ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS AND BUSINESS

ΤΜΗΜΑ ΔΙΕΘΝΩΝ ΚΑΙ ΕΥΡΩΠΑΪΚΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ

REAL OPTIONS ΚΑΙ CVAR : ΕΜΠΕΙΡΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΗΝ ΑΓΟΡΑ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ



Φοιτητής: Γιαννημάρας Αθανάσιος –Δημήτριος
Αρ. Μητρώου 4060010

Επιβλέπων Καθηγητής : κος. Τοπάλογλου Νικόλαος
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2008

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να εκφράσω την απέραντη ευγνωμοσύνη μου προς τα μέλη της οικογένειας μου Διονύση, Βέτα και Βασίλη για την συνεχή τους υποστήριξη, τόσο ηθική όσο και υλική, χωρίς την οποία δεν θα ήμουν σε θέση να φέρω εις πέρας την συγκεκριμένη εργασία.

Οφείλω να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου προς το πρόσωπο του κύριου Τοπάλογλου Νικόλαο, του υπευθύνου της εργασίας. Οι συμβουλές του από την αρχή της εργασίας, όταν αυτή άρχισε να παίρνει μορφή, έως την περάτωση της, ήταν ανεκτίμητης αξίας. Η καθοδήγηση και τα σχόλια του αποδείχτηκαν εξαιρετικά χρήσιμα κατά την διάρκεια συγγραφής της εργασίας και με βοήθησαν να ξεπεράσω τις όποιες δυσκολίες συνάντησα.

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Περίληψη

Στην συγκεκριμένη εργασία αναπτύσσουμε ένα θεωρητικό μοντέλο που προσομοιάζει την λειτουργία μιας εταιρείας που δραστηριοποιείται στον τομέα της ηλεκτρικής ενέργειας και που ενσωματώνει την αξία της επιχειρησιακής ευελιξίας στην συνολική αξία της επιχείρησης. Η αξία της επιχειρησιακής ευελιξίας αντικατοπτρίζεται με την ενσωμάτωση στο μοντέλο, των Real Options που έχει στην διάθεση της η εταιρεία. Προχωράμε στην τιμολόγηση των διάφορων Real Options καθώς και των currency options που χρησιμοποιούνται για την αντιστάθμιση του συναλλακτικού κινδύνου που προκύπτει από τις εξαγωγές τις επιχείρησης. Επίσης χρησιμοποιώντας ως αντικειμενική συνάρτηση στην διαδικασία αριστοποίησης το CVaR μέτρο του κινδύνου, στις αποδόσεις της εταιρείας, παρατηρούμε ότι η ενσωμάτωση των options (Real και currency) μειώνουν το "downside risk" και εισάγουν '"positive skewness" σε σχέση με την περίπτωση της μη ευελιξίας. Τέλος με την βοήθεια της μεθόδου "Backtesting" συγκρίνουμε την πορεία των Γεωμετρικών αποδόσεων, των δυο περιπτώσεων (ύπαρξη επιχειρησιακής ευελιξίας ή μη) με το πέρασμα του χρόνου.

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

1.1 Θέμα Εργασίας και Κίνητρο……σελ. 5

1.2 Θέματα προς Έρευνα……σελ. 7

1.3 Μεθοδολογία……..σελ. 7

1.4 Συνεισφορά στην Επιστημονική Κοινότητα……σελ. 8

1.5 Δομή Εργασίας……..σελ. 9

Κεφάλαιο 2: Παρουσίαση αρθογραφίας

2.1 Χρηματοοικονομικά options……...σελ. 10

2.2 Real options……σελ. 11

2.3 Αγορά Ενέργειας……....σελ.17

2.4 CVaR Χαρτοφυλάκιο και Real Options...……..σελ.23

Κεφάλαιο 3: Θεωρητικό Μοντέλο

3.1 Περιγραφή Μοντέλου..……σελ.25

3.2 Δημιουργία Σεναρίων……...σελ.34

3.3 Θεωρία CVaR……σελ.40

Κεφάλαιο Τέσσερα: Τιμολόγηση Options……σελ.47

Κεφάλαιο Πέντε : Εμπειρική Εφαρμογή

5.1 Περιγραφή Δεδομένων ……σελ.52

5.2 Εμπειρικά Αποτελέσματα……σελ.55

Κεφάλαιο 6: Συμπεράσματα..... σελ.65

Παραπομπές……σελ.67

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

1.1 Θέμα Εργασίας και Κίνητρο

Η αποτίμηση της αξίας των εκάστοτε επενδύσεων αποτελεί τον πυρήνα των διαφόρων μηχανισμών ιεράρχησης και αξιολόγησης επενδύσεων. Παρόλο που οι μηχανισμοί αυτοί αξιολόγησης λαμβάνουν υπόψη ένα μεγάλο αριθμό σημαντικών παραγόντων, τον πρωταρχικό ρόλο για την πραγματοποίηση ή όχι κάθε επένδυσης παίζει η κερδοφορία των επενδύσεων. Ήδη από τις αρχές το 20ου αιώνα , ο Irving Fisher δημοσίευσε την θεωρία του για το επιτόκιο και την αξία του χρήματος (Fisher, 1907 [1]) με βασικό συμπέρασμα ότι μια χρηματική μονάδα σήμερα αξίζει περισσότερο σήμερα από ότι η ίδια χρηματική μονάδα στο μέλλον. Η βασική αυτή ιδέα απετέλεσε την ραχοκοκαλιά πάνω στην οποία αναπτύχθηκε μια ομάδα μηχανισμών αξιολόγησης επενδύσεων γνωστή ως "Discounted Capital Flows" (D.C.F.) η οποία αποτελεί ¨ένα από τα πιο θεμελιώδη εργαλεία της χρηματοοικονομικής¨ (Thompson and Wong, 1991 [2]).

Πράγματι ήδη από το δεύτερο μισό του 20ου αιώνα διαφάνηκε μια καθαρή τάση προς τις ποσοτικές μεθόδους κεφαλαιακής αποτίμησης (Capital budgeting) και ιδίως οι εξής μέθοδοι: i) ο κανόνας καθαρής παρούσας αξίας (Κ.Π.Α.)

ii) ο Εσωτερικός κανόνας απόδοσης (Ε.Β.Α.)

iii) Payback period (P.B)

Παρά την διαδεδομένη χρήση της Κ.Π.Α. και γενικότερα όλων των D.C.F. μεθόδων στο τομέα του Capital Budgeting, τα εργαλεία ανάλυσης των επενδύσεων χαρακτηρίζονται από μια σειρά από αδυναμίες που καθιστούν την πετυχημένη πρακτική εφαρμογή τους περιορισμένη (π.χ. δυσκολία επιλογής κατάλληλου προεξοφλητικού επιτοκίου, συχνά αυθαίρετη υιοθέτηση σεναρίων για την μελλοντική εξέλιξη των στοχαστικών μεταβλητών) με πιο ουσιαστική όμως την αδυναμία να προχωρήσουν στην σωστή τιμολόγηση των επενδυτικών ευκαιριών υπό την παρουσία της επιχειρησιακής ευελιξίας.

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Για την αντιμετώπιση των συγκεκριμένων προβλημάτων αναπτύχθηκε με ολοένα και αυξανόμενους ρυθμούς η εφαρμογή της μεθόδου "Real Options" η οποία και λειτουργεί συμπληρωματικά της Κ.Π.Α.. Τα Real Options λόγω της ασύμμετρης τους φύση λαμβάνουν υπόψη την αξία της ευελιξίας που έχει στην διάθεση της η επιχείρηση, στο πλαίσιο της εκάστοτε επενδυτικής ευκαιρίας, σε αντίθεση με τις προαναφερθέντες μεθόδους προχωρώντας σε ορθότερη αποτίμηση της επένδυσης. Επίσης αξίζει να αναφερθεί ότι όσο μεγαλύτερη είναι η αβεβαιότητα σχετικά με την επενδυτική ευκαιρία τόσο μεγαλύτερη είναι και η αξία των Real Options.

Ειδικά για επιχειρήσεις οι οποίες δραστηριοποιούνται σε περιβάλλον που χαρακτηρίζεται από υψηλή αβεβαιότητα, η σωστή τιμολόγηση των επενδυτικών ευκαιριών η οποία και οδηγεί και στην ακριβή αξία της επιχείρησης είναι απολύτως απαραίτητη αλλά και αποτελεί μόνο την μία όψη του νομίσματος. Την άλλη όψη αποτελεί η σωστή μέτρηση του κινδύνου που αναλαμβάνει η επιχείρηση μέσω της υλοποίησης των διαφόρων επενδύσεων και εν γένει με την λειτουργία της. Στον σύγχρονο επιχειρηματικό κόσμο που χαρακτηρίζεται από έντονο ανταγωνισμό, η αποτυχία της μέτρησης του βαθμού του κινδύνου στον οποίο η εταιρεία είναι εκτεθειμένη μπορεί να θέσει σε κίνδυνο όχι μόνο την κερδοφορία της αλλά ακόμα και την βιωσιμότητα της.

Από τα προαναφερθέντα γίνεται αντιληπτό τόσο η σπουδαιότητα χρησιμοποίησης του κατάλληλου μεγέθους μέτρησης του κινδύνου όσο και η εισαγωγή της αξία της ευελιξίας με την χρήση των Real Options, που αποτελούν παραμέτρους οι οποίες μπορούν να αλλάξουν ριζικά τον τρόπο συμπεριφοράς μιας επιχείρηση κα τις οποίες θα εξετάσουμε στην συγκεκριμένη εργασία.

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

1.2 Θέματα προς Έρευνα

Τα θέματα που επαφίεται η συγκεκριμένη εργασία συνίστανται στην μελέτη των αποτελεσμάτων, στην λειτουργία και στην αξία μιας επιχείρησης όταν η τελευταία λαμβάνει υπόψη την αξία της επιχειρησιακής ευελιξίας που κατέχει καθώς και χρησιμοποιεί το κατάλληλο μέγεθος μέτρησης του κινδύνου. Στο θεωρητικό μοντέλο που θα παρουσιάσουμε παρακάτω η λειτουργίας της επιχείρησης θα μπορούσε να προσομοιάσει ένα ιδιότυπο χαρτοφυλάκιο στο οποίο επιθυμούμε την ανάληψη του ελάχιστου δυνατού κινδύνου για την επίτευξη μιας δεδομένης απόδοσης. Στην συγκεκριμένη περίπτωση εξετάζουμε την χρησιμότητα ενός συγχρόνου και ιδιαίτερου μέτρο κινδύνου που δεν είναι άλλο από το "Conditional Value at Risk" (CVaR) του οποίου η δημοτικότητα σε ολοένα και περισσότερους τομείς διαχείρισης του κινδύνου αυξάνεται ραγδαία. Η επιλογή του CVaR έναντι του παραδοσιακής μεθόδου μέτρησης του κινδύνου, της διακύμανσης, αλλά και άλλων σύγχρονων μεθόδων, επαφίεται στην ικανότητα του να αντανακλά τις επιδράσεις των ακραίων περιπτώσεων (τάση του τείνει να ενισχύεται μετά τα γεγονότα της 11ης Σεπτεμβρίου 2001) αλλά και παρά το γεγονός ότι πρόκειται για ένα μη συμμετρικό μέγεθος που λαμβάνει υπόψη του το "downside risk", ιδιότητα που ταιριάζει αρμονικά με την χρησιμοποίηση των Real Options τα οποία εισάγουν ακριβώς μια ασυμμετρία στην αξία της επιχείρησης λόγω της ασύμμετρης φύσης τους.

1.3 Μεθοδολογία

Στην παρούσα εργασία αναπτύσσεται ένα θεωρητικό μοντέλο στοχαστικής αριστοποίησης του μεγέθους CVaR (εκφρασμένο σε όρους απόδοσης) στο τέλος του επενδυτικού ορίζοντα, κάτω από ένα ελάχιστο επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης, στα πλαίσια λειτουργίας μιας επιχείρησης που δραστηριοποιείται στον τομέα παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας. Η απαραίτητη μετατροπή του σε ντετερμινιστικό πρόβλημα προκειμένου να είναι εφικτή η επίλυση του,

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

υλοποιείται με την εφαρμογή σεναρίων για την μελλοντική εξέλιξη των στοχαστικών μεταβλητών(υποθέτοντας ότι ακολουθούν Geometric Brownian Motion-G.B.M.) που περιλαμβάνουν το κόστος των πρώτων υλών, τις τιμές των προϊόντων αλλά και την συναλλαγματική ισοτιμία, αφού η επιχείρηση προβαίνει και σε εξαγωγές των προϊόντων της ,οι οποίες και αντιπροσωπεύουν τις διάφορες πτυχές του κινδύνου που απορρέει από την λειτουργία της επιχείρησης. Για την αντιστάθμιση του συναλλαγματικού κινδύνου η επιχείρηση προχωρεί στην αγορά Currency options μη συμμετέχοντας όμως σε κερδοσκοπικά παιχνίδια. Επίσης εισάγουμε μια σειρά από Real Options τα οποία αντιπροσωπεύουν την αξία της ευελιξίας στις επενδυτικές επιλογές που έχει στην διάθεση της η επιχείρηση και οι οποίες συνεισφέρουν στην αύξησης της αξία της εταιρείας.

Στο πλαίσιο της εμπειρικής εφαρμογής προβαίνουμε τόσο σε στατικά όσο δυναμικά τεστ στην απόδοση της εταιρείας στις περιπτώσεις που είτε αυτή χαρακτηρίζεται από επιχειρησιακή ευελιξία είτε όχι. Αξίζει να αναφερθεί ότι στα "dynamic test", μέσω της μεθόδου "Backtesting" (την οποία και αναλύουμε εκτενέστερα σε επόμενα κεφάλαια), μας παρέχεται η δυνατότητα να παρατηρήσουμε την λειτουργία του μοντέλου μας με την πάροδο του χρόνου, για συναπτές χρονικές περιόδους, καθιστώντας σαφή τα πλεονεκτήματα της επιχειρησιακής ευελιξίας που μεταφράζονται σε υψηλότερες διαχρονικά γεωμετρικές αποδόσεις.

1.4 Συνεισφορά στην Επιστημονική Κοινότητα

Η συνεισφορά της εργασία μας στην επιστημονική κοινότητα συνοψίζεται στα εξής: Πρώτον η ανάπτυξη ενός στοχαστικού CVaR μοντέλου που στοχεύει στην αριστοποίηση της λειτουργίας μιας εταιρείας καθορίζοντας το άριστο μείγμα τελικών προϊόντων και πρώτων υλών έτσι ώστε να μειωθεί το "downside risk" της εταιρείας. Το θεωρητικό μοντέλο διαθέτει επίσης αρκετό βαθμό ευελιξίας έτσι ώστε να επιτρέπει, εν μέσω διακριτών σεναρίων, την μοντελοποίηση του

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

συναλλαγματικού κινδύνου που προκύπτει από την πώληση προϊόντων στο εξωτερικό, αλλά ταυτόχρονα και την δυνατότητα να τον αντισταθμίσει με την αγορά της κατάλληλης ποσότητας Currency Options.

