα υποθέτουμε ότι υπάρχει ένας συντελεστής X , πέραν του κεφαλαίου και της εργασίας ο οποίος αυξάνει το εισόδημα της οικονομίας με ένα έμμεσο τρόπο. Στο υπόδειγμα του Romer (86) ο συντελεστής αυτός είναι το συνολικό κεφάλαιο της οικονομίας κ , στο υπόδειγμα του Lucas είναι το ανθρώπινο κεφάλαιο h ενώ στο μοντέλο του Barro είναι οι κυβερνητικές δαπάνες g οι οποίες ισούνται με ένα ποσοστό του συνολικού εισοδήματος. Συνεπώς οποιοδήποτε υπόδειγμα με συνάρτηση παραγωγής της μορφής $Y = K^\alpha L^{1-\alpha} X^\beta$ που ενσωματώνει την υπόθεση ότι το X είναι ένας είδους συντελεστής που επηρεάζει μέσω μιας εξωτερικότητας το συνολικό προϊόν, εμπίπτει σε αυτή την κατηγορία.

2) Ατέλειες Αγοράς : Η επόμενη κατηγορία υποδειγμάτων ενδογενούς ανάπτυξης σχετίζονται με κάποια ατέλεια στη λειτουργία της αγοράς η οποία και επιτρέπει μονοπωλιακά κέρδη. Στη κατηγορία αυτή εμπίπτουν το πολυκλαδικό μοντέλο του Romer (90) καθώς και το Σουμπετεριανό υπόδειγμα που αναλύσαμε στο κεφάλαιο 8. Ειδικότερα, σε αυτά τα μοντέλα η συνάρτηση παραγωγής μπορεί να είναι της μορφής : $Y = L^{1-\alpha} \int_0^A x_i^\alpha di$, όπως συμβαίνει με το υπόδειγμα του Romer, και όπου το

προϊόν συσχετίζεται θετικά με τον αριθμό των τεχνολογικών εισροών που είναι διαθέσιμες τη κάθε χρονική περίοδο. Αντίστοιχα η συνάρτηση παραγωγής θα μπορούσε να είναι της μορφής : $Y_i = \gamma^i x_i^\alpha$, όπως συμβαίνει με το υπόδειγμα των Aghion-Howitt, όπου i είναι ο αριθμός της καινοτομίας. Κάθε επόμενη ,

ποιοτικότερη καινοτομία αυξάνει αυτόματα το προϊόν της οικονομίας. Το σημαντικό με αυτού του είδους τις συναρτήσεις παραγωγής είναι ότι όσο συνεχίζεται η ερευνητική δραστηριότητα τόσο το συνολικό προϊόν απομακρύνεται από το «σκόπελο» των φθινουσών αποδόσεων. Τι εξασφαλίζει λοιπόν ότι οι επιχειρήσεις του τεχνολογικού κλάδου θα συνεχίζουν με σταθερούς ρυθμούς την διεξαγωγή έρευνας και δε θα σταματήσουν έπειτα από ένα σημείο, οδηγώντας την οικονομία σε ύφεση; Μα πολύ απλά η ύπαρξη μονοπωλιακής διάρθρωσης στον τομέα παραγωγής των εισροών. Εφόσον κάθε τεχνολογία συνοδεύεται με μία πατέντα, ο παραγωγός των εισροών μπορεί να αποσπάσει μονοπωλιακά κέρδη εφόσον προσφέρει ένα μοναδικό προϊόν στην αγορά. Τα κέρδη αυτά όμως τα καρπώνονται οι επιχειρήσεις έρευνας που έκαναν εξαρχής την ανακάλυψη και τους είναι ιδιαίτερα χρήσιμα. Ας δούμε το γιατί: Ο τεχνολογικός τομέας χαρακτηρίζεται από την ύπαρξη κάποιας εξωτερικότητας που κάνει παραγωγικότερους τους ερευνητές οι οποίοι ζητούν να πληρωθούν με ένα υψηλότερο μισθό. Οι επιχειρήσεις έρευνας είναι σε θέση να πληρώσουν αυτούς τους μισθούς εφόσον χρεώνουν την τιμή της τεχνολογίας ίση με τα μονοπωλιακά κέρδη που βγάζει η επιχείρηση εισροών του ενδιάμεσου σταδίου. Εάν ο ενδιάμεσος κλάδος χαρακτηρίζόταν αντίθετα από πλήρη πληροφόρηση με την έννοια ότι κάθε επιχείρηση μπορούσε να έχει πρόσβαση στις ανακαλύψεις του πρώτου σταδίου, ο ανταγωνισμός θα έσπρωχνε τα κέρδη στο μηδέν και οι ερευνητές του πρώτου σταδίου δε θα μπορούσαν να πληρωθούν αντίστοιχα με το οριακό τους προϊόν με αποτέλεσμα να εγκαταλείψουν τον κλάδο έρευνας και ο ρυθμός καινοτομιών να πέσει. Από τη συνάρτηση παραγωγής γίνεται φανερό ότι μαζί θα πέσει και το εισόδημα της οικονομίας. Βλέπουμε λοιπόν πως στα υποδείγματα αυτά η εξωτερικότητα σε πρώτο στάδιο και η μονοπωλιακή διάρθρωση της αγοράς σε δεύτερο διατηρούν την οικονομία σε ένα θετικό μακροχρόνιο επίπεδο ανάπτυξης.

3) Πολιτική Οικονομία: Η τρίτη κατηγορία υποδειγμάτων ψάχνει να βρει τον καθοριστικό παράγοντα που δημιουργεί ανάπτυξη στο πολιτικό επίπεδο. Στα κεφάλαιο 10 είδαμε το ρόλο που μπορεί να διαδραματίσει η ανισότητα στον καθορισμό του επιπέδου ανάπτυξης. Υπονοήσαμε επίσης την επίδραση που μπορεί να έχει ο τρόπος καθορισμού των συλλογικών αποφάσεων. Το αν στην κοινωνία υφίσταται πλήρης δημοκρατία με αποτέλεσμα να αποφασίζει ο διάμεσος ψηφοφόρος ή αν κάποια άτομα έχουν μεγαλύτερη πολιτική δύναμη από τα άλλα

(πολιτική ανισότητα) επηρεάζει σημαντικά το ρυθμό μεγέθυνσης. Από την άλλη αναδείξαμε τη σπουδαιότητα του ρόλου των θεσμών στη διαδικασία της οικονομικής ανάπτυξης. Γενικότερα σε αυτή την κατηγορία εμπίπτει όποιο μοντέλο δανείζεται στοιχεία από το πολιτικό επίπεδο για να αιτιολογήσει την οικονομική ανάπτυξη. Βέβαια το ποια στοιχεία ανήκουν στο πολιτικό και ποια στο οικονομικό επίπεδο δεν είναι πάντα πλήρως ξεκάθαρο ωστόσο θα μπορούσαμε να πούμε πως σε αυτή την ομάδα μοντέλων η ανάλυση εστιάζει σε στοιχεία που δεν θεωρούνται αμιγώς οικονομικά.

Παράρτημα: Εμπειρική Εκτίμηση Παραγόντων

Ανάπτυξης

Στο παράρτημα επιχειρούμε μια εμπειρική εκτίμηση της σημαντικότητας των παραγόντων που επηρεάζουν την οικονομική ανάπτυξη. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιούμε στοιχεία από την αμερικάνικη οικονομία για την περίοδο 1960-1965 με 2000. Δηλαδή η ανάλυσή μας είναι μια ανάλυση χρονολογικών σειρών. Στην προσπάθειά μας να εκτιμήσουμε την επίδραση που έχουν οι διάφοροι οικονομικοί παράγοντες θα έρθουμε αντιμέτωποι με δύο προβλήματα. Το πρώτο αφορά τη στασιμότητα των μεταβλητών και είναι το γνωστό πρόβλημα που αντιμετωπίζει κάθε ανάλυση χρονολογικών σειρών και το δεύτερο αφορά την ορθή εξειδίκευση του υποδείγματος. Ωστόσο, όπως θα δούμε, τα δύο προβλήματα δεν αντιμετωπίζονται με την ίδια ευκολία.

Στο πρώτο μέρος του παραρτήματος κάνουμε μία παρουσίαση των μεταβλητών που θα χρησιμοποιήσουμε και αναφερόμαστε στις πηγές από τις οποίες αντλήθηκαν τα στοιχεία. Στο δεύτερο μέρος εξηγούμε τη φύση των προβλημάτων και προτείνουμε τρόπους αντιμετώπισής τους. Τέλος στο τρίτο μέρος σχολιάζουμε τα αποτελέσματα της εκτίμησης των οικονομικών μεταβλητών.

1. Στοιχεία και Πηγές

Τα στοιχεία που χρησιμοποιούμε προέρχονται από το Penn World Tables (version 6.1) αλλά από το OECD και από το LIS-CWS database.

Για την εύρεση του ρυθμού ανάπτυξης (gy) της αμερικάνικης οικονομίας χρησιμοποιούμε το πραγματικό ΑΕΠ ανά κάτοικο σε σταθερές τιμές ($rgdpl$). Το πόσο ανοικτή είναι η οικονομία μετριέται μέσω του ποσοστού του αθροίσματος των εισαγωγών και των εξαγωγών στο πραγματικό ΑΕΠ πάλι σε σταθερές τιμές

$(trade = \frac{X + M}{rgdp})$. Ορίζουμε ως $gtrade$ την ποσοστιαία μεταβολή αυτού του δείκτη.