Δεύτερον, προχωρούμε στον υπολογισμό μιας σειράς από Real options που έχει στην διάθεση της η επιχείρηση, μέσω της εφαρμογής αναλυτικών τύπων. Η τιμή των συγκεκριμένων options άρα και η αξία της επιχείρησης που έχει την διακριτική ευχέρεια να τα ασκήσει αυξάνεται όσο μεγαλύτερος είναι ο κίνδυνος/αβεβαιότητα που αντιμετωπίζει. Με την εισαγωγή των Real Options εισάγεται μια ασυμμετρία στις αποδώσεις της επιχείρησης αφού η επιχείρηση έχει την ευχέρεια να υλοποιήσει την επένδυση μόνο εάν οι συνθήκες είναι ευνοϊκές, που καθιστά το CVaR ως το πλέον κατάλληλο μέγεθος μέτρησης κινδύνου για την εμπειρική εφαρμογή.

1.5 Δομή Εργασίας

Η εργασία ακολουθεί την ακόλουθη δομή: Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζεται η συναφής διεθνής βιβλιογραφία όσον αφορά τα options, Real options, το μέγεθος CVaR και την γενικότερη εφαρμογή τους στον τομέα της ενέργειας. Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζουμε το θεωρητικό μοντέλο, κάνοντας ειδική αναφορά στο μέγεθος CVaR καθώς αναλύεται και η διαδικασία δημιουργίας σεναρίων. Στο κεφάλαιο τέσσερα παρουσιάζονται οι μέθοδοι αποτίμησης options που εφαρμόσθηκαν. Στο κεφάλαιο πέντε αναλύουμε τα αποτελέσματα της εμπειρικής εφαρμογής. Τέλος στο κεφάλαιο 6 παρουσιάζονται τα βασικά αποτελέσματα της εργασίας.

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Κεφάλαιο 2: Παρουσίαση Αρθρογραφίας

2.1 Χρηματοοικονομικά Option

Παρόλο που τα Συμβόλαια Δικαιωμάτων Προαίρεσης (Σ.Δ.Π.- γνωστά ως option) υφίστανται εδώ και αρκετό χρονικό διάστημα οι χρηματοοικονομικοί αναλυτές δεν είχαν στην διάθεσή τους τα απαραίτητα εργαλεία αξιολόγησης των options μέχρις ωσότου την πρωτοποριακή εργασία των Black και Scholes (**Black** και **Scholes**, **1973 [3]**), η επίλυση της οποίας οδηγεί σε αναλυτικές λύσεις για Ευρωπαϊκά call και put option. Το μοντέλο βασίζεται στην ιδέα ότι η απόδοση ενός call option σε μία μετοχή είναι ισοδύναμη με ενός χαρτοφυλακίου (Synthetic option) που αποτελείται από μία ποσότητα χρήματος που έχουμε δανειστεί και από την αγορά ορισμένης ποσότητας της υποκείμενης μετοχής και επομένως κάτω από την υπόθεση του μη arbitrage, καταλήγουμε στους γνωστούς τύπους τιμολόγησης Ευρωπαϊκών call και put options. Η αναλυτική αυτή μέθοδος τιμολόγησης γενικεύτηκε από τον Merton (**Merton, 1973 [4]**) αποδεικνύοντας ότι το μοντέλο B-S μπορεί να επιτευχθεί με λιγότερες υποθέσεις και να εφαρμοστεί σε αυθαίρετα παράγωγα σε μετοχές περιλαμβάνοντας και ορισμένα call και put options Αμερικάνικου τύπου.

Το προαναφερθέν μοντέλο B-S χρησιμοποιεί ένα πλαίσιο συνεχούς χρόνου για την μεταβολή των υποκείμενων τίτλων (που ακολουθούν G.B.M.[1]). Στην συγκεκριμένη εργασία, το μοντέλο που θα αναπτυχθεί και επομένως η τιμολόγηση των πραγματικών και χρηματοοικονομικών Σ.Δ.Π. που εμπεριέχει θα είναι διακριτού χρόνου. Στην παγκόσμια βιβλιογραφία, μία απ' τις δημοφιλέστερες ίσως μεθόδους αποτίμησης Σ.Δ.Π. η "lattice approach" υποθέτει διακριτού χρόνου στοχαστικές ανελίξεις για τους υποκείμενους τίτλους (**Cox** και **Ross**, **1976 [5]**) και **(Cox, Ross** και R**ubistein**, **1979 [6]**). Η μέθοδος αυτή

[1] Η Geometric Brownian motion (G.B.M.) στοχαστική διαδικασία θα αναλυθεί στα παρακάτω κεφάλαια

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

προσεγγίζει την στοχαστική ανέλιξη του υποκείμενου τίτλου άμεσα και ειδικότερα οι μεταβολές της τιμής της μετοχής ακολουθούν "multiplicative binomial process". Για ευρωπαϊκά Σ.Δ.Π. τα αποτελέσματα της αποτίμησης "binomial option" συγκλίνουν στα αποτελέσματα που προκύπτουν απ' το μοντέλο B-S. Δηλαδή το B-S μοντέλο μπορεί να θεωρηθεί ως μια εκδοχή συνεχούς χρόνου του διωνυμικού (binomial) μοντέλου αποτίμησης.

Στο άρθρο του Boyle (**Boyle**, **1988 [7]**) παρουσιάζεται μία επέκταση του μοντέλου των Cox, Ross και Rubistein (**Cox**, **Ross** και **Rubistein, 1979**) για την περίπτωση όπου το option είναι πάνω σε 2 στοχαστικούς υποκείμενους τίτλους με τον περιορισμό ότι έχουν "bivariate lognormal distribution".

Τα άρθρα των Brennon και Schwartz (**Brennon** και **Schwartz 1977 [8]** και **1978 [9]**) αποτελούν τους κύριους εκφραστές μιας επίσης σημαντικής μεθόδου αποτίμησης options της "finite-difference methods". Η μέθοδος αυτή βασικά προσομοιάζει την "partial differential equation" μέσω της περιγραφής της αξίας των options από μια ομάδα εξισώσεων διαφορών. Ουσιαστικά αντικαθιστά τις μερικές παραγώγους με τις κατάλληλες εξισώσεις πρώτων διαφορών.

Τέλος, η μέθοδος τιμολόγησης των currency option που εμπεριέχονται στο μοντέλο που θα αναπτυχθεί στα επόμενα τμήματα της παρούσας εργασίας βασίζεται στο άρθρο των Garmon και Kohlhagen (**Garmon** και **Kohlhagen 1983 [10]**). Το συγκεκριμένο άρθρο τροποποιώντας το μοντέλο των B-S επιτυγχάνει να παρουσιάσει αναλυτικές λύσεις τόσο για Ευρωπαϊκού τύπου call και put option όσο και για Αμερικάνικου, που βασίζονται στα υπό υπόθεση σταθερά εγχώρια και ξένα επιτόκια.

2.2 Real Option

Πριν από περίπου 3 δεκαετίες χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά στην διεθνή βιβλιογραφία ο όρος "Real Option" από τον Stewart Myers το 1977. Ο όρος αυτός αναφέρεται στην εφαρμογή της θεωρίας τιμολόγησης Συμβολαίων

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

δικαιωμάτων προαίρεσης (Σ.Δ.Π.) για την εκτίμηση μη χρηματοοικονομικών ή πραγματικών επενδύσεων που εμπεριέχουν την πρόσθετη αξία που πηγάζει από την εκμάθηση και την ευελιξία. Πιο συγκεκριμένα, στο άρθρο του ο Myers (**Myers 1977 [11]**) θεωρεί τις διακριτές επενδυτικές μελλοντικές ευκαιρίες ως ένα call option σε ένα "real asset" με κόστος εξάσκησης το απαιτούμενο επενδυτικό κόστος.

Παράλληλα στα άρθρα (**Pindyck 1991 [12]**, **Dixit** και **Pindyck 1994 [13]**) θεωρείται ότι όπως ο κάτοχος ενός call option διαθέτει το δικαίωμα αλλά όχι την υποχρέωση, για ένα προκαθορισμένο χρονικό διάστημα, να αγοράσει έναν συγκεκριμένο υποκείμενο τίτλο (π.χ. μετοχή) πληρώνοντας μία συγκεκριμένη τιμή (ττιμή εξάσκησης) αντίστοιχα και μια επιχείρηση που έχει στην διακριτική της ευχέρεια μια μη αντιστρέψιμη επενδυτική ευκαιρία διαθέτει επίσης την δυνατότητα αλλά όχι την υποχρέωση, καταβάλλοντας το επενδυτικό κόστος (τιμή εξάσκησης) είτε άμεσα είτε στο μέλλον να αποκτήσει την αξία μιας επενδυτικής ευκαιρίας (Πίνακας 1).

Όπως ακριβώς ένα financial option, η αξία του δικαιώματος για επενδύσεις αυξάνεται με την αύξηση της αβεβαιότητας (επειδή η μελλοντική αξία του περιουσιακού στοιχείου που αποκτιέται με την καταβολή του επενδυτικού κόστους είναι αβέβαιη) και μάλιστα «όσο υψηλότερη η αβεβαιότητα στην υπόθεση της επένδυσης τόσο υψηλότερη και η αξία του "manaqerial flexibility" ή ισοδύναμα η αξία του Real option» (**Dixit** and **Pindyck 1994**, p.11).

Η ευελιξία που προσφέρουν τα real option στους υπεύθυνους της εκάστοτε εταιρείας για την διαχείριση των επενδυτικών ευκαιριών να αναθεωρήσουν ή να προσαρμόσουν τις μελλοντικές ενέργειές της, ανάλογα με τις εκάστοτε μελλοντικές συνθήκες εισάγει μια ασυμμετρία ή κύρτωση στην κατανομή πιθανότητα της Κ.Π.Α. η οποία αυξάνει την πραγματική αξία της επενδυτικής ευκαιρίας βελτιώνοντας της τα "upside potentials" ενώ ταυτόχρονα περιορίζοντας και τα "downside loses", σχετικά με τις αρχικές προσδοκίες υπό

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

καθεστώς στατικής διαχείρισης (**Trigerogis 1997 [14]**). Ως αποτέλεσμα καταλήγουμε σε ένα επενδυτικό σχέδιο με υψηλότερη αναμενόμενη αξία οδηγώντας παράλληλα την κατανομή πιθανότητα της Κ.Π.Α. να είναι "skewed" προς τα δεξιά (σχήμα 1).

Η μέθοδος Real Option από μόνη της δεν χρησιμοποιείται για την αποτίμηση επενδύσεων επειδή η αξία του option είναι θετική ή μηδέν ενώ η αξία επένδυσης μπορεί να είναι και αρνητική. Αντίθετα μπορούμε να πούμε ότι οι δύο μέθοδοι Real Option και Κ.Π.Α. λειτουργούν συμπληρωματικά με την μέθοδο της Κ.Π.Α. να αποτελεί ουσιαστικά εισροή της πρώτης.. Με αλλά λόγια η ασυμμετρία που παρατηρείται όταν αναγνωρίζονται από τους αρμόδιους οι διαφορετικές επιλογές και δυνατότητες που περιέχει η επενδυτική ευκαιρία

Πίνακας 1

Call option on a stock	**Real Option on Project**
Τρέχουσα τιμή μετοχής	Ακαθάριστη Παρούσα Αξία του Σχεδίου: Η αναμενόμενη παρούσα αξία των ταμειακών ροών
Τιμή Εξάσκησης Μέρισμα	Απαιτούμενες Δαπάνες για την υλοποίηση του Σχεδίου
Περίοδος μέχρι την λήξη	Μέγιστη περίοδος που μπορεί να καθυστερήσει η επενδυτική ευκαιρία χωρίς να χαθεί
Χωρίς κίνδυνο προεξοφλητικό επιτόκιο	Χωρίς κίνδυνο προεξοφλητικό επιτόκιο
Αβεβαιότητα της αξίας της μετοχής: Τυπική απόκλιση της απόδοσης της μετοχής	Αβεβαιότητα σχετικά με την μελλοντική αξία των ταμειακών ροών του σχεδίου
Μέρισμα μετοχής	Χαμένες ταμειακές ροές λόγω ανταγωνιστών κατά την διάρκεια της περιόδου όπου το option δεν εκτελούνταν

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

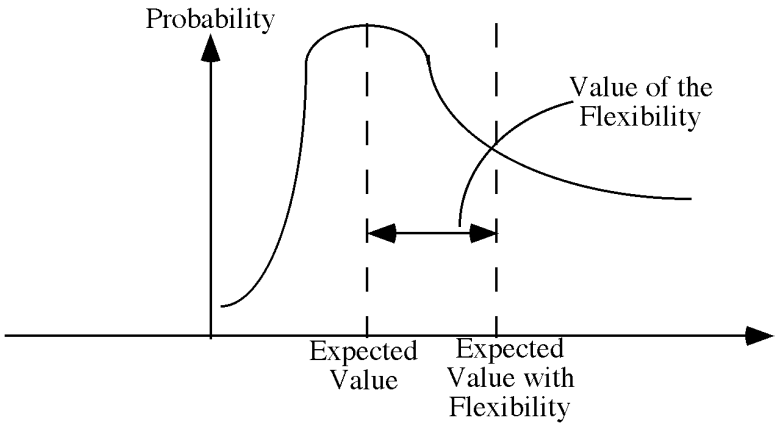
οδηγεί στην ανάγκη για ένα "Expanded N. P.V." κριτήριο (**Trigerogis 1997 [14])** που αντικατοπτρίζει τα δύο μέρη της αξίας της επενδυτικής ευκαιρίας:

α) Την παραδοσιακή Κ.Π.Α. των άμεσα μετρήσιμων αναμενόμενων ταμειακών ροών.

β) Το "option premium" που αντικατοπτρίζει την αξία των επιχειρησιακών στρατηγικών options υπό καθεστώς παθητικής διαχείρισης και την αλληλεπίδραση του ανταγωνισμού και της συνεργίας και της αλληλεξάρτησης μεταξύ διαφορετικών επενδυτικών σχεδίων.

Δηλαδή E.N.P.V. = N.P.V. + Option Premium

Σχήμα 1[2]



Επομένως η αναγνώριση του «managerial flexibility» κατά την αξιολόγηση της επενδυτικής ευκαιρίας ενδέχεται να αυξήσει σημαντικά την αξία μιας επένδυσης.

Αμέσως παρακάτω, ακολουθούν μια σειρά από άρθρα τα οποία και προχωρούν στην τιμολόγηση διαφόρων μορφών ευελιξίας εκ των οποίων τα περισσότερα έχουν ιδιαίτερη εφαρμογή στην περίπτωση των Real Options. Πιο συγκεκριμένα:

[2] Το σχήμα προέρχεται από το άρθρο του Jerry Flatto "Using real options in project evaluations" [15]

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Στο άρθρο του Margrabe (**Margrabe, 1978 [16]**) αναπτύσσεται το πρόβλημα τιμολόγησης ενός option ανταλλαγής ενός "risky asset" με ένα άλλο μέσα σε μια δεδομένη χρονική περίοδο. Η αξία του option μπορεί να υπολογιστεί μέσω της εφαρμογής αναλυτικών λύσεων για call και put option Ευρωπαϊκού και Αμερικάνικου τύπου (χωρίς όμως να λαμβάνει υπόψη ποσοτικούς περιορισμούς, μερίσματα και κόστη έναρξης). Επίσης αξίζει να σημειωθεί ότι η εγκυρότητα των αναλυτικών λύσεων για Αμερικάνικου τύπου option όταν αυτό πρόκειται για call option βασίζεται στην παρουσίαση της απόδειξης ότι η αξία των συγκεκριμένων option είναι μεγαλύτερη στο τέλος της διάρκειας ζωής τους (οπότε και δεν συμφέρει να ασκηθούν πριν τη λήξη τους). Επειδή όμως αυτά του είδους τα options μπορούν να θεωρηθούν ταυτόχρονα και call αλλά και put καταλήγει έστω και έμμεσα σε μια αναλυτική λύση για put option Αμερικάνικου τύπου. Παρόλο που η ανάπτυξη του μοντέλου υλοποιήθηκε για την τιμολόγηση χρηματικών ομολόγων το μοντέλο του Magrabe έχει θεωρητική κυρίως εφαρμογή στο πλαίσιο των Real Options π.χ. εκτιμώντας την αξία της ευκαιρίας να ανταλλάξει η εταιρία την παραγωγή του προϊόντος με ένα άλλο.

Στο άρθρο του Stulz (**Stulz, 1982 [17]**) παρέχονται αναλυτικές λύσεις για put και call option Ευρωπαϊκού τύπου για το μέγιστο ή για το ελάχιστο δύο "risky assets" με μη στοχαστική τιμή εξάσκησης και χωρίς να ληφθούν υπόψη μερίσματα και περιορισμοί ποσότητας. Κάτω από τις εξής υποθέσεις: i)για πλήρως ανταγωνιστικές αγορές, ii) ότι τα υποκείμενα στοιχεία ακολουθούν G.B.M. και iii) επικρατεί σταθερό προεξοφλητικό επιτόκιο, ορίζονται αναλυτικές λύσεις για call option στο ελάχιστο δύο υποκείμενων τίτλων. Ο συγκεκριμένος τύπος χρησιμοποιείται για την τιμολόγηση option (είτε call είτε put) στο μέγιστο ή στο ελάχιστο 2 "risky asset". Η τιμολόγηση ενός call option στο ελάχιστο 2 "risky asset" με τιμή εξάσκησης μηδέν μπορεί να επιτευχθεί με την βοήθεια του τύπου του Magrabe. Αν και πρωταρχικός σκοπός του μοντέλου ήταν η εμπειρική εφαρμογή σε χρηματοοικονομικά μεγέθη, οι επενδυτικές ευκαιρίες που

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

αντικατοπτρίζουν την ευχέρεια που διαθέτει η επιχείρηση να επιλέξει ανάμεσα σε αμοιβαία αποκλειώμενες χρηματικές ροές ή ανάμεσα σε διαφορετικά προϊόντα μπορούν να αξιολογηθούν χρησιμοποιώντας τις τεχνικές αυτές.

Ο Johnson (**Johnson**, **1987 [18]**), αναπτύσσει εξισώσεις για την τιμολόγηση των call options στο μέγιστο και στο ελάχιστο πολλών risky asset επεκτείνοντας το μοντέλο του Stulz. Αν ο αριθμός των υποκειμένων τίτλων μειωθεί σε 2 τότε το μοντέλο του Johnson παράγει ακριβώς τα ίδια αποτελέσματα με αυτό του Stulz. Προκειμένου να επιτευχθεί αναλυτική λύση στηρίζεται σε σημαντικό βαθμό σε τεχνικές και μεθόδους που συναντιούνται στο Cox και Ross(Cox και Ross 1976) και στο Magrabe. Τόσο το μοντέλο του Stulz όσο και το μοντέλο του Johnson μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο για τον υπολογισμό μιας επιλογής αφού πολλαπλές αλλαγές (several switches) π.χ. στον τύπο προϊόντος που παράγει μια επιχείρηση με αντίστοιχα κόστη μπορεί να οδηγήσει σε "interdepedencies" μεταξύ της αξίας των options.

Στο άρθρο του Geske (**Geske**, **1979 [19]**) υπολογίζεται ο τύπος για την αποτίμηση ενός call option σε μια μετοχή η οποία μπορεί να θεωρηθεί ως ένα call option Ευρωπαϊκού τύπου στην αξία των περιουσιακών στοιχείων της εταιρείας. Η αποτίμηση options πάνω σε options [Compound options] έχει πιθανές εφαρμογές στην αποτίμηση πραγματικών επενδυτικών ευκαιριών όπου οι αρχικές επενδύσεις είναι προαπαιτούμενο για αυτές που θα ακολουθήσουν. Ουσιαστικά, στον τύπο του Geske ο υποκείμενος τίτλος είναι ένα call option στην αξία της επιχείρησης με ημερομηνία λήξης T' και T είναι η διάρκεια λήξης του option που αποτιμά (σε αντίθεση με την περίπτωση του Stulz όπου T' και T συμπίπτουν). Πρέπει επίσης να επισημανθεί το γεγονός ότι ο τύπος των Black και Scholes μπορεί να θεωρηθεί ως μια ειδική περίπτωση του τύπου του Geske θέτοντας τιμή εξάσκησης ίση με μηδέν ή ημερομηνία λήξης ίση με το άπειρο.

Στο άρθρο των Triantis και Hodder (**Triantis** και **Hodder**, **1990 [20]**) εξετάζουν την αποτίμηση ενός σύνθετου option που μπορεί να χρησιμοποιηθεί



στα πλαίσια της μεθόδου αποτίμησης Real option για την αξιολόγηση επενδύσεων σε ένα ευέλικτο παραγωγικό σύστημα το οποίο παρέχει τη δυνατότητα αλλαγής του μείγματος των παραγόμενων προϊόντων με αβέβαια τα περιθώρια κέρδους, το κόστος «αλλαγής» μεταξύ των παραγόμενων προϊόντων είναι μηδενικό και οι αποφάσεις σχετικά με την παραγωγή λαμβάνονται σε προκαθορισμένα χρονικά σημεία. Η καμπύλη ζήτησης για τους υποκείμενους τίτλους έχει αρνητική κλίση σε αντίθεση με την συνηθισμένη υπόθεση για την τιμολόγηση options και επίσης το μοντέλο επιτρέπει την ύπαρξη περιορισμών στην παραγόμενη ποσότητα. Τέλος, το άρθρο παρουσιάζει αναλυτική λύση μόνο για την περίπτωση ευελιξίας μεταξύ δύο προϊόντων.

Στο άρθρο του Mc Donald και Siegel (**Mc Donald** και **Siegel**, **1986 [21]**) αξιολογούν την αξία μιας επενδυτικής ευκαιρίας που προσφέρει την δυνατότητα της προσωρινής διακοπής της παραγωγικής διαδικασίας οποτεδήποτε η τιμή του προϊόντος δεν επαρκεί να καλύψει το μοναδικό μεταβλητό κόστος παραγωγής. Για την αποτίμηση αυτού του option "to Shut down", οι συγγραφείς επεκτείνουν τον τύπο του Magrabe με την υιοθέτηση μερισμάτων για Ευρωπαϊκού τύπου options. Αντίστοιχα, το άρθρο του Carr (**Carr**, **1995 [22]**) ασχολείται με exchange option αμερικάνικου τύπου με μερίσματα.

2.3 Αγορά ενέργειας

Οι Fleten et al **(Fleten, 2005 [23])**, στο άρθρο τους εστιάζουν στην περίπτωση δύο διαφορετικών ειδών εργοστασίων ηλεκτρικής ενέργειας που χρησιμοποιούν ως πρώτη ύλη το φυσικό αέριο: Το "Peak Load" εργοστάσιο στο οποίο η παραγωγή μπορεί να σταματήσει όταν το "Spark Spread" (η διαφορά μεταξύ των τιμών της ηλεκτρικής ενέργειας και τιμής της εισροής) δεν υπερβαίνει το κόστος εκπομπής "emission cost" αποφεύγοντας απώλειες, ενώ το "Base load" εργοστάσιο παράγει ηλεκτρική ενέργεια ανεξάρτητα από την πορεία που διαγράφει το "Spark Spread". Για την μοντελοποίηση του "Spark Spread"

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

υιοθετείται ένα μοντέλο δύο παραγόντων που επιτρέπει "mean reversion" για βραχυχρόνιες διακυμάνσεις και αβεβαιότητα για την μακροχρόνια τιμή ισορροπίας στην οποία οι τιμές επιστρέφουν. Αφού υπολογιστεί η αξία του κάθε εργοστασίου χωρίς να λαμβάνεται υπόψη οποιαδήποτε μορφή ευελιξίας, σε δεύτερη φάση υπολογίζεται η αξία των δικαιωμάτων αναβάθμισης από "base load" σε "peak load" καθώς και η αξία του δικαιώματος κατασκευής "base load" εργοστασίου. Το άρθρο εστιάζει στην άριστη επιλογή στρατηγικής παραγωγής καθορίζοντας το όριο (threshold value) για αναβάθμιση και μοντελοποιώντας τον άριστο τύπο εργοστασίου ως συνάρτηση του spark spread. Επίσης υπολογίζεται το όριο για το επενδυτικό κόστος κάτω απ' το οποίο είναι άριστο να προχωρήσει στην υλοποίηση της επενδυτικής ευκαιρίας. Με την χρήση αριθμητικού παραδείγματος οι συγγραφείς δείχνουν ότι μια αύξηση στην διακύμανση του spark spread έχει αμφίβολη επίδραση στις επενδυτικές αποφάσεις αφού αυξάνει την αξία του "peak load" εργοστασίου, αλλά ταυτόχρονα η αύξηση της αβεβαιότητας ευνοεί την καθυστέρηση των επενδύσεων.

Οι Kumbaroglou G et al **(Kumbaroglou G et al ,2006 [24])**, παρουσιάζουν πως οι καμπύλες εκμάθησης της τεχνολογίας ανανεώσιμων πηγών ενέργειας μπορούν να ενσωματωθούν σε ένα μοντέλο δυναμικού προγραμματισμού μέσα σε ένα ευρύτερο πλαίσιο πολιτικής σχεδιασμού. Αξιολογώντας τις εναλλακτικές επενδυτικές δυνατότητες με ένα επαναλαμβανόμενο (recursive) τρόπο για κάθε χρονική περίοδο υπολογίζει την αξία του δικαιώματος καθυστέρησης μιας μη αναστρέψιμης επένδυσης στην εξάπλωση των μη ανανεώσιμων πηγών ενέργειας. Χρησιμοποιώντας δεδομένα από την Τουρκική Βιομηχανία ηλεκτρισμού, το τελικό συμπέρασμα συνίσταται στο ότι η κυβερνητική πολιτική υιοθέτησης των R.E.T. (Renewable energy technology) έχει ιδιαίτερη σημασία, αφού η εξάπλωση της τεχνολογίας ανανεώσιμης ενέργειας μπορεί να ξεπεράσει τον στόχο που έχει τεθεί, λόγω μιας αυξανόμενης επίδρασης εκμάθησης μέσω της οποίας το κόστος

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

εφαρμογής των R.E.T. κατεβαίνει σε επίπεδο ικανό να ανταγωνιστεί με μη ανανεώσιμες μορφές ενέργειας.

Η Kulatilaka **(Kulatilaka, 1993 [25])**, παρουσιάζει ένα γενικό μοντέλο ευελιξίας το οποίο και υπολογίζει με την χρήση του δυναμικού προγραμματισμού αποφεύγοντας τις αναλυτικές λύσεις. Το μοντέλο εφαρμόζεται στην περίπτωση ενός "steam boiler" το οποίο μπορεί να χρησιμοποιήσει ως πρώτη ύλη είτε πετρέλαιο είτε φυσικό αέριο. Όταν η αξία της ευέλικτης τεχνολογίας υπολογιστεί, συγκρίνεται με την Κ.Π.Α. της τεχνολογίας χωρίς την ευελιξία (το μέγιστο των δύο περιπτώσεων) καταλήγοντας στο συμπέρασμα ότι η αξία της ευελιξίας υπερβαίνει το αυξημένο επενδυτικό κόστος ενός καυστήρα με δυνατότητα αλλαγής της πρώτης ύλης και επομένως είναι οικονομικά συμφέρουσα η επένδυση σε ευέλικτη οικονομία.

Ο Takizawa **(Takizawa ,2003 [26])**, μελετάει την επίδραση της απελευθέρωσης των τιμών της ηλεκτρικής ενέργειας της Ιαπωνίας στις αποφάσεις για επένδυση σε πυρηνικά εργοστάσια, η αξιολόγηση των οποίων γίνεται μέσω Real options, συνυπολογίζοντας την αξία του δικαιώματος για επένδυση. Οι συνθήκες στην απελευθερωμένη αγορά περιγράφονται απ' το μοντέλο του Cortazar για το μεταβλητό κόστος ενώ για την ρυθμιζόμενη αγορά το αντίστοιχο μοντέλο ακολουθεί μια απλή στοχαστική διαδικασία. Χρησιμοποιώντας ως βάση σύγκρισης την μέθοδο της Κ.Π.Α. και στις δύο αγορές, διαφαίνεται ότι η Κ.Π.Α. σε αντίθεση με την μέθοδο αποτίμησης Real options, αδυνατεί να αντικατοπτρίσει την τάση για περισσότερες επενδύσεις για κατασκευή εργοστασίων πυρηνικής ενέργειας σε μια ρυθμιζόμενη αγορά.

Οι Abadie & Chamono **(Abadie & Chamono, 2005 [27])**, ασχολήθηκαν με την εφαρμογή της μεθοδολογίας των real options στην αξιολόγηση επενδυτικών αποφάσεων. Στην αρχή αξιολογούν την επένδυση σε ένα N.G.C.C.[3] εργοστάσιο

[3] Natural Gas Combined Cycle

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

το οποίο διακρίνεται από την έλλειψη ευελιξίας, υπολογίζοντας ταυτόχρονα το δικαίωμα του defer (δικαιώματος να εγκαταλειφθεί το επενδυτικό εγχείρημα). Αντίστοιχα υπολογίζεται και η αξία του I.G.C.C.[4] εργοστασίου συνυπολογίζοντας την αξία του "input flexibility" που αυτό παρέχει καθώς και την αξία του δικαιώματος να καθυστερεί μία επένδυση αυτού του είδους. Επίσης εκτιμάται και η αξία του δικαιώματος να επενδύσει σε μια από τις δύο εναλλακτικές τεχνολογίες. Τέλος, για τις ποσοτικές εφαρμογές χρησιμοποιήθηκε "binomial lattice" μέθοδο έως και δύο διαστάσεων, με χρονικό ορίζοντα 25 έτη και οι τιμές των καυσίμων ακολουθούσαν "mean reverting" στοχαστικές διαδικασίες.

Οι ίδιοι συγγραφείς στο άρθρο (**Abadie και Chamomo, 2006 [28]**) εκτιμούν την αξία ενός N.G.C.C. εργοστασίου με διάρκεια ζωής 25 χρόνια και την αξία μιας βοηθητικής εγκατάστασης (L.N.G.[5]). Ταυτόχρονα προχωρούν και στον υπολογισμό της αξίας μιας σειράς από Real options στα προαναφερθέντα στοιχεία του ενεργητικού όπως το δικαίωμα διπλασιασμού του μεγέθους του N.G.C.C. εργοστασίου, το δικαίωμα επένδυσης όταν το αρχικό επενδυτικό κόστος είναι στοχαστικό, το δικαίωμα επένδυσης όταν η διάρκεια ζωής του επενδυτικού σχεδίου είναι στοχαστική και τέλος το δικαίωμα επένδυσης όταν το κόστος εκπομπής αερίων είναι στοχαστικό. Τέλος πηγές αβεβαιότητας θεωρούνται τιμές του φυσικού αερίου και της ηλεκτρικής ενέργειας που ακολουθούν mean reverting στοχαστικές διαδικασίες.