Εν συνεχεία ως δείκτη της παρουσίας του κυβερνητικού τομέα χρησιμοποιούμε το μερίδιο του κυβερνητικού τομέα στο πραγματικό ΑΕΠ ανά κάτοικο ($govshare$) ενώ συμβολίζουμε με $ggovshare$ την ποσοστιαία μεταβολή αυτού του μεριδίου. Ως δείκτη της ποιότητας του ανθρωπίνου κεφαλαίου χρησιμοποιούμε το προσδόκιμο ζωής ($life$) και ορίζουμε ως $glife$ την ποσοστιαία μεταβολή του. Επίσης στην ανάλυσή μας χρησιμοποιούμε την ποσοστιαία μεταβολή του ποσοστού ανεργίας ($gunemp$) και τη ποσοστιαία μεταβολή του πληθυσμού ($gpopul$). Τέλος συμβολίζουμε με τον όρο $political$ μία μεταβλητή που εκφράζει την επίδραση του πολιτικού επιπέδου στο ρυθμό ανάπτυξης. Για να το κάνουμε αυτό υποθέτουμε κάπως σχηματικά πως το Ρεπουμπλικανικό κόμμα εστιάζεται περισσότερο στη δημιουργία κινήτρων για την ενθάρρυνση της ανάπτυξης ενώ το κόμμα των Δημοκρατικών διαστρεβλώνει τέτοια κίνητρα μέσω πολιτικών αναδιανομής εισοδήματος. Συνεπώς η μεταβλητή $political$ παίρνει την τιμή 1 τις τετραετίες που οι Ρεπουμπλικάνοι έχουν εκλεγεί και την τιμή 0 σε περιόδους θητείας των Δημοκρατικών. Οι τιμές των παραπάνω μεταβλητών φαίνεται στους Πίνακες A.1 και A.2.

2. Οικονομετρικά προβλήματα

α) Στασιμότητα των ερμηνευτικών μεταβλητών:

Στην ανάλυση μας εστιαζόμαστε στην ανάλυση μεταβλητών που παρουσιάζονται με τη μορφή χρονολογικών σειρών. Χρονολογική σειρά είναι ένα δείγμα x_1, x_2, x_3, \dots , όπου ο δείκτης παριστάνει ισαπέχοντα χρονικά διαστήματα. Οι παρατηρήσεις αυτές αποτελούν πραγματοποιήσεις της στοχαστικής διαδικασίας που είναι μια άπειρη ακολουθία τυχαίων μεταβλητών X_1, X_2, X_3, \dots . Συνεπώς όταν ερχόμαστε αντιμέτωποι με κάποιες παρατηρήσεις x_1, x_2, x_3, \dots το ερώτημα που προκύπτει είναι αν οι παρατηρήσεις αυτές είναι όντως τιμές μιας άπειρης ακολουθίας τυχαίων

μεταβλητών ή αν προέρχονται από την ίδια, μοναδική τυχαία μεταβλητή. Το δεύτερο ισχύει αν για κάθε χρονική περίοδο ο μέσος και η διακύμανση της τυχαίας μεταβλητής παραμένουν σταθερά ($E(X_t), Var(X_t) = c$), ενώ σταθερή παραμένει επίσης η συνδιακύμανση μεταξύ δύο τ.μ. που αντιστοιχούν σε ένα σταθερό πάντα χρονικό διάστημα ($Cov(X_t, X_{t+k}) = c$). Όταν ισχύουν τα παραπάνω λέμε ότι οι χρονολογικές σειρές είναι στάσιμες. Η ύπαρξη ή μη στασιμότητας στις χρονολογικές σειρές είναι καίριας σημασίας για δύο λόγους: Πρώτον, επειδή το κλασικό μοντέλο παλινδρομήσεως μπορεί να χειριστεί μόνο στάσιμες τυχαίες μεταβλητές. Δεύτερον, γιατί η μη ύπαρξη στασιμότητας συνεπάγεται το φαινόμενο της φαινομενικής παλινδρόμησης (spurious regression) σύμφωνα με την οποία οι εκτιμήσεις μας προσδίδουν «καλά» αποτελέσματα (για παράδειγμα υψηλή τιμή του συντελεστή προσδιορισμού R^2), χωρίς όμως να υπάρχει σχέση αιτιότητας ή συγκεκριμένη οικονομική σημασία μεταξύ των μεταβλητών της εξίσωσης.

Ο πλέον συνήθης τρόπος που χρησιμοποιείται ευρύτατα στην ανάλυση χρονολογικών σειρών με σκοπό τη διαπίστωση ή όχι στασιμότητας είναι ο έλεγχος μοναδιαίας ρίζας. Έστω ότι μία χρονολογική σειρά μπορεί να περιγραφεί από το AR(1) υπόδειγμα: $X_t = a + \phi X_{t-1} + u_t$. Δεδομένου ότι το ϕ είναι θετικό η σειρά θα είναι στάσιμη αν $0 < \phi < 1$. Για να ελεγχθεί λοιπόν η υπόθεση $H_0 : \phi = 1$ έναντι της εναλλακτικής $H_1 : \phi < 1$, αρκεί να εκτιμήσουμε με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων το ϕ και στη συνέχεια να γίνει ο έλεγχος με το στατιστικό $t = \frac{\hat{\phi} - 1}{s_{\hat{\phi}}}$.