Ο Kzuerland **(Kzuerland, 2007 [29])**, αξιολογεί με την βοήθεια των Real options επενδυτικές ευκαιρίες στον τομέα παραγωγής υδροηλεκτρικής ενέργειας. Στηριζόμενος στο μοντέλο του Dixit and Pindyck (1994) θεωρεί κάθε μη αντιστρέψιμη επενδυτική ευκαιρία ως ένα δικαίωμα προαίρεσης (option) και η υλοποίηση τέτοιου είδους επένδυσης σηματοδοτεί ένα κόστος ευκαιρίας το οποίο

[4] Integrated Gasification Combined Cycle
[5] Liquid Natural Gas

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

πρέπει να συμπεριλαμβάνεται στο επενδυτικό κόστος. Λόγω του γεγονότος ότι η ηλεκτρική ενέργεια δεν μπορεί να αποταμιευθεί και προκειμένου να μην καταρρεύσει η αρχή του "non-arbitrage", για την αξιολόγηση του δικαιώματος επένδυσης χρησιμοποιούνται οι τιμές των μελλοντικών συμβολαίων ενέργειας η εξέλιξη των οποίων ακολουθεί G.B.M.

Οι Laurikka & Koljohen **(Laurikka & Koljohen, 2006 [30])**, μελετούν την επίδραση της "Emission allowance Trading scheme" της Ε.Ε. στις επενδυτικές αποφάσεις στον τομέα ενέργειας της Φιλανδίας. Προχωράει σε εμπειρική εφαρμογή του μοντέλου Real options που παρουσιάζει, εκτιμώντας την αξία μιας επένδυσης σε εργοστάσιο παραγωγής ενέργειας λαμβάνοντας υπόψη την αξία του δικαιώματος καθυστέρησης και του δικαιώματος να μεταβάλλει το μέγεθος της παραγωγής. Γίνεται επίσης η υπόθεση ότι η τιμή της άδειας εκπομπών CO_2 και η τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας είναι στοχαστικές. Η εμπειρική εφαρμογή δείχνει ότι η αβεβαιότητα γύρω απ' την τιμή άδειας εκπομπών CO_2 επηρεάζει σημαντικά την απόφαση για επένδυση σε τύπους εργοστασίων που εκπέμπουν CO_2.

Οι Deng et al. **(Deng et al, 2001 [31])**, αναπτύσσει ένα μοντέλο για την τιμολόγηση παραγώγων στον ηλεκτρισμό λαμβάνοντας υπόψη τα χαρακτηριστικά του. Πιο συγκεκριμένα αφού η ηλεκτρική ενέργεια δεν αποθηκεύεται, προκειμένου να μην καταρρεύσει η αρχή του "non-arbitrage", η αξία του παραγώγου προσομοιώνεται με το αντίστοιχο χαρτοφυλάκιο από μελλοντικά συμβόλαια. Παρουσιάζονται αναλυτικές λύσεις για το spark spread options καθώς και για το "locational spread" τόσο για την περίπτωση που οι τιμές των μελλοντικών συμβολαίων ακολουθούν G.B.M όσο και για την περίπτωση που ακολουθούν "mean reversion". Τέλος, χρησιμοποιώντας τα R.O.(Real Option), υπολογίζει την αξία στοιχείων του ενεργητικού με μεγαλύτερη ακρίβεια ως προς τις τιμές της αγοράς σε σχέση με τις παραδοσιακές μεθόδους D.C.F.

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Ο Yang **(Yang et al. ,2007 [32])**, χρησιμοποιεί την μέθοδο αποτίμησης Real options μέσω του πλαισίου του δυναμικού προγραμματισμού για να ποσοτικοποίησει το κόστος της αβεβαιότητας της κρατικής περιβαντολλογικής πολιτικής, που μοντελοποιείται μέσω στοχαστικής τιμής του CO_2, στον τομέα της ενέργειας. Πιο συγκεκριμένα το πλαίσιο των Real options αναγνωρίζει την ευελιξία των εταιρειών σχετικά με τον χρόνο υλοποίησης των επενδυτικών ευκαιριών και καθορίζει έναν «άριστο κανόνα επένδυσης» για τρεις διαφορετικές τεχνολογίες παραγωγής.

Ο Venetsanos **(Venetsanos, 2002 [33])**, αναπτύσσει ένα μοντέλο αποτίμησης εγκαταστάσεων αιολικής ενέργειας με την χρήση Real options. Σε αντίθεση με τον κανόνα της Κ.Π.Α., προχωρεί στην αποτίμηση της αξίας ενός εργοστασίου παραγωγής αιολικής ενέργειας στην Ελλάδα λαμβάνοντας υπόψη την ευελιξία που παρέχει η επενδυτική ευκαιρία (option to defer) προχωρώντας με αυτό τον τρόπο στον σωστό υπολογισμό της αξίας της επένδυσης.

Οι Tseng and Barz **(Tseng and Barz 2002 [34])**, εισάγουν μια προσέγγιση R.O. για την βραχυχρόνια αποτίμηση εργοστασίου παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με περιορισμούς στην λειτουργία (unit commitment). Για την επίτευξη λύσης χρησιμοποιείται backward moving dynamic programming με forward moving Monte-Carlo simulation.Αποφάσεις για την λειτουργία μιας γεννήτριας υπόκεινται σε τεχνολογικούς περιορισμούς όπως ο ελάχιστος και ο μέγιστος χρόνος λειτουργίας και παύσης του εργοστασίου. Τόσο η αγορά ηλεκτρικής ενέργειας όσο και καυσίμου λειτουργούν σε ωριαία βάση και οι τιμές ακολουθούν Ito process. Η εμπειρική εφαρμογή δείχνει ότι η μη αναγνώριση των τεχνικών περιορισμών δύναται να οδηγήσει σε υπερεκτίμηση της αξίας επένδυσης.

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

2.4 Lit. CVaR Χαρτοφυλάκιο και Real options

Η εφαρμογή της μεθόδου CVaR για την μεγιστοποίηση της απόδοσης ή ισοδύναμη της ελαχιστοποίησης του κινδύνου, ενός χαρτοφυλακίου που αποτελείται ή συμπεριλαμβάνει Real options δεν είναι ακόμη επαρκώς διαδεδομένη στην παγκόσμια βιβλιογραφία. Εξαίρεση αποτελούν τα άρθρα που παρουσιάζονται παρακάτω τα οποία και αφορούν την δημιουργία άριστου χαρτοφυλακίου (που συμπεριλαμβάνει Real options) στον τομέα της Ενέργειας.

Ο Fortin **(Fortin et al, 2007 [35])**, χρησιμοποιώντας ως μέθοδο αποτίμησης επενδύσεων τα Real options, υπολογίζει την άριστη χρονική στιγμή επένδυσης σε μία τεχνολογία μείωσης των ρυπών του διοξειδίου του άνθρακα (CO_2) τόσο για την περίπτωση εργοστασίου παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας που χρησιμοποιεί ως πρώτη ύλη τον άνθρακα όσο και για την περίπτωση που χρησιμοποιεί την βιομάζα. Επίσης υπολογίζεται και η άριστη στιγμή κατασκευής εργοστασίου παραγωγής αιολικής ενέργειας το οποίο δεν παράγει ρύπους CO_2. Κάτω από τρία διαφορετικά σενάρια τιμών (προστίμων) των εκπομπών CO_2, υπολογίζεται η άριστη επενδυτική πολιτική για καθένα από τα 3 περιουσιακά στοιχεία και μέσω αυτής, οι κατανομές των αποδόσεών τους οι οποίες χρησιμοποιούνται ως εισροή για την αριστοποίηση του χαρτοφυλακίου έχοντας ως μέθοδο μέτρησης του κινδύνου το CVaR. Ο χρονικός ορίζοντας είναι μακροχρόνιος (50 χρόνια) και ως πηγές αβεβαιότητας λαμβάνονται οι τιμές ηλεκτρικής ενέργειας και οι τιμές του CO_2.

Στα άρθρα των Unger & Luthi **(Unger & Luthi, 2002 [36]) και** Doege **(Doege et al, 2006 [37])** με το δεύτερο άρθρο να αποτελεί επέκταση του μοντέλου που παρουσιάζεται στο πρώτο, παρατηρείται η μεγιστοποίηση των αναμενόμενων κερδών ενός «power» χαρτοφυλακίου με δεδομένο ένα επίπεδο κινδύνου μετρήσιμο από την μέθοδο CVaR. Ένα τυπικό "power" χαρτοφυλάκιο δεν αποτελείται μόνο από χρηματοοικονομικά περιουσιακά στοιχεία όπως μελλοντικά Συμβόλαια και Σ.Δ.Π. στην αγορά ηλεκτρικής ενέργειας αλλά και

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

από έναν αριθμό παραγωγικών στοιχείων του ενεργητικού. Τα παραγωγικά αυτά στοιχεία στην περίπτωση των Luthi και Unger περιλαμβάνουν έναν αριθμό "hydro-storage" εργοστασίων που παρέχουν ευελιξία στο ύψος της παραγωγής, ενώ στο άρθρο του Doege τα παραγωγικά στοιχεία περιλαμβάνουν ένα "hydro-storage" εργοστάσιο και ένα πυρηνικό εργοστάσιο το οποίο και χαρακτηρίζεται από μη-ευελιξία για ύψος της παραγωγής. Ο χρονικός ορίζοντας είναι σχετικά βραχύς και στις δύο περιπτώσεις (1 χρόνος και 2 εβδομάδες αντίστοιχα) και ως πηγές αβεβαιότητας άρα και κινδύνου χαρακτηρίζονται η τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας, η ζήτηση για ηλεκτρισμό και η εισροή νερού.

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Κεφάλαιο 3: Θεωρητικό Μοντέλο

3.1 Περιγραφή Μοντέλου

Το μοντέλο μας, περιγράφει μια επιχείρηση η οποία δραστηριοποιείται σε ένα περιβάλλον όπου επικρατεί υπερβάλλουσα ζήτηση για τα προϊόντα της, με αποτέλεσμα η τελευταία να παράγει την μέγιστη συνολικά παραγομένη ποσότητα $\overline{Q}$ που η υπάρχουσα τεχνολογία της επιτρέπει. Η επιχείρηση διαθέτει την δυνατότητα να παράγει 2 διαφορετικά προϊόντα (με τιμή P_1 και P_3 αντίστοιχα) εκ των οποίων το ένα το διαθέτει και στο εξωτερικό(που όμως για λόγους παρουσίασης θα αναφέρεται ως αγαθό 2), σε διαφορετική όμως τιμή P_2 (εκφρασμένη σε ξένες νομισματικές μονάδες) αναλαμβάνοντας έτσι και τον αντίστοιχο συναλλαγματικό κίνδυνο. Επίσης έχει την ικανότητα για την παραγωγή της συνολικής ποσότητας των 2 διαφορετικών προϊόντων που διαθέτει στην εγχώρια και ξένη αγορά, να χρησιμοποιεί 3 διαφορετικές εναλλακτικές πρώτες ύλες (Α,Β και Γ) συνολικής ποσότητας L.

Η παρατηρούμενη αβεβαιότητα στην αγορά προϊόντος και στην αγορά των πρώτων υλών μοντελοποιείται με την χρήση στοχαστικών ανελίξεων (G.B.M.) για την εξέλιξη των τιμών των πρώτων υλών και των προϊόντων, με εξαίρεση το προϊόν που διανέμεται αποκλειστικά στην εγχώρια αγορά (και συμβολίζεται με τον αριθμό 3) του οποίου την τιμή $\overline{P}_3$ την θεωρούμε σταθερή όπως επίσης και της τιμή της πρώτης ύλης Γ $(\overline{S}_\Gamma)$.

Οι τυχαίες μεταβλητές του υποδείγματος (τιμές προϊόντων, πρώτων υλών και συναλλαγματική ισοτιμία) χαρακτηρίζονται από αβεβαιότητα ως προς το εύρος των πιθανών μεταβολών τους κατά την διάρκεια του επενδυτικού ορίζοντα (από t=0 έως t=T). Βασική υπόθεση του υποδείγματος αποτελεί το γεγονός ότι κάθε στοχαστική μεταβλητή ακολουθεί συνεχή λογαριθμική κατανομή, η οποία και προσεγγίζεται με την χρήση μιας περιορισμένης ομάδας

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

διακριτών σεναρίων $\Omega = \{n : n = 1,2..., N\}$ όπου κάτω από κάθε σενάριο $n \in \Omega$ οι τυχαίες μεταβλητές λαμβάνουν και μια διακριτή τιμή, με ίση πιθανότητα υλοποίησης του κάθε σεναρίου.

Το μοντέλο μας θα διακρίνει μεταξύ 2 περιπτώσεων. Πρώτα την περίπτωση όπου η λειτουργία της εταιρείας δεν χαρακτηρίζεται από οποιαδήποτε μορφής επιχειρησιακής ευελιξίας. Βασική υπόθεση είναι ότι η επιχείρηση παράγει ίδια και αμετάβλητη με το πέρασμα του χρόνου ποσότητα προϊόντος και στις τρεις αγορές στις οποίες δραστηριοποιείται καθώς και χρησιμοποιεί ίδια και αμετάβλητη ποσότητα από τις τρεις πρώτες ύλες της. Καθορίζοντας την συνάρτηση κερδών στην αρχή και στο τέλος του χρονικού ορίζοντα Τ (που στο μοντέλο μας είναι ένας χρόνος) υπολογίζουμε την απόδοση της εταιρείας για κάθε σενάριο n, με $n \in \Omega$.

Αντίθετα για την περίπτωση που η εταιρεία διακρίνεται από επιχειρησιακή ευελιξία η λειτουργία της επιχείρησης και η απόδοση της μπορεί να θεωρηθεί παρόμοια με ένα ιδιότυπο χαρτοφυλάκιο σταθμίζοντας ανάλογα τόσο την παραγόμενη ποσότητα των προϊόντων της επιχείρησης όσο και την απαιτούμενη ποσότητα των εισροών της. Επίσης στο τέλος του χρονικού ορίζοντα Τ, η συνάρτηση των κερδών θα συμπεριλαμβάνει εκτός από τα έσοδα των πωλήσεων των προϊόντων και το κόστος αγοράς πρώτων υλών, ακριβώς όπως και στην προηγούμενη περίπτωση, μια σειρά από Real options τα οποία και αντιπροσωπεύουν την αξία της επιχειρησιακής ευελιξίας (operational flexibility) που έχει στην διάθεση της η συγκεκριμένη εταιρεία, καθώς και έναν ορισμένο αριθμό put currency options προκειμένου να αντισταθμίσει τον συναλλαγματικό κίνδυνο.

Υπολογίζουμε πάλι για κάθε σενάριο $n \in \Omega$ τις αποδόσεις τις επιχείρησης και συγκρίνουμε και σχολιάζουμε τις διαφορές μεταξύ των κατανομών των αποδόσεων μεταξύ των 2 περιπτώσεων. Οι αποδόσεις αυτές, στην δεύτερη περίπτωση λειτουργούν ως εισροή στο στοχαστικό μοντέλο αριστοποίησης που

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

αποβλέπει στο να ελαχιστοποιήσει το "downside risk" της εταιρείας. Το μοντέλο αυτό διακριτού χρόνου, που χρησιμοποιεί το CVaR μέτρο κινδύνου, αποβλέπει στην βελτιστοποίηση του μεγέθους CVaR της απόδοσης της επιχείρησης θέτοντας ταυτόχρονα και ένα ελάχιστο όριο στην αναμενομένη απόδοση της εταιρείας.

Οι ντετερμινιστικές εισροές του μοντέλου είναι : οι αρχικές τρέχουσες τιμές των προϊόντων, των εισροών η τρέχουσα συνολική ισοτιμία, η συνολική παραγομένη ποσότητα και η απαιτούμενη για αυτή συνολική ποσότητα εισροών καθώς και οι τιμές των Real options και των Currency options. Όλα τα options (Real και χρηματοοικονομικά) είναι ευρωπαϊκού τύπου και η ημερομηνία λήξης ταιριάζει με το τέλος του χρονικού ορίζοντα Τ. Οι εξαρτώμενες από το σενάριο μεταβλητές είναι οι τελικές τιμές των προϊόντων (εκτός της τιμής του προϊόντος 3 που η επιχείρηση διαθέτει αποκλειστικά στην εγχώρια αγορά, που λόγω υπόθεσης έχει σταθερή τιμή) , των πρώτων υλών (εξαιρώντας το προϊόν (Γ) του οποίου το κόστος απόκτησης το έχουμε υποθέσει σταθερό) και της συναλλαγματικής ισοτιμίας στο χρονικό ορίζοντα Τ. Αυτές οι μεταβλητές καθορίζουν το "payoff" των options στο τέλος του χρονικού ορίζοντα για κάθε σενάριο .

Οι "ανεξάρτητες μεταβλητές" του μοντέλου καθορίζουν ποιο ποσοστό της συνολικής παραγωγής καταλαμβάνει το κάθε προϊόν καθώς και το αντίστοιχο ποσοστό για τις πρώτες ύλες. Τέλος στην ίδια κατηγορία ανήκει και ο αριθμός των currency options στον οποίο επιλέγει να επενδύσει η επιχείρηση. Ουσιαστικά το συγκεκριμένο μοντέλο με την εύρεση των άριστων σταθμιστών παραγόντων στο μερίδιο συμμετοχής του κάθε προϊόντος στην συνολική παραγομένη ποσότητα και των αντίστοιχων εισροών αντισταθμίζει τον κίνδυνο της αγοράς αυξάνοντας με αυτό τον τρόπο τα κέρδη και τη αξία της εταιρείας ενώ η αγορά των currency options αντισταθμίζει τον συναλλαγματικό κίνδυνο.

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

α. **Μεταβλητές**

Input parameters:

(1)Ντετερμινιστικές ποσότητες:

$\overline{Q}$	Μέγιστη συνολική παραγωγή του εργοστασίου
$\overline{p}_3$	Σταθερή τιμή του προϊόντος (3) που διανέμεται αποκλειστικά σε εγχώριες αγορές
T	Χρονικός ορίζοντας (στην περίπτωσή μας ένας χρόνος)
p_i^0	Αρχική (t=0) τιμή του προϊόντος που πωλείται στην εγχώρια αγορά και ξένη αγορά, όπου i=1,2
s_j^0	αρχική τιμή της εισροής j όπου j=A,B
$\overline{s}_\Gamma$	Σταθερό κόστος της εισροής Γ
K	η τιμή εξάσκησης του currency option
E_0	η τιμή της συναλλαγματικής ισοτιμίας του ξένου νομίσματος την χρονική στιγμή t=0
F.C	Το σταθερό λειτουργικό κόστος της επιχείρησης (Fixed Cost)
Input.Opt.	η τιμή του Real option που έχει στην διάθεση της, σχετικά με τις εισροές, η επιχείρηση
Output.Opt.	η τιμή του real option να αντικαταστήσει η επιχείρηση το προϊόν με την μεγαλύτερη τιμή ανάμεσα σε p_1 και p_2*E^n με το προϊόν 3(p_3)
Loc.spread	η τιμή του Real Option να διαθέσει η εταιρεία το προϊόν 1 σε μια άλλη εγχωρία αγορά.
Pr.Cur.Opt	η τιμή του Ευρωπαϊκού put option πάνω στην συναλλαγματική Ισοτιμία E^n με τιμή εξάσκησης K και ημερομηνία λήξης T

(2) Παράμετροι εξαρτώμενοι από τα σενάρια:

p_n	η αντικειμενική πιθανότητας υλοποίησης του σεναρίου n Є N



p_i^n η τιμή του προϊόντος i(όπου i=1,2) στο τέλος του χρονικού ορίζοντα κάτω από το σενάριο n ∈ N

s_j^n η τιμή της εισροής j (όπου j=A,B) στο τέλος του χρονικού ορίζοντα T κάτω από το σενάριο n ∈ N

E^n η τιμή της συναλλαγματικής ισοτιμίας στο τέλος του χρονικού ορίζοντα T κάτω από το σενάριο n ∈ N

(3) Μεταβλητές

w_k ο σταθμικός συντελεστής παραγωγής για το προϊόν k όπου (k=1,2,3)

x_g το ποσοστό συμμετοχής της εισροής g(όπου g=A,B,Γ) στην συνολικά απαιτούμενη ποσότητα συντελεστών L

Numb.Cur.Opt ο αριθμός αγοράς Ευρωπαϊκών put option πάνω στην συναλλαγματική Ισοτιμία E^n με τιμή εξάσκησης K και ημερομηνία λήξης T

(4)Βοηθητικές Μεταβλητές

V_T^n τα κέρδη της επιχείρησης στο τέλος του χρονικού ορίζοντα T κάτω από το σενάριο n ∈ N

y_n βοηθητική μεταβλητή που χρησιμοποιείται προκειμένου να μετατραπεί σε γραμμική η "μερικώς" γραμμική συνάρτηση του ορισμού του CVaR

z η αξία VaR των αποδόσεων της επιχείρησης

R_n η απόδοση της επιχείρησης στο τέλος του χρονικού ορίζοντα T κάτω από το σενάριο n ∈ N

$\overline{R}$ η αναμενόμενη απόδοση της επιχείρησης στο τέλος του χρονικού Ορίζοντα T κάτω από το σενάριο n ∈ N



(5) Computed Parameters

Η παράμετρος V_0 ορίζεται ως τα κέρδη της εταιρείας (επομένως και η αξία της) στην αρχή της περιόδου (t=0). Η επιχείρηση την συγκεκριμένη χρονική στιγμή δεν λειτουργεί υπό καθεστώς επιχειρησιακής ευελιξίας, οπότε η αξία της εταιρείας δεν συμπεριλαμβάνει την αξία των Real Options, ούτε και ενδιαφέρεται για την κάλυψη του συναλλαγματικού κινδύνου γεγονός που διαφαίνεται από το ότι δεν προβαίνει σε αγορά Currency Option και δεν επωμίζεται και το αντίστοιχο "payoff". Τα κέρδη προέρχονται αποκλειστικά από την πώληση των τριών προϊόντων σε ίσες αναλογίες μείον το κόστος για την απαιτούμενη αγορά ίσων ποσοτήτων των πρώτων υλών και το σταθερό ποσό του κόστους λειτουργίας (F.C.).

$$V_0 = \tfrac{1}{3}\overline{Q}P_1^0 + \tfrac{1}{3}\overline{Q}P_2^0E_0 + \tfrac{1}{3}\overline{Q}\overline{P}_3 - (\lambda_A \tfrac{1}{3}\overline{Q}s_B^0 + \lambda_B \tfrac{1}{3}\overline{Q}s_B^0 + \lambda_\Gamma \tfrac{1}{3}\overline{Q}\overline{s}_\Gamma) - F.C.$$

β. **Περίπτωση χωρίς Ευελιξία**

$$V_0' = \overline{w}_1\overline{Q}p_1^0 + \overline{w}_2\overline{Q}p_2^0E_0 + \overline{w}_3\overline{Q}\overline{p}_3 - (\lambda_A\overline{x}_\text{A}\overline{Q}s_A^0 + \lambda_B\overline{x}_\text{B}\overline{Q}s_B^0 + \lambda_\Gamma\overline{x}_\Gamma\overline{Q}\overline{s}_\Gamma) - F.C.$$

$$V_T'^n = \overline{w}_1\overline{Q}p_1^n + \overline{w}_2\overline{Q}p_2^nE^n + w_3^n\overline{Q}\overline{p}_3 - (\lambda_A\overline{x}_\text{A}\overline{Q}s_A^n + \lambda_B\overline{x}_\text{B}\overline{Q}s_B^n + \lambda_\Gamma\overline{x}_\Gamma\overline{Q}\overline{s}_\Gamma) - F.C.$$

$$\overline{w}_1 = \overline{w}_2 = \overline{w}_3 = \frac{1}{3}$$

$$\overline{x}_\text{A} = \overline{x}_\text{B} = \overline{x}_\Gamma = \frac{1}{3}$$

$$R'^n = \frac{V_T'^n}{V_0'} - 1$$

Στην συγκεκριμένη περίπτωση θεωρούμε ότι η επιχείρηση είναι αναγκασμένη να παράγει την ίδια ποσότητα και από τα τρία προϊόντα(δηλαδή η ποσότητα του κάθε προϊόντος είναι το ένα τρίτο της συνολικής ποσότητας) και

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

για αυτό θέτουμε ($\overline{w}_1 = \overline{w}_2 = \overline{w}_3 = \frac{1}{3}$) καθώς και να χρησιμοποιεί την ίδια ποσότητα και από τις τρεις εισροές ($\overline{x}_{\text{A}} = \overline{x}_{\text{B}} = \overline{x}_{\Gamma} = \frac{1}{3}$). Με αυτό τον τρόπο καταργείται οποιαδήποτε μορφή ευελιξίας που θα μπορούσε να εκμεταλλευθεί η επιχείρηση. Επίσης γίνεται η υπόθεση ότι η επιχείρηση δεν προχωρεί στην λήψη μέτρων προφύλαξης του συναλλαγματικού κινδύνου που επωμίζεται. Υπολογίζεται η συνάρτηση κερδών για την αρχή (t=0) και για το τέλος του χρονικού ορίζοντα (t=T) δίνοντας παράλληλα την δυνατότητα να υπολογιστούν και οι αποδόσεις της επιχείρησης για κάθε n ∈ Ω.

γ. **Περίπτωση με Ευελιξία**

Max $$z - \frac{1}{1-a}\sum_{n\in N} p_n y_n \qquad (\alpha)$$

$$V_T^n = w_1\overline{Q}P_1^n\lambda_1 + w_2\overline{Q}P_2^n E^n\lambda_2 + w_3\overline{Q}\overline{P}_3\ \lambda_3 - (\lambda_A x_A\overline{Q}s_A^n + \lambda_B x_B\overline{Q}s_B^n + \lambda_\Gamma x_\Gamma\overline{Q}\overline{s}_\Gamma)$$
$$+ Input.Opt$$
$$+ Output.Opt + Loc.Spread + Numb.Cur.Opt.*\left[\max(K - E^n, 0)\ \right]$$
$$- Numb.Cur.Opt * \Pr.Cur.Opt. - F.C.$$
(β)

$$V_0 = \tfrac{1}{3}\overline{Q}P_1^0\lambda_1 + \tfrac{1}{3}\overline{Q}P_2^0E_0\lambda_2 + \tfrac{1}{3}\overline{Q}\overline{P}\lambda_3 - (\lambda_A\tfrac{1}{3}\overline{Q}s_B^0 + \lambda_B\tfrac{1}{3}\overline{Q}s_B^0 + \lambda_\Gamma\tfrac{1}{3}\overline{Q}\overline{s}_\Gamma) - F.C.$$
(γ)

$$Numb.Cur.Opt.*\Pr.Cur.Opt \le w_2\overline{Q}P_2^nE^n\lambda_2 \qquad (\delta)$$

$$\overline{Q} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = w_1\overline{Q} + w_2\overline{Q} + w_3\overline{Q} \quad \Leftrightarrow \quad w_1 + w_2 + w_3 = 1 \qquad (\varepsilon)$$

$$x_A + x_B + x_\Gamma = 1 \qquad (\eta)$$

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

$$R^n = \frac{V_T^n}{V_0} - 1 \qquad (\Theta)$$

$$\overline{R} = \sum_{n \in N} p_n R_n \qquad (\iota)$$

$$\overline{R} \geq \mu \qquad (\kappa)$$

$$y_n \geq z - R^n \qquad (\nu)$$

$$y_n \geq 0 \qquad (\xi)$$

$$0 \leq w_1, w_2, w_3 \leq 1 \qquad (\omicron)$$

$$0 \leq x_A, x_B, x_\Gamma \leq 1 \qquad (\pi)$$

$$\overline{Q} \geq 0 \qquad (\sigma)$$

Η συγκεκριμένη μοντελοποίηση αποβλέπει στην μεγιστοποίηση του μεγέθους CVaR της απόδοσης της εταιρείας (α) για ένα προκαθορισμένο επίπεδο εμπιστοσύνης a*100 στο τέλος της περιόδου Τ ενώ παράλληλα περιορίζεται και η αναμενόμενη απόδοση της εταιρείας ($\overline{R} \geq \mu$).

Ο περιορισμός (β) ορίζει ότι τα κέρδη της επιχείρησης στο τέλος της περιόδου (χρονική στιγμή Τ) για κάθε πιθανό σενάριο n Є Ω, ισούνται με τα έσοδα της εταιρείας από την πώληση των παραγόμενων προϊόντων στην εγχώρια αγορά καθώς και από την πώληση του αντίστοιχου προϊόντος στο εξωτερικό εκφρασμένα σε εγχώριες νομισματικές μονάδες μείον το κόστος αγοράς των πρώτων υλών και των σταθερών λειτουργικών εξόδων, την αξία των currency option μείον το κόστος απόκτησης τους και τέλος την τιμή των Real options που αντικατοπτρίζουν την αξία της επιχειρησιακής ευελιξίας που έχει στην διάθεση της η επιχείρηση τόσο στην περίπτωση των τελικών προϊόντων όσο και στην περίπτωση των πρώτων υλών.

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Σε αντίθεση με την περίπτωση της μη ευελιξίας, η επιχείρηση δεν θεωρεί ως δεδομένο το ποσοστό της συνολική παραγωγής που καταλαμβάνει το κάθε προϊόν αλλά η τιμή των μεταβλητών αυτών αποτελεί μια από τις εκροές του στοχαστικού μοντέλου αριστοποίησης που θα χρησιμοποιηθεί. Παρόμοια και με τις πρώτες ύλες , το ποσοστό της κάθε εισροής στην συνολική ποσότητα δεν είναι προαποφασισμένο αλλά αντίθετα αποτελεί επίσης εκροή του στοχαστικού μοντέλου αριστοποίησης.

Αντίστοιχα ο περιορισμός (γ) ορίζει τα κέρδη της εταιρείας στην αρχή της περιόδου (t=0) και επομένως δεν λαμβάνει υπόψη την αξία του "operational flexibility" που αντικατοπτρίζεται στην τιμή των Real options. Επίσης παραλείπεται και η αξία των currency options. Τα κέρδη προέρχονται αποκλειστικά από την πώληση των τριών προϊόντων , τόσο σε εγχώριες αγορές όσο και στο εξωτερικό, μείον το κόστος της αγοράς της απαιτούμενης ποσότητας προϊόντων (L) και του σταθερού λειτουργικού κόστους (F.C.).

Η εξίσωση (δ) περιορίζει την συνολική δαπάνη για αγορά currency options. Δεν επιτρέπεται η δαπάνη αυτή να ξεπεράσει τα σταθερά έσοδα από τις πωλήσεις του προϊόντος στο εξωτερικό (εκφρασμένο σε εγχώριες μονάδες). Θεωρούμε η αγορά των put currency option γίνεται αποκλειστικά και μόνο προκειμένου να αντισταθμιστεί ο συναλλαγματικός κίνδυνος και όχι για κερδοσκοπικούς λόγους.