Ωστόσο προβλήματα ανακύπτουν που έχουν να κάνουν με το γεγονός ότι η κατανομή t ή F στην περίπτωση αυτή δε συμπίπτει με τις γνωστές κατανομές και με το ότι ο εκτιμητής $\hat{\phi}$ είναι μεροληπτικός. Για αυτό το λόγο οι Dickey και Fuller επαναπαραμετροποίησαν το υπόδειγμα ως εξής:

$$X_t = a + \phi X_{t-1} + u_t \xrightarrow{-X_{t-1}} \Delta X_t = a + (\phi - 1) X_{t-1} + u_t \rightarrow \Delta X_t = a + \phi^* X_{t-1} + u_t$$

Γίνεται φανερό ότι ο προηγούμενος έλεγχος $H_0 : \phi = 1$ ισοδυναμεί τώρα με τον

έλεγχο $H_0 : \phi^* = 0$. Ο έλεγχος πραγματοποιείται με τη βοήθεια του στατιστικού $\frac{\hat{\phi}^*}{s_{\hat{\phi}}}$

και των πινάκων της κατανομής που κατασκεύασαν οι ίδιοι Dickey και Fuller. Ο προηγούμενος έλεγχος για την ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας σε ένα AR(1) σχήμα μπορεί να εφαρμοστεί και στη γενικότερη περίπτωση μιας AR(r) διαδικασίας :

$$\Delta X_t = a + \phi^* X_{t-1} + \phi_1^* X_{t-2} + \dots + \phi_{r-1}^* X_{t-r+1} + u_t, \quad \phi^* = \phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_r - 1$$

Ένας άλλος τρόπος για να αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα της φαινομενικής παλινδρόμησης είναι η διαπίστωση ύπαρξης συνολοκλήρωσης μεταξύ των χρονολογικών σειρών. Η ύπαρξη συνολοκλήρωσης συνεπάγεται την ύπαρξη μακροχρόνιας σχέσης μεταξύ των σειρών. Στην απλούστερη περίπτωση δύο σειρές είναι συνολοκληρώσιμες εάν είναι και οι δύο $I(1)$ δηλαδή δεν είναι οι ίδιες στάσιμες αλλά οι πρώτες διαφορές τους, και εάν κάποιος γραμμικός συνδυασμός τους είναι $I(0)$ δηλαδή στάσιμος. Ο έλεγχος συνολοκλήρωσης πραγματοποιείται μέσω του σχήματος : $\Delta e_t = \phi^* e_{t-1} + \phi_1^* \Delta e_{t-2} + \dots + u_t$, όπου τα e_t είναι οι εκτιμήσεις των αποκλίσεων από την ισορροπία. Η υπόθεση $H_0 : \phi^* = 0$ ισοδυναμεί με στασιμότητα των e_t και συνολοκλήρωση των σειρών.

Στην περίπτωσή μας πραγματοποιούμε επαυξημένους ελέγχους Dickey και Fuller για τον έλεγχο μοναδιαίας ρίζας. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο Πίνακα B για τα επίπεδα σημαντικότητας 1%, 5% και 10% .

β) Ορθή εξειδίκευση υποδείγματος: Το δεύτερο πρόβλημα έχει να κάνει με το γεγονός ότι παράλειψη σημαντικών ερμηνευτικών μεταβλητών μπορεί να οδηγήσει σε αλλοίωση των αποτελεσμάτων. Για παράδειγμα έστω ότι ένας ερευνητής εκτιμά το υπόδειγμα $Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + u$ αντί του σωστού $Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + u$ δηλαδή παραλείπει τη μεταβλητή X_3 . Σε αυτή την περίπτωση ο διαταρακτικός όρος περιλαμβάνει όχι μόνο τυχαία γεγονότα αλλά και την ίδια τη μεταβλητή X_3 . Αν οι μεταβλητές X_2 και X_3 συσχετίζονται τότε η μεταβλητή X_2 και ο διαταρακτικός όρος συσχετίζονται. Προφανές επακόλουθο μιας τέτοιας κατάστασης είναι ότι ο εκτιμητής OLS είναι μεροληπτικός και ασυνεπής.

Δηλαδή για να διατυπωθεί ορθά το υπόδειγμα πρέπει να μην παραλείπει από το δεξί μέρος μεταβλητές που συσχετίζονται με τα κατάλοιπα. Επειδή η ανεπάρκεια των

στοιχείων και η πολυπλοκότητα των οικονομικών σχέσεων κάνει τη μη παράλειψη ερμηνευτικών μεταβλητών εξαιρετικά δύσκολη , η οικονομετρία χρησιμοποιεί τη μέθοδο των βιοθητικών μεταβλητών σύμφωνα με την οποία αν βρεθεί μία μεταβλητή που συσχετίζεται με την ερμηνευτική μεταβλητή αλλά όχι με τα κατάλοιπα τότε μπορούμε να βρούμε συνεπείς εκτιμητές.