Ο περιορισμός (ε) εξασφαλίζει ότι οι επιλεγόμενες από την επιχείρηση παραγόμενες ποσότητες των τριών προϊόντων θα ισούνται με την συνολική παραγωγή $\overline{Q}$ και το άθροισμα των σταθμικών συντελεστών παραγωγής είναι ίσο με την μονάδα.

Επίσης η εξίσωση (η) εξασφαλίζει ότι το άθροισμα των συντελεστών στάθμισης των πρώτων υλών είναι ίσο με την μονάδα. Ακόμα ο περιορισμός (Θ) ορίζει την απόδοση της εταιρείας στο τέλος του χρονικού ορίζοντα κάτω από

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

όλα τα πιθανά σενάρια nЄΩ . Η εξίσωση (ι) ορίζει την αναμενόμενη μέση απόδοση της επιχείρησης στο τέλος του χρονικού ορίζοντα ενώ η εξίσωση (κ) επιβάλλει ένα ελάχιστο όριο στην αναμενομένη απόδοση της εταιρείας. Οι εξισώσεις (ν) και (ξ) αποτελούν τους απαραίτητους περιορισμούς για τον υπολογισμό του CVaR . Ο περιορισμός (σ) εξασφαλίζει ότι η συνολική παραγόμενη ποσότητα είναι θετική. Οι περιορισμοί (ο) και (π) εξασφαλίζουν ότι οι σταθμικοί συντελεστές των παραγόμενων προϊόντων και των χρησιμοποιούμενων πρώτων υλών παίρνουν τιμές από μηδέν έως την μονάδα. Τέλος οι παράμετροι $\lambda_A, \lambda_B, \lambda_\Gamma \succ 0$ προκειμένου να υπάρξει μια όσο το δυνατόν ρεαλιστικότερη σχέση μεταξύ των εισροών. Αντίστοιχα οι παράμετροι $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 > 0$ αφορούν την σχέση μεταξύ των τελικών προϊόντων.

3.2 Δημιουργία Σεναρίων

Ένας γενικό τρόπος να περιγράψεις τον κίνδυνο είναι μέσω της χρησιμοποίησης ομάδας σεναρίων για την περίπτωση μιας χρονικής περιόδου ή ένα δενδρόγραμμα σεναρίων (scenario tree) για την περίπτωση πολλών περιόδων. Η μετάβαση από μοντέλα αριστοποίησης στοχαστικού χαρακτήρα σε ντετερμινιστικού απαιτεί την δημιουργία σεναρίων που περιγράφουν ομάδες από πιθανές μεταβολές των μεταβλητών. Το κάθε σενάριο πρόκειται για «πραγματοποίηση» των μελλοντικών τιμών όλων των μη ντετερμινιστικών μεταβλητών που επηρεάζουν την απόδοση της εταιρείας. Η ομάδα αυτή των διαφορετικών σεναρίων αντικατοπτρίζει το εύρος των πιθανών μεταβολών των στοχαστικών μεταβλητών που θα μπορούσαν να υλοποιηθούν μέσα στο χρονικό ορίζοντα που εξετάζουμε από την χρονική στιγμή t=0 έως t=T. Με την χρήση των σεναρίων είναι εφικτή η απεικόνιση των διαφορετικών μορφών του κινδύνου και επιτρέπει την ανάπτυξη μεθόδων που το λαμβάνουν υπόψη τους.

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Βασική υπόθεση του υπό εξέταση υποδείγματος αποτελεί το γεγονός ότι οι τυχαίες μεταβλητές ακολουθούν Geometric Brownian Motion (G.B.M.), η οποία αποτελεί το πιο εφαρμοσμένο μοντέλο στη χρηματοοικονομική επιστήμη. Χρησιμοποιείται προκειμένου να προσομοιώσει την στοχαστική συμπεριφορά μελλοντικών υποκείμενων μεταβλητών όπως συμβολαίων, μετοχών και συναλλαγματικών ισοτιμιών. Αποτελεί μια στοχαστική ανέλιξη συνεχούς χρόνου (δηλαδή οι μεταβολές των υποκείμενων μεταβλητών μπορούν να υλοποιηθούν οποιαδήποτε χρονική στιγμή). Ποιο συγκεκριμένα, η εξέλιξη των μελλοντικών τιμών του κόστους των πρώτων υλών S_i (όπου ι=A,B), μια από τις στοχαστικές μεταβλητές του υποδείγματος, μοντελοποιείται από την εξής στοχαστική ανέλιξη:

$\frac{dS_i}{S_i} = \mu_i dt + \sigma_i dw$ με i=A,B οι αντίστοιχες πρώτες ύλες,

όπου το dw είναι μια Wiener process η οποία και αποτελεί μια ειδική περίπτωση Markov process[6], με drift rate 0 και variance rate ίσο με dt. Το μηδενικό drift rate σημαίνει ότι η αναμενόμενη μεταβολή του W σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή είναι ίση με την παρούσα αξία του (Hull 2003, σελ 219 [38]). Αντίστοιχα the variance rate ίσο με dt σημαίνει ότι η μεταβολή του W σε ένα χρονικό διάστημα διάρκειας T είναι ίσο με T. Επίσης τόσο η παράμετρος $\mu_ι$ που είναι ο αναμενόμενος ρυθμός της απόδοσης του S_i ανά μονάδα χρόνου όσο και η παράμετρος σ_i που αποτελεί την μεταβλητότητα του S_i ανά μονάδα χρόνου, θεωρούνται σταθερή και αμετάβλητη με την πάροδο του χρόνου. Ουσιαστικά το δεξί μέρος της εξίσωσης A είναι η απόδοση της τιμής της πρώτης ύλης (i) η οποία απόδοση μπορεί να χωριστεί σε 2 μέρη με το πρώτο να αποτελεί την αναμενομένη απόδοση ενώ το δεύτερο το στοχαστικό μέρος της απόδοσης.

Μέσω της εφαρμογής της μεθόδου "Ito's Process" είναι εξαιρετικά εύκολο να αποδείξουμε ότι : $d \ln S_i = (\mu - \sigma^2 \frac{1}{2})dt + \sigma_i dw$

[6] Η διαδικασία Markov αποτελεί έναν ειδικό τύπο στοχαστικής ανέλιξης όπου μόνο η παρούσα αξία της μεταβλητής είναι απαραίτητη για την πρόβλεψη της μελλοντικής της εξέλιξης.

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Η μεταβολή του $\ln S_i$ στο χρονικό διάστημα ανάμεσα t=0 και t=T κατανέμεται κανονικά με μέσο $(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)T$ και διακύμανση $\sigma^2 T$. Οπότε

$d\ln S_i \sim N[(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)T, \sigma^2\sqrt{T}] \Leftrightarrow \ln S_{Ti} - \ln S_{0i} \sim N[(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)T, \sigma^2\sqrt{T}]$

$\Leftrightarrow \ln S_{Ti} \sim N[\ln S_{0i} + (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)T, \sigma^2\sqrt{T}]$

Είναι εύκολο να συμπεράνει κανείς ότι αφού ο λογάριθμος $\ln S_T$ κατανέμεται κανονικά η μεταβλητή S_i (το κόστος απόκτησης ή η τιμή της πρώτης ύλης i) ακολουθεί λογαριθμική κατανομή. Αυτό είναι πολύ σημαντικό διότι θεωρώντας απλά ότι η τιμή της εισροής S_i κατανέμεται κανονικά δεν τίθεται κάποιο κατώτατο όριο ως προς τις τιμές που μπορεί να λάβει μη αποκλείοντας την πιθανότητα η μεταβλητή της τιμής της πρώτης ύλης να λάβει αρνητική αξία πράγμα που δεν είναι δυνατό να ερμηνευθεί οικονομικά. Αντίθετα αποτελεί χαρακτηριστικό της G.B.M. ότι αν η αρχική τιμή του S_i^0 είναι θετική θα παραμείνει και θετική, αφού μια μεταβλητή με λογαριθμική κατανομή μπορεί να λάβει οποιαδήποτε τιμή μεταξύ του μηδέν και του απείρου.

Σε αυτό το σημείο είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι το μοντέλο αριστοποίησης είναι διακριτού χρόνου αφού περιλαμβάνει σενάρια. Η εξέλιξη των τυχαίων μεταβλητών ακολουθεί την προαναφερθέντα συνεχούς χρόνου στοχαστική ανέλιξη (G.B.M.) επομένως την χρονική στιγμή T (η οποία και σηματοδοτεί το πέρας του χρονικού ορίζοντα) η συγκεκριμένη μεταβλητή θα ακολουθεί μια λογαριθμική κατανομή με μέσο και κατανομή που δίνονται από τους τύπους $E(S_T) = S_0 e^{\mu T}$ και $Var = S_o^2 e^{2\mu T}(e^{\sigma^2 T} - 1)$ (Hull,1993), όπου μ και σ^2 η αναμενομένη απόδοση και η διακύμανση των αποδόσεων της συγκεκριμένης μεταβλητής.

Είναι επίσης σημαντικό να επισημάνουμε το γεγονός ότι από τα ιστορικά δεδομένα παρατηρείται μια συσχέτιση μεταξύ των τιμών των πρώτων υλών Α και Β, η οποία πρέπει να "μεταφερθεί"(έστω και κατά προσέγγιση λόγω του

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

μικρού αριθμού σεναρίων όπως θα δούμε σε επόμενη ενότητα) στις διακριτές τιμές που παίρνουμε από τα διάφορα σενάρια. Προκειμένου να επιτευχθεί αυτή η συσχέτιση μεταξύ των τιμών των πρώτων υλών υπό τα διάφορα σενάρια λαμβάνουμε μια ομάδα διακριτών τιμών από την συνεχή διμεταβλητή λογαριθμική κατανομή των πρώτων υλών Α και Β. Παρόμοια, προκειμένου να εξασφαλίσουμε την συσχέτιση μεταξύ των τιμών των τελικών προϊόντων στα αντίστοιχα σενάρια λαμβάνουμε έναν περιορισμένο αριθμό διακριτών τιμών από την συνεχή διμεταβλητή λογαριθμική κατανομή των τιμών P_1 και P_2 (εκφρασμένο σε εγχώριες νομισματικές μονάδες που θα εξετάσουμε παρακάτω).

Ο πιο συνηθισμένος τρόπος δημιουργίας διακριτών τιμών από την πολυμεταβλητή λογαριθμική κατανομή είναι μέσω της δημιουργίας τιμών από την αντίστοιχη πολυμεταβλητή κανονική κατανομή, τις οποίες και κάνουμε "exponentiate" ,με αποτέλεσμα εξαιτίας του "exponentiation" να μην λαμβάνουμε την συσχέτιση που θέτουμε ως εισροή στην κανονική κατανομή. Προκειμένου να αντιμετωπίσουμε το γεγονός αυτό χρησιμοποιήσαμε ένα συγκεκριμένο Matlab Script το "Multivariate Log-normal Simulation with Correlation" (MnLogNRand) το οποίο αντισταθμίζει αυτή την απώλεια συσχέτισης κατά την δημιουργία διακριτών τιμών, διευκολύνοντας αρκετά το έργο μας. Εξαίρεση αποτελεί το γεγονός ότι οι μελλοντικές τιμές της συναλλαγματικής ισοτιμίας προέρχονται από την απλή λογαριθμική κατανομή.

Επίσης είναι σημαντικό να τονιστεί ξανά το γεγονός ότι και όλες οι στοχαστικές μεταβλητές που εμπεριέχονται στο υπόδειγμα ακολουθούν G.B.M. . Πιο συγκεκριμένα, εκτός από την τιμή των πρώτων υλών Α και Β, G.B.M. ακολουθούν και οι τιμές του προϊόντος(P_1 σε εγχώριες και P_2 σε ξένες νομισματικές μονάδες αντίστοιχα) που παράγει και διαθέτει η επιχείρηση παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος στην εγχώρια αγορά και στην ξένη αγορά,

$$\frac{dP_i}{P_i} = \mu_i dt + \sigma_i dw \quad \text{με i=1,2}$$

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Οφείλουμε να επισημάνουμε για ακόμα μια φορά, την παράμετρο μ_i που είναι ο αναμενόμενος ρυθμός της απόδοσης του P_i ανά μονάδα χρόνου (και είναι σταθερό με την πάροδο του χρόνου – κάτι που ισχύει για όλες τις στοχαστικές διαδικασίες του υποδείγματος) ενώ η παράμετρος σ_i αποτελεί την μεταβλητότητα του P_i ανά μονάδα χρόνου (επίσης σταθερές με την πάροδο του χρόνου).

Αντίστοιχα: $\frac{dE}{E} = \mu_E dt + \sigma_E dw$

$$\frac{dP_1'}{p_1'} = \mu_1' dt + \sigma_1' dw$$

Οι G.B.M. στοχαστικές διαδικασίες που ακολουθούν η συναλλαγματική ισοτιμία και η τιμή P_1' του πρώτου προϊόντος σε μια εναλλακτική εγχώρια αγορά (απαραίτητο για την τιμολόγηση του Loc.spread Option που θα εξετάσουμε σε παρακάτω κεφάλαιο) .

Σημαντική μνεία αξίζει το γεγονός ότι προκειμένου να χρησιμοποιήσουμε την τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας για την ξένη χώρα P_2 οφείλουμε να την μετατρέψουμε πρώτα σε εγχώριες νομισματικές μονάδες πολλαπλασιάζοντας με την αντίστοιχη συναλλαγματική ισοτιμία ώστε να είναι δυνατή η εφαρμογή των τύπων της τιμολόγησης των option που θα εφαρμόσουμε παρακάτω. Τόσο η τιμή P_2 του προϊόντος που παράγει όσο και η συναλλαγματική ισοτιμία Ε, όντας στοχαστικές μεταβλητές ακολουθούν διαφορετικές G.B.M. διαδικασίες με αποτέλεσμα το μέγεθος $Z=P_2 *E$ να ακολουθεί μια διαφορετική κατανομή η οποία πρέπει να υπολογιστεί.

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως P_2 και Ε, ακολουθούν τις αντίστοιχες G.B.M. $\frac{dE}{E} = \mu_E dt + \sigma_E dw_E$ και $\frac{dP_2}{P_2} = \mu_2 dt + \sigma_2 dw_2$.



Επεκτείνοντας το Ito's Lemma για 2 μεταβλητές και εφαρμόζοντας το πάνω στην συνάρτηση Z= P_2 *E είναι εφικτός ο υπολογισμός της κατανομής του dZ. Πιο συγκεκριμένα:

$dZ = dE * Z_E + dP_2 Z_P + Z_t + \frac{1}{2}\left[dE^2 Z_{EE} + dP_2^2 Z_{PP} + 2dP_2 dE Z_{EZ}\right]$, με

α. $Z_E=P_2$ η πρώτη παράγωγος ως προς E,

β. $Z_P=E$ η πρώτη παράγωγος ως προς P_2

γ. $Z_{PP}=0$ η δεύτερη παράγωγος ως προς P_2

δ. $Z_{EE}=0$ η δεύτερη παράγωγος ως προς E

ε. $Z_{EP}=1$ η δεύτερη παράγωγος πρώτα ως E και μετά ως P_2

Επίσης $(dE)^2 = (E\mu_E dt + E\sigma_E dw_E)^2 = E^2(\mu_E^2 dt^2 + \sigma_E^2 dw_E^2 + 2\mu_E dt\sigma_E dw_E)$ και χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες $(dw)^2=dt$ και dt*dw=0 (multiplication rules of stochastic calculus) καταλήγουμε σε $(dE)^2 = E^2\sigma_E^2 dt$ και παρομοίως έχουμε $(dP_2)^2 = P_2^2\sigma_2^2 dt$.