3. Η επίδραση των μεταβλητών στην ανάπτυξη

Στο τμήμα αυτό τρέχουμε παλινδρομήσεις με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων για να εξετάσουμε τις συνέπειες που έχουν πάνω στο ρυθμό ανάπτυξης συγκεκριμένα οικονομικά μεγέθη. Ως πρώτο βήμα τρέχουμε μία παλινδρόμηση που στο δεξί μέλος περιλαμβάνει μόνο το ρυθμό αύξησης του κυβερνητικού μεριδίου *ggovshare* , τη ποσοστιαία μεταβολή στο δείκτη «εμπορίου» μιας χώρας *gtrade* , τη ποσοστιαία μεταβολή του πληθυσμού *gropul* και την πολιτική μεταβλητή *political* . Επίσης θεωρώντας πως η ανάπτυξη επηρεάζεται και από τις δαπάνες της προηγούμενης περιόδου περιλαμβάνουμε και τη μεταβλητή *ggovshare(-1)* . Ο λόγος που κρατάμε απέξω τις μεταβλητές *glife* και *gunemp* είναι ότι αυτές επιφέρουν μείωση του δείγματός μας. Τα αποτελέσματα φαίνονται στο Πίνακα Γ.1. . Άνοιγμα στο εμπόριο κάνει «καλό» στην ανάπτυξη κάτι που δεν ισχύει με την αύξηση του ρυθμού αύξησης του πληθυσμού και της πολιτικής μεταβλητής. Οι κυβερνητικές δαπάνες επηρεάζουν με διπτό τρόπο την ανάπτυξη. Σύμφωνα με τα αποτελέσματά μας αύξηση του μεριδίου την τρέχουσα περίοδο επηρεάζει αρνητικά την ανάπτυξη ενώ οι δαπάνες της προηγούμενης περιόδου την επηρεάζουν θετικά. Ωστόσο πρέπει να λάβουμε υπόψη πως εδώ οι κυβερνητικές δαπάνες μετριόνται γενικά. Τα αποτελέσματά μας θα ήταν διαφορετικά αν διαθέταμε στοιχεία ώστε να διακρίνουμε τις δαπάνες σε παραγωγικές (επενδύσεις) και μη-παραγωγικές (κατανάλωση και μισθοί). Επίσης οι συντελεστές είναι όλοι στατιστικά σημαντικοί για επίπεδο σημαντικότητας 5% εκτός από τη μεταβλητή *gropul* .

Αν εισάγουμε τώρα τις μεταβλητές *glife* και *gunemp* τα αποτελέσματα (Πίνακας Γ.2) αλλάζουν. Αρχικά ο δείκτης εμπορίου και η πολιτική μεταβλητή δημιουργούν τα αντίστροφα αποτελέσματα από πριν. Επίσης προκύπτει ότι η ανεργία επηρεάζει

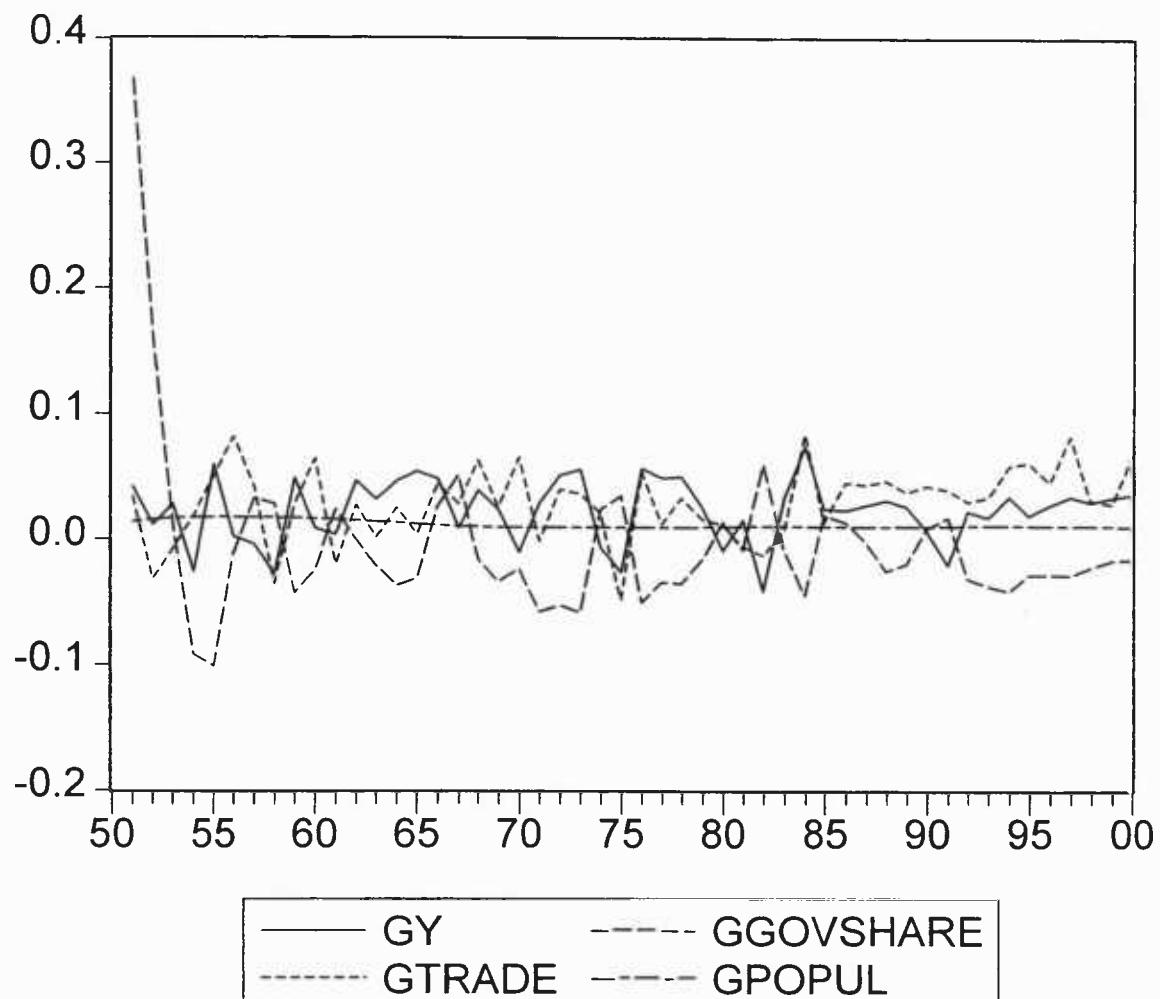
αρνητικά την ανάπτυξη ενώ το ανθρώπινο κεφάλαιο θετικά. Το αρνητικό σχετικά με τη δεύτερη παλινδρόμηση είναι ότι όλοι οι συντελεστές εκτός των μεταβλητών *govshare* και *gupemp*, θεωρούνται στατιστικά ασήμαντοι για επίπεδο σημαντικότητας 5%.

Είναι γεγονός ότι τα αποτελέσματά μας υπόκεινται σε σοβαρότατη κριτική που εστιάζεται πρώτα από όλα στο πρόβλημα της εξειδικεύσεως που αναλύσαμε παραπάνω. Είναι δεδομένο πως υπάρχουν και άλλοι παράγοντες που συσχετίζονται με τα κατάλοιπα και που συνεπώς θα έπρεπε να συμπεριληφθούν στο υπόδειγμα. Ένα ορθά διατυπωμένο υπόδειγμα πιθανώς θα τροποποιούσε ριζικά το πρόσημο και το μέγεθος των συντελεστών. Και δυστυχώς η χρήση μιας «σωστής» βιοθητικής μεταβλητής που θα απορροφούσε μέρος της επίδρασης των μεταβλητών που έχουν παραληφθεί είναι υπόθεση εξαιρετικά δύσκολη και αντικείμενο έντονων διαφωνιών μεταξύ των εμπειρικών αναλυτών.

Ωστόσο θα μπορούσαμε να πούμε πως στόχος αυτού του παραρτήματος είναι μάλλον μία εισαγωγική προσέγγιση στις μεθόδους και στα προβλήματα που συναντά κανείς όταν ασχολείται με το θέμα των χρονολογικών σειρών σε ένα ιδιαίτερα πολύπλοκο ζήτημα όπως αυτό της οικονομικής ανάπτυξης παρά ένα τελικό πόρισμα σχετικά με την επίδραση συγκεκριμένων παραγόντων στην μεγέθυνση μιας χώρας.