Χρησιμοποιώντας την σχέση:

$dP_2 * dE = P_2\mu_2 E\mu_E dt^2 + P_2\mu_2 dtE\sigma_E dw_E + P_2\sigma_2 dw_2 E\mu_E dt + P_2\sigma_2 E\sigma_E dw_2 dw_E \Leftrightarrow$
$dP_2 * dE = P_2\sigma_2 E\sigma_E \rho_{2,E} dt$ που προκύπτει εφαρμόζοντας τον κανόνα

$dw_2 * dw_E = \rho_{2,E} dt$ (με $\rho_{2,E}$ ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ της συναλλαγματικής ισοτιμίας εκφρασμένη σε μονάδες του εγχώριου νομίσματος και της τιμής P_2 του προσόντος που εξάγει η επιχείρηση στο εξωτερικό εκφρασμένη σε μονάδες του ξένου νομίσματος) και ύστερα από μια σειρά απλών αλγεβρικών πράξεων καταλήγουμε στην παρακάτω μαθηματική σχέση :

$dZ = d(EP_2) = P_2(E\mu_E dt + E\sigma_E dw_E) + E(P_2\mu_2 dt + P_2\sigma_2 dw_2) + 0 + \frac{1}{2}(E^2\sigma_E^2 dt * 0 + P_2^2\sigma_2^2 dt * 0 + 2P_2\sigma_2 E\sigma_E \rho_{2,E} dt)$

$dZ = P_2 E\mu_E dt + P_2 E\sigma_E dw_E + EP_2\mu_2 dt + EP_2\sigma_2 dw_2 + P_2\sigma_2 E\sigma_E \rho_{2,E} dt \Leftrightarrow$

$dZ = P_2 E(\mu_E + \mu_2 + \sigma_2\sigma_E\rho_{2,E})dt + P_2 E(\sigma_E dw_E + \sigma_2 dw_2)$.

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Θεωρώντας ότι $\sigma_E dw_E + \sigma_2 dw_2 = \sigma_Z dw_Z$, $\sigma_Z^2 = \sigma_2^2 + \sigma_E^2 + 2\rho_{2,E}\sigma_2\sigma_E$ και λαμβάνοντας υπόψη ότι Z=E*P_2 είναι απλό να γραφτεί η παραπάνω σχέση στην γνωστή μορφή της G.B.M. στοχαστικής διαδικασίας ως εξής:

$$\frac{dZ}{Z} = (\mu_E + \mu_2 + \sigma_2\sigma_E\rho_{2,E})dt + \sigma_Z dw_Z$$

3.3 Θεωρία CVaR

Στις παραδοσιακές χρηματοοικονομικές αγορές η τυπική μέθοδος αριστοποίησης είναι το πρόβλημα μέσου-διακύμανσης του Markowizts (Markowizts ,1952 [39]) όπου η διακύμανση του χαρτοφυλακίου ελαχιστοποιείται κάτω από έναν περιορισμό στην αναμενόμενη απόδοση. Η διακύμανση όμως αποτελεί συμμετρική μέτρηση της διασποράς γύρω από το μέσο δίνοντας ίση βαρύτητα σε πιθανότητα η τιμή της εκάστοτε μεταβλητής να είναι πάνω όσο και σε πιθανότητα να είναι κάτω από τον μέσο αδυνατώντας να αντικατοπτρίσει διαφορές μεταξύ downside και upside risk αλλά αντίθετα ''τιμωρεί'' ομοιόμορφα κέρδη και απώλειές. Επίσης στο ίδιο πνεύμα η διακύμανση αποτελεί ακατάλληλο μέγεθος για να μετρήσει αποτελεσματικά τον κίνδυνο που ενσωματώνεται στα λεγόμενα ακραία γεγονότα, δηλαδή στα γεγονότα που έχουν μικρή πιθανότητα να υλοποιηθούν αλλά μπορούν ενδεχομένως να οδηγήσουν σε μεγάλες απώλειες. Με την πάροδο του χρόνου για την ορθότερη "διαχείριση του κινδύνου" έχουν αρχίσει να υιοθετούνται, από τα ενδιαφερόμενα μέρη καταλληλότεροι μέθοδοι μέτρησης του κινδύνου όπως το Value at Risk (VaR) και το Conditional Value at risk (CVaR).

Προκειμένου όμως να αναλύσουμε βαθύτερα τα εργαλεία αυτά μέτρησης του κινδύνου και να προχωρήσουμε στον ορισμό τους, είναι απαραίτητο να προχωρήσουμε πρώτα στον ορισμό μιας σειράς μεταβλητών ακολουθώντας στενά την ορολογία που χρησιμοποιείται στο άρθρο (N. Topaloglou et al. 2002 [40]). Θεωρούμε μια ομάδα από i=1,2..,h επενδυτικές ευκαιρίες. Στο τέλος μιας

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

χρονικής περιόδου οι επενδύσεις αυτές παράγουν αποδώσεις $\tilde{\mathbf{r}} = (\tilde{r}_1, \tilde{r}_2, , , \tilde{r}_h)^T$ οι οποίες είναι άγνωστες στην αρχή της χρονικής περιόδου (για t=0) και αντιμετωπίζονται ως τυχαίες μεταβλητές. Συμβολίζουμε την μέση αξία τους με $\bar{\mathbf{r}} = \mathbf{E}(\tilde{\mathbf{r}}) = (\bar{r}_1, \bar{r}_2, ...\bar{r}_h)^T$. Στην αρχή της χρονικής περιόδου ο επενδυτής επιθυμεί να επενδύσει το εισόδημα του στις επενδυτικές αυτές ευκαιρίες, αποφασίζοντας σε μια συγκεκριμένη κατανομή του εισοδήματος του $\mathbf{x} = (\mathrm{x}_1, x_2, ...x_h)^T$ με περιορισμούς $x_i \geq 0$ (επομένως απαγορεύονται "short sales") και $\sum_{i=1}^{h} x_i = 1$ (εισοδηματικός περιορισμός). Οπότε $\mathbf{X} = \left\{\mathbf{x} : \mathbf{x}^{\mathrm{T}}\mathbf{1} = 1, \mathbf{x} \geq 0\right\}$οι βασικοί περιορισμοί του χαρτοφυλακίου με μορφή διανυσμάτων.[7]

Η αβέβαιη απόδοση του χαρτοφυλακίου στο τέλος της χρονικής περιόδου είναι $R(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{r}}) = \mathbf{x}^{\mathrm{T}}\tilde{\mathbf{r}}$. Πρόκειται για τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση κατανομής $F(\mathbf{x}, u) = P\left\{R(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{r}}) \leq \mathrm{u}\right\}$, η οποία εξαρτάται από την σύνθεση $\mathbf{x}$ του χαρτοφυλακίου. Η αναμενομένη απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι $\mathbf{E}(R(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{r}})) = \mathrm{R}(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{r}}) = \mathbf{x}^{\mathrm{T}}\bar{\mathbf{r}}$. Υποθέτουμε ότι οι αβέβαιες αποδόσεις των επενδύσεων $\tilde{\mathbf{r}}$ μοντελοποιούνται από μια περιορισμένη ομάδα διακριτών σεναρίων $\Omega = \left\{n : n = 1,2..., N\right\}$ όπου οι αποδόσεις κάτω από ένα σενάριο n Є Ω παίρνουν τις τιμές $\mathbf{r}_{\mathrm{s}} = (r_{1s}, r_{2s}, ..., r_{hn})^T$ με αντίστοιχη πιθανότητα $\mathrm{p_n}$>0, $\sum_{n=1}^{N} p_n = 1$. Η μέση απόδοση των επενδύσεων ισούται με $\bar{\mathbf{r}} = \sum_{n=1}^{N} \mathbf{r}_{\mathrm{n}} p_n$. Αντίστοιχα η απόδοση του χαρτοφυλακίου κάτω από το σενάριο n Є Ω ορίζεται ως $R(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{r}}) = \mathbf{x}^T\mathbf{r}_n$ ενώ η μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου ορίζεται ως $R(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{r}}) = \sum_{n=1}^{N} \mathrm{p}_{\mathrm{n}} R(\mathbf{x}, \mathbf{r}_{\mathrm{n}}) = \mathbf{x}^T\bar{\mathbf{r}}$.

Το VaR ορίζεται σε όρους απώλειας ως η μέγιστη επιτρεπόμενη απώλεια για ένα δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης a*100%. Ισοδύναμα σε όρους απόδοσης ορίζεται ως η ελάχιστη απόδοση του χαρτοφυλακίου (αλλά με βάση το μοντέλο που αναπτύχθηκε σε προηγούμενη ενότητα ισοδύναμα εφαρμόζεται και για την

[7] Οι bold χαρακτήρες αντιπροσωπεύουν διανύσματα και ~ τυχαίες μεταβλητές

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

περίπτωση της λειτουργίας μιας εταιρείας) για ένα δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης a*100%. Επομένως αποτελεί το (1-α)*100% εκατοστημόριο της κατανομής των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου(ή της εταιρείας στην προκειμένη περίπτωση).

$$VaR(\mathbf{x}, a) = \min[\ u : F(\mathbf{x}, \mathrm{u}) \geq 1 - a\ ] = \min[u : P[R(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{r}}) \leq \mathrm{u}] \geq 1 - a]$$

Παρόλο όμως την καθιέρωση του ως ένα εργαλείο μέτρησης του κινδύνου παρουσιάζει μια σειρά από ελαττώματα που περιορίζουν την εφαρμογή του στα μαθηματικά μοντέλα της άριστη επιλογή χαρτοφυλακίου . Το VaR(x,a) αποκαλύπτει ότι με πιθανότητα (1-a)*100% η απόδοση του χαρτοφυλακίου ή της εταιρείας θα είναι μικρότερο από το VaR, αλλά όμως δεν αποκαλύπτει κανένα είδους πληροφόρησης για τις αποδόσεις που βρίσκονται στην «ουρά της κατανομής» με εξαίρεση το δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης. Για αυτές τις ακραίες περιπτώσεις, η απόδοση του χαρτοφυλακίου μπορεί να πέσει σε επίπεδα πού χαμηλότερα από την τιμή του VaR οδηγώντας με αυτό τον τρόπο σε πολύ μεγάλες απώλειες (ζημιές) για το χαρτοφυλάκιο ή για την εταιρεία. Επομένως, δύναται κάποιος να ισχυριστεί ότι το VaR εστιάζει αποκλειστικά στην συχνότητα εμφάνισης αυτών των «απωλειών» και καθόλου στο μέγεθος τους. Επίσης το VaR υστερεί στις θεωρητικές ιδιότητες που απαιτούνται για ένα "coherent risk measure" (**Artzner et. Al 1999 [41]**). Πιο συγκεκριμένα δεν ικανοποιείται η ιδιότητα του" Sub-additivity". Οι χαμηλές αποδόσεις οι οποίες οδηγούν σε μεγάλες απώλειες για ένα δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης δεν μπορούν να προστεθούν. Η μέθοδος VaR δεν επιτρέπει τον αποκεντρωμένο υπολογισμό του κινδύνου σε ένα «γενικότερο επίπεδο» της εταιρείας αφού το άθροισμα του κινδύνου των ανεξάρτητων θέσεων δεν παρέχει ένα ανώτατο όριο για το συνολικό κίνδυνο της εταιρείας. Δηλαδή με απλά λόγια το VaR δυο χαρτοφυλακίων μπορεί να είναι υψηλότερο από το άθροισμα του VaR καθενός ξεχωριστά. Επιπλέον το VaR είναι δύσκολο να μεγιστοποιηθεί όταν οι αποδόσεις των διαφόρων "assets" προσδιορίζονται σε όρους σεναρίων (όπως ακριβώς

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

συμβαίνει και με το μοντέλο που αναλύσαμε σε προηγούμενη ενότητα) αφού η συνάρτηση VaR είναι μη κυρτή και επιδεικνύει πολλαπλά τοπικά ακρότατα.

Από την άλλη μεριά CVaR ορίζεται συνήθως ως οι υπό συνθήκη προσδοκόμενες απώλειες που είναι μεγαλύτερες του VaR για ένα δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης. Ισοδύναμα σε όρους αποδόσεις το CVaR ορίζεται ως οι υπό συνθήκη προσδοκόμενες αποδόσεις κάτω από την απόδοση που ορίζει το VaR.

Συμφώνα με το άρθρο των Rockfellar και Uryasev (Rockfellar και Uryasev, 2002 [42]) το CVaR ορίζεται για γενικές κατανομές συμπεριλαμβανομένου των διακριτών (τις οποίες και εφαρμόζουμε στο μοντέλο μας αφού χρησιμοποιούμε σενάρια) ως εξής :

$$CVaR(\underline{x},a)=\left[1-\frac{\sum_{\{\ n\in\Omega|R(\mathbf{x},\mathbf{r}_n)\le z\ \}}p_n}{1-a}\right]*z+\frac{1}{1-a}\sum_{[n\in\Omega|R(\mathbf{x},\mathbf{r}_n)\le z]}p_nR(\mathbf{x},\mathbf{r}_n)$$

Με $z=VaR(\mathbf{x},\mathrm{a})$

Πρέπει να τονίσουμε το γεγονός ο συγκεκριμένος ορισμός του CVaR για διακριτές κατανομές υπολογίζει κατά προσέγγιση τις υπό συνθήκη αποδόσεις του χαρτοφυλακίου που είναι μικρότερες από την αντίστοιχη τιμή του VaR.

Το CVaR πλεονεκτεί έναντι του VaR αφού πρόκειται για coherent risk measure όσο και κυρτό εξασφαλίζοντας την ύπαρξη συνολικού ελάχιστου και ταυτόχρονα αποφεύγοντας την εμφάνιση πολλαπλών τοπικών ελάχιστων. Επίσης ποσοτικοποιεί την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου στο χαμηλό εκατοστημόριο της κατανομής παρέχοντας με αυτόν τον τρόπο την δυνατότητα της εφαρμογής, ως ένα βαθμό, ενός ελέγχου στο "lower tail" της κατανομής των αποδόσεων και επομένως πρόκειται για ένα κατάλληλο μέγεθος μέτρησης κινδύνου για Skewed κατανομές. Το CVaR αποτελεί εργαλείο μέτρησης του κινδύνου το οποίο σε αντίθεση με το VaR εστιάζει τόσο στο μέγεθος των «απωλειών» όσο και στην συχνότητα τους παρέχοντας περισσότερες

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

πληροφορίες. Όταν οι αποδόσεις των στοχαστικών μεταβλητών αντιπροσωπεύονται από διακριτές κατανομές το CVaR μπορεί να αριστοποιηθεί μέσω γραμμικού προγραμματισμού. Αν ορίσουμε για κάθε σενάριο n Є Ω μια βοηθητική μεταβλητή $y_n=\max(0,z-R(\mathbf{x},\mathbf{r}_n))$ η οποία ισούται με το μηδέν όταν η απόδοση του χαρτοφυλακίου για το αντίστοιχο σενάριο υπερβαίνει το VaR(**x**,a) και είναι ίσο με την απόκλιση της απόδοσης με τον VaR στην αντίθετη περίπτωση.