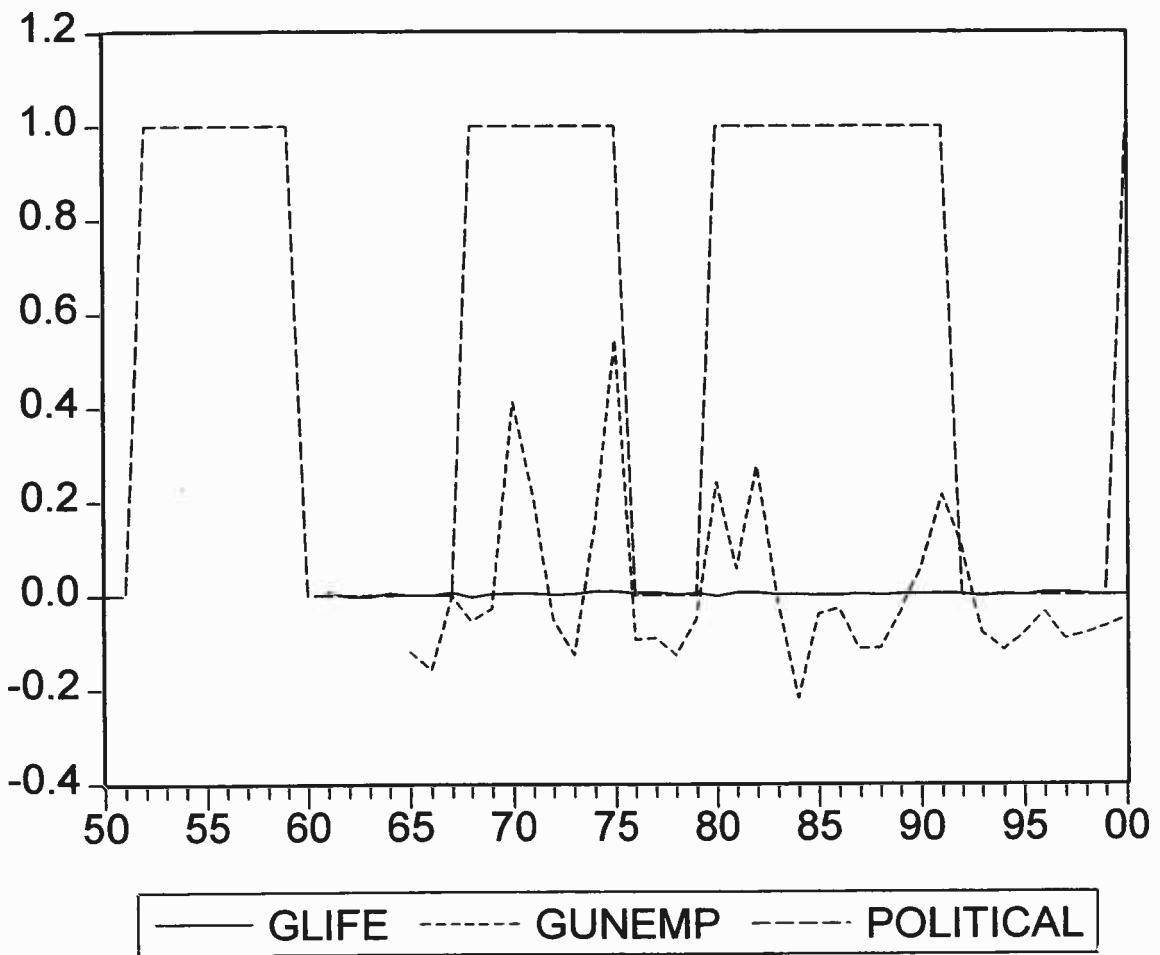
obs	GY	GTRADE	GGOVSHARE	GPOPUL
1950	NA	NA	NA	NA
1951	0.041975	0.034053	0.368133	0.013956
1952	0.011469	-0.031733	0.161643	0.015623
1953	0.028231	-0.007998	0.011541	0.016733
1954	-0.026612	0.018915	-0.091695	0.017380
1955	0.059768	0.050275	-0.101204	0.017655
1956	0.002382	0.081815	-0.011139	0.017651
1957	-0.004220	0.042066	0.032704	0.017451
1958	-0.028755	-0.035573	0.028333	0.017123
1959	0.049121	0.027667	-0.043041	0.016722
1960	0.008566	0.064265	-0.024706	0.016270
1961	0.003777	-0.019675	0.023952	0.015754
1962	0.046764	0.027506	-0.000377	0.015140
1963	0.032145	0.001776	-0.021525	0.014380
1964	0.046581	0.025397	-0.037089	0.013463
1965	0.054269	0.004348	-0.031225	0.012468
1966	0.048431	0.043772	0.026485	0.011426
1967	0.008901	0.027991	0.051444	0.010490
1968	0.039060	0.062945	-0.016748	0.009811
1969	0.023827	0.025863	-0.034655	0.009475
1970	-0.010519	0.065488	-0.024380	0.009394
1971	0.029032	-0.001573	-0.058429	0.009403
1972	0.051060	0.039882	-0.053755	0.009394
1973	0.055698	0.036038	-0.059347	0.009400
1974	-0.006681	0.020335	0.023905	0.009389
1975	-0.027192	-0.049182	0.034726	0.009375
1976	0.056719	0.053586	-0.051129	0.009378
1977	0.049131	0.012083	-0.034971	0.009428
1978	0.050142	0.033173	-0.036304	0.009529
1979	0.025291	0.016146	-0.016613	0.009690
1980	-0.009278	0.011571	0.013722	0.009885
1981	0.015489	-0.005748	-0.008613	0.010116
1982	-0.041871	-0.013546	0.060298	0.010321
1983	0.033941	0.008333	-0.009944	0.010422
1984	0.074229	0.084285	-0.045522	0.010383
1985	0.024594	0.013583	0.019335	0.010252
1986	0.023217	0.045334	0.013614	0.010080
1987	0.027270	0.043497	-0.002256	0.009954
1988	0.031258	0.046768	-0.026168	0.009937
1989	0.026220	0.037547	-0.020191	0.010068
1990	0.006807	0.042893	0.008538	0.010298
1991	-0.021162	0.039212	0.017278	0.010544
1992	0.022812	0.030010	-0.031911	0.010734
1993	0.017644	0.033446	-0.038108	0.010857
1994	0.034199	0.058380	-0.042611	0.010886
1995	0.019044	0.061118	-0.029229	0.010842
1996	0.027634	0.045430	-0.028909	0.010785
1997	0.034132	0.082128	-0.029711	0.010727
1998	0.029821	0.031476	-0.022934	0.010619
1999	0.033362	0.028121	-0.017474	0.010456
2000	0.036264	0.067958	-0.016294	0.010256

Tivakas A.1



obs	GLIFE	GUNEMP	POLITICAL
1950	NA	NA	0.000000
1951	NA	NA	0.000000
1952	NA	NA	1.000000
1953	NA	NA	1.000000
1954	NA	NA	1.000000
1955	NA	NA	1.000000
1956	NA	NA	1.000000
1957	NA	NA	1.000000
1958	NA	NA	1.000000
1959	NA	NA	1.000000
1960	NA	NA	0.000000
1961	0.007153	NA	0.000000
1962	-0.002841	NA	0.000000
1963	-0.002849	NA	0.000000
1964	0.004286	NA	0.000000
1965	0.000000	-0.120000	0.000000
1966	0.000000	-0.159091	0.000000
1967	0.005690	0.000000	0.000000
1968	-0.004243	-0.054054	1.000000
1969	0.002841	-0.028571	1.000000
1970	0.004249	0.411765	1.000000
1971	0.004231	0.208333	1.000000
1972	0.001404	-0.051724	1.000000
1973	0.002805	-0.127273	1.000000
1974	0.008392	0.145833	1.000000
1975	0.008322	0.545455	1.000000
1976	0.004127	-0.094118	0.000000
1977	0.005479	-0.090909	0.000000
1978	0.001362	-0.128571	0.000000
1979	0.005442	-0.049180	0.000000
1980	-0.002706	0.241379	1.000000
1981	0.005427	0.055556	1.000000
1982	0.005398	0.276316	1.000000
1983	0.001342	-0.010309	1.000000
1984	0.001340	-0.218750	1.000000
1985	0.000000	-0.040000	1.000000
1986	0.000000	-0.027778	1.000000
1987	0.002677	-0.114286	1.000000
1988	0.000000	-0.112903	1.000000
1989	0.002670	-0.036364	1.000000
1990	0.002663	0.056604	1.000000
1991	0.002656	0.214286	1.000000
1992	0.002649	0.102941	0.000000
1993	-0.002642	-0.080000	0.000000
1994	0.002649	-0.115942	0.000000
1995	0.000000	-0.081967	0.000000
1996	0.005284	-0.035714	0.000000
1997	0.005256	-0.092593	0.000000
1998	0.002614	-0.081633	0.000000
1999	0.000000	-0.066667	0.000000
2000	0.001304	-0.047619	1.000000

Tivakas A.2



Μεταβλητή-Περίοδος	ADF test stat.	1% c.v.	5% c.v.	10% c.v.
rgdpl (1952-2000)	1.95	-3.57	-2.92	-2.59
gy (1953-2000)	-5.35	-3.57	-2.92	-2.59
trade (1952-2000)	5.14	-3.57	-2.92	-2.59
gtrade (1953-2000)	-4.47	-3.57	-2.92	-2.59
govshare (1952-2000)	-2.14	-3.57	-2.92	-2.59
ggovshare (1953-2000)	-7.67	-3.57	-2.92	-2.59
population (1952-2000)	-0.17	-3.57	-2.92	-2.59
gpopul (1953-2000)	-8.47	-3.57	-2.92	-2.59
life (1962-2000)	-0.01	-3.60	-2.93	-2.60
glife (1963-2000)	-4.06	-3.60	-2.93	-2.60
political (1952-2000)	-3.11	-3.57	-2.92	-2.59
unemploym (1967-2000)	-2.39	-3.63	-2.94	-2.61
gunemp (1968-2000)	-4.79	-3.63	-2.94	-2.61

Tivakas B

Dependent Variable: GY
 Method: Least Squares
 Date: 01/28/07 Time: 20:35
 Sample(adjusted): 1952 2000
 Included observations: 49 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.037807	0.013985	2.703452	0.0098
GGOVSHARE	-0.361559	0.094211	-3.837746	0.0004
GGOVSHARE(-1)	0.172123	0.057875	2.974073	0.0048
GTRADE	0.232493	0.113690	2.044971	0.0470
GPOPUL	-1.428637	1.067984	-1.337695	0.1880
POLITICAL	-0.014310	0.006076	-2.355223	0.0231
R-squared	0.442159	Mean dependent var	0.022898	
Adjusted R-squared	0.377294	S.D. dependent var	0.025961	
S.E. of regression	0.020486	Akaike info criterion	-4.823865	
Sum squared resid	0.018046	Schwarz criterion	-4.592213	
Log likelihood	124.1847	F-statistic	6.816593	
Durbin-Watson stat	1.758403	Prob(F-statistic)	0.000092	

Tivakas Γ.1



Dependent Variable: GY
 Method: Least Squares
 Date: 01/28/07 Time: 21:07
 Sample(adjusted): 1965 2000
 Included observations: 36 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.034206	0.039760	0.860316	0.3969
GGOVSHARE	-0.358940	0.078726	-4.559365	0.0001
GGOVSHARE(-1)	0.077416	0.065400	1.183736	0.2465
GTRADE	-0.077085	0.084176	-0.915755	0.3676
GPOPUL	-1.136393	3.631471	-0.312929	0.7567
POLITICAL	0.001448	0.004883	0.296476	0.7691
GUNEMP	-0.110920	0.016144	-6.870567	0.0000
GLIFE	0.176858	0.802017	0.220517	0.8271
R-squared	0.844366	Mean dependent var	0.024800	
Adjusted R-squared	0.805458	S.D. dependent var	0.025044	
S.E. of regression	0.011046	Akaike info criterion	-5.980377	
Sum squared resid	0.003416	Schwarz criterion	-5.628483	
Log likelihood	115.6468	F-statistic	21.70138	
Durbin-Watson stat	1.192284	Prob(F-statistic)	0.000000	

Tivakas Γ.2



Βιβλιογραφία:

- Acemoglu, D. 2003. "Root Causes: A historical approach to assessing the role of institutions in economic development". *Finance & Development*.
- Aghion, P. and Howitt, P. 1992. "A Model of Growth through Creative Destruction". *Econometrica*.
- Aghion, P. and Howitt, P. 1994. "Growth and Unemployment". *Review of Economic Studies*.
- Aghion, P. and Howitt, P. 1998. "Endogenous Growth Theory". MIT Press
- Alesina, A. and Rodrik, D. 1994. "Distributive Politics and Economic Growth" .*The Quarterly Journal of Economics*.
- Barro, R.J. and Sala-i-Martin, X. 2003. "Economic Growth". MIT Press
- Romer, M.P. 1990. "Endogenous Technological Change". *The Journal of Political Economy*.
- Sala-i-Martin, X. 1990. "Lecture Notes on Economic Growth: Five Prototype Models of Endogenous Growth". *Working Paper*.



Αντρέας