Από αυτές τις βοηθητικές μεταβλητές και ορισμένους μαθηματικούς χειρισμούς έχουμε:

$$\sum_{n\in\Omega} p_n y_n = \sum_{[n\in\Omega | R(\mathbf{x},\mathbf{r}_n)\le z\ ]} p_n\ y_n + \sum_{[n\in\Omega | R(\mathbf{x},\mathbf{r}_n)\succ z]} p_n y_n$$

$$= \sum_{\{n\in\Omega | R(\mathbf{x}.\mathbf{r}_n)\le z\}} p_n\ (z - R(\mathbf{x},\mathbf{r}_n))$$

$$= z^* \sum_{\{n\in\Omega | R(\mathbf{x},\mathbf{r}_n)\le z\}} p_n\ - \sum_{\{n\in\Omega | R(\mathbf{x},\mathbf{r}_n)\le z\}} p_n\ R(\mathbf{x},\mathbf{r}_n)$$

Προσθαφαιρώντας z*(1-a)

$$= Z^*(1-a) - \left[\left(1-a-\sum_{\{n\in\Omega | R(\mathbf{x},\mathbf{r}_n)\le z\}} p_n\right)^* z + \sum_{\{n\in\Omega | R(\mathbf{x},\mathbf{r}_n\}\le z} p_n R(\mathbf{x},\mathbf{r}_n)\right]$$

$$z - \frac{\sum_{n\in\Omega} p_n y_n}{1-a} = \left(1 - \frac{\sum_{\{n\in\Omega | R(\mathbf{x},\mathbf{r}_n)\le z\}} p_n}{1-a}\right)^* z + \frac{1}{1-a} \sum_{\{n\in\Omega | R(\mathbf{x},\mathbf{r}_n)\le z\}} p_n R(\mathbf{x},\mathbf{r}_n)$$

Παρατηρούμε ότι το δεξί μέρος της εξίσωσης είναι το CVaR(**x**,a). Επομένως το γραμμικό πρόγραμμα γραμμικό πρόγραμμα που ανταλλάσει το άριστο μέγεθος CVaR για ένα προαποφασισμένο επίπεδο εμπιστοσύνης a*100% με την αναμενομένη απόδοση (μ) του χαρτοφυλακίου γράφεται ως εξής :

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

$$\text{Max} \qquad z - \frac{1}{1-a}\sum_{n=1}^{N} p_n y_n$$

$$\text{s.t} \qquad \mathbf{x} \in \mathbf{X}, z \in \Re,$$

$$\mathbf{x}^{\mathrm{T}}\tilde{\mathbf{r}} \geq \mu,$$

$$y_n \geq z - \mathbf{x}^{\mathrm{T}}\mathbf{r}_{\mathrm{n}}, \quad \text{n=1,2,,,,,N}$$

$$y_n \geq 0, \qquad \text{n=1,2,,,,,N}$$

Λύνοντας για διαφορετικές τιμές του μ παίρνουμε το CVaR efficient frontier. Το πρόγραμμα ταυτόχρονα με την αριστοποίηση του μεγέθους για το κίνδυνο όπως αυτός μετριέται με το CVaR υπολογίζει την αντίστοιχη τιμή του VaR. Το CVaR ορισμένο σε όρους αποδόσεων αποτελεί ένα κατώτατο όριο για το VaR (CVaR≤ VaR).

Το CVaR αποτελεί την καλύτερη μέθοδο μέτρησης του κινδύνου που προκύπτει από την λειτουργία της επιχείρησης. Από τα προαναφερθέντα, εύκολα μπορεί κανείς να συμπεράνει τα αδιαμφισβήτητα πλεονεκτήματα του CVaR για skewed κατανομές, πέραν του γεγονότος όπως αναφέρθηκε, ότι αποτελεί coherent risk measure και μπορεί να αριστοποιηθεί μέσω γραμμικού προγραμματισμού το οποίο διευκολύνει πολύ στους μαθηματικούς υπολογισμούς . Με βάση τις υποθέσεις του μοντέλου για την εξέλιξη των στοχαστικών διαδικασιών που περιέχει, οι οποίες ακολουθούν G.B.M. , προκύπτει ότι οι αποδόσεις της εταιρείας ακολουθούν κανονική κατανομή αλλά με την υιοθέτηση των Real options εισάγεται μια ασυμμετρία ή κύρτωση στην κατανομή πιθανότητας των κερδών της εταιρείας, καθιστώντας το CVaR που όπως επισημάνθηκε πρόκειται για ένα μη συμμετρικό μέγεθος (αφού λαμβάνει υπόψη του το downside risk), το πιο αποδοτικό εργαλείο μέτρησης του κινδύνου.

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Κλείνοντας θα μπορούσανε να ισχυριστούμε ότι παρόλο που το VaR έχει την πρωτοκαθεδρία ως εργαλείο για την μέτρηση του κινδύνου το CVaR γίνεται ολοένα και πιο δημοφιλές σε διαφόρους τομείς διαχείρισης του κινδύνου όπως στον τομέα της ασφάλισης (πχ ασφάλιση καλλιεργειών), στον τομέα της ενέργειας (power portfolio optimization, energy risk management) αλλά και στα χρηματοοικονομικά (multi-currency asset allocation).

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Κεφάλαιο 4: Τιμολόγηση Options

Στο μοντέλο που αναλύθηκε σε προηγούμενη ενότητα συμπεριλάβαμε και μια σειρά από Real και χρηματοοικονομικά options. Από την θεωρία των Real options είναι γνωστό ότι η αύξηση της αβεβαιότητας (που στο συγκεκριμένο μοντέλο υφίσταται μέσω της ύπαρξης στοχαστικών μεταβλητών όπως οι τιμές των προϊόντων, η συναλλαγματική ισοτιμία και το κόστος των πρώτων υλών) αυξάνουν την αξία τους (λόγω της ασύμμετρης φύσης τους, αφού η εταιρεία διαθέτει την δυνατότητα να μην προχωρήσει στην εξάσκηση του option εάν οι μελλοντικές οικονομικές συνθήκες δεν είναι ευνοϊκές) άρα εμμέσως και την αξία της επιχείρησης η διοίκηση της οποίας έχει την δυνατότητα να αντιδράσει σε μεταβαλλόμενες συνθήκες.

Πιο συγκεκριμένα στο μοντέλο συμπεριλαμβάνονται τρία διαφορετικά Real options. Οι βασικές υποθέσεις στις οποίες στηρίζεται η τιμολόγηση τους αναφέρονται στο άρθρο (Stulz, 1982) και εν συντομία είναι οι εξής :

α. Οι αγορές είναι πλήρως ανταγωνιστικές. Δηλαδή δεν υπάρχουν κόστη μεταφοράς, φόροι, περιορισμοί "on short-sales" και διαφορά μεταξύ του επιτοκίου δανεισμού και δανείου.

β. Οι στοχαστικές μεταβλητές ακολουθούν G.B.M.

γ. Το χωρίς κίνδυνο επιτόκιο[εγχώριο (R) και ξένο(R_f)] παραμένει διαχρονικά σταθερό.

Το πρώτο από αυτά είναι πάνω στις εισροές και μοντελοποιεί την αξία της ευελιξίας της εταιρείας, η οποία λειτουργεί υπό το καθεστώς του ελάχιστου κόστους να επιλέξει μεταξύ διαφορετικών "operating modes". Η επιχείρηση η οποία πρέπει να παράγει, έχει την δυνατότητα να παράγει τα προϊόντα της πληρώνοντας είτε το ελάχιστο κόστος εισροής ανάμεσα στο S_A και στο S_B είτε καταβάλλοντας το σταθερό κόστος μιας τρίτης εισροής $\overline{S}_\Gamma$. Το payoff αυτού του

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

option είναι της μορφής max(min(S_A, S_B)- $\overline{S}_\Gamma$,0). Ουσιαστικά πρόκειται για ένα Call option στο ελάχιστο των (S_A, S_B) με τιμή εξάσκησης $\overline{S}_\Gamma$. Πρόκειται για ένα option Ευρωπαϊκού τύπου του οποίου η χρονική διάρκεια μέχρι την λήξη συμπίπτει με το πέρας της χρονικής περιόδου Τ που εξετάζουμε.

Η τιμή αυτού του option μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας τον τύπο του Stulz (Stulz, 1982):

$$Input.Opt = S_A^0 N_2(\gamma_A + \sigma_A\sqrt{T}, \frac{\left[\ln(S_B^0/S_A^0) - \frac{1}{2}\sigma^2\sqrt{T}\right]}{\sigma\sqrt{T}}, \frac{(\rho_{A,B}\sigma_B - \sigma_A)}{\sigma})$$
$$+ S_B^0 N_2\left[\gamma_B + \sigma_B\sqrt{T}, \frac{\left[\ln(S_A^0/S_B^0)\right] - \frac{1}{2}\sigma\sqrt{T}}{\sigma\sqrt{T}}, \frac{(\rho_{A,B}\sigma_A - \sigma_B)}{\sigma}\right]$$
$$- \overline{S}_\Gamma e^{-RT} N_2(\gamma_A, \gamma_B, \rho_{A,B})$$

$$\gamma_A = \frac{\ln(S_A^0/\overline{S}_\Gamma) + (R - \frac{1}{2}\sigma_A^2)T}{\sigma_A\sqrt{T}}, \quad \gamma_B = \frac{\ln(S_B^0/\overline{S}_\Gamma) + (R - \frac{1}{2}\sigma_B^2)T}{\sigma_B\sqrt{T}},$$

$\sigma^2 = \sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\rho_{A,B}\sigma_A,\sigma_B$, όπου σ_A και σ_B είναι οι τυπικές αποκλείσεις ανά μονάδα χρόνου των αποδόσεων των τιμών των εισροών Α και Β και $\rho_{A,B}$ ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ αποδόσεων των εισροών Α και Β.

Το δεύτερο Real Option το οποίο συμπεριλαμβάνεται στο μοντέλο μας είναι πάνω στα τελικά προϊόντα της επιχείρησης. Το συγκεκριμένο Option το οποίο είναι Ευρωπαϊκού τύπου και λήγει στο τέλος την χρονικής περιόδου Τ, μετράει την ευελιξία της επιχείρησης η οποία παράγει ήδη το «καλύτερο» από δυο προϊόντα (δηλαδή αυτό με την υψηλότερη τιμή) max(P_1,Z[8]) και κατέχει την δυνατότητα να τα ανταλλάξει με την παραγωγή ενός τρίτου προϊόντος $\overline{P}_3$ του οποίου η τιμή είναι σταθερή. Άρα έχουμε ένα put option στο μέγιστο των (P_1,Z) με τιμή εξάσκησης $\overline{P}_3$, με payoff max($\overline{P}_3$- max(P_1,Z),0). Η αξία του συγκεκριμένου option υπολογίζεται ως εξής:

[8] Όπου Z η τιμή σε εγχώριες νομισματικές μονάδες του προϊόντος που διαθέτει η επιχείρηση στο εξωτερικό.

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

$Output.Opt = e^{-RT}\overline{P}_3 - MX(P_1^0, Z^0, 0, T) + MX(P_1^0, Z^0, \overline{P}_3, T)$ όπου $MX(P_1^0, Z^0, 0, T)$ πρόκειται για ένα call option Ευρωπαϊκού τύπου, που λήγει την χρονική στιγμή Τ, πάνω στο μέγιστο των 2 στοχαστικών μεταβλητών P_1 και Z με τιμή εξάσκησης 0. Πιο συγκεκριμένα, η τιμή του option δίνεται από τον ακόλουθο τύπο του Margrabe (Margrabe, 1978) $MX(P_1^0, Z^0, 0, T) = P_1^0 N(d_1) - Z^0 N(d_2)$,

$d_1 = \frac{\ln(P_1^0 / Z^0) + \frac{1}{2}{\sigma_p}^2 T}{\sigma_p \sqrt{T}}$ $d_2 = d_1 - \sigma_p \sqrt{T}$ $\sigma_p^2 = \sigma_1^2 + \sigma_Z^2 - 2\rho_{1,Z}\sigma_1\sigma_Z$ όπου σ_1 και σ_Z είναι οι τυπικές αποκλείσεις ανά μονάδα χρόνου των αποδόσεων των τιμών των προϊόντων 1 και 2 (εκφρασμένο σε εγχώριες μονάδες νομίσματος) και $\rho_{1,Z}$ ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ αποδόσεων των προϊόντων Α και Β.

Αντίστοιχα,το option $MX(P_1^0, Z^0, \overline{P}_3, T)$ είναι ένα call option Ευρωπαϊκού τύπου, που λήγει την χρονική στιγμή Τ, πάνω στο μέγιστο των 2 στοχαστικών μεταβλητών P_1 και Z με τιμή εξάσκησης $\overline{P}_3$. Η τιμή του δίνεται από τον τύπο $MX(P_1^0, Z^0, \overline{P}_3, T) = C(P_1^0, \overline{P}_3, T) + C(Z^0, \overline{P}_3, T) - CMin(P_1^0, Z^0, \overline{P}_3, T)$,με $C(P_1^0, \overline{P}_3, T)$ και $C(Z^0, \overline{P}_3, T)$ να αποτελούν Ευρωπαϊκού τύπου call options πάνω στις στοχαστικές μεταβλητές P_1 και Z αντίστοιχα, που λήγουν την χρονική στιγμή Τ με τιμή εξάσκησης $\overline{P}_3$. Επίσης το Option $CMin(P_1^0, Z^0, \overline{P}_3, T)$ είναι Ευρωπαϊκού τύπου call option, που λήγει την χρονική στιγμή Τ, πάνω στο ελάχιστο των 2 στοχαστικών μεταβλητών P_1 και Z με τιμή εξάσκησης $\overline{P}_3$. Οπότε ο αντίστοιχος τύπος δίνεται από τον Stulz ως:

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

$$CMin(P_1^0, Z^0, \overline{P}_3, T) = P_1^0 N_2(\gamma_1 + \sigma_1\sqrt{T}, \frac{\left[\ln(Z^0 / P_1^0) - \frac{1}{2} * \sigma_p^2\sqrt{T}\right]}{\sigma_p\sqrt{T}}, \frac{(\rho_{1,Z}\sigma_Z - \sigma_1)}{\sigma_p})$$

$$+ Z^0 N_2\left[\gamma_2 + \sigma_Z\sqrt{T}, \frac{\left[\ln(P_1^0/Z^0) - \frac{1}{2} * \sigma_p^2\sqrt{T}\right]}{\sigma_p\sqrt{T}}, \frac{(\rho_{1,Z}\sigma_1 - \sigma_Z)}{\sigma_p}\right]$$

$$- \overline{P}_3 e^{-RT} N_2(\gamma_1, \gamma_2, \rho_{1,Z})$$

Όπου $\gamma_1 = \frac{\left[\ln(P_1^o/\overline{P}_3)\right] + (R - \frac{1}{2}\sigma_1^2)T}{\sigma_1\sqrt{T}}$, $\gamma_2 = \frac{\ln(Z^0/\overline{P}_3) + (R - \frac{1}{2}\sigma_Z^2)T}{\sigma_Z\sqrt{T}}$ και

$\sigma_p^2 = \sigma_1^2 + \sigma_Z^2 - 2\rho_{1,Z}\sigma_1\sigma_Z$

Το τρίτο Real Option είναι και αυτό επάνω στα τελικά προϊόντα της εταιρείας. Θεωρούμε ότι η επιχείρηση δεν διαθέτει το προϊόν 1 σε ολόκληρη την εγχώρια επικράτεια αλλά μόνο σε μια περιφέρεια Ε και διαθέτει την επιλογή να το πουλήσει εναλλακτικά στην περιφέρεια D όπου επικρατεί τιμή P_1', άρα έχουμε ένα Call option πάνω στο P_1' με τιμή εξάσκησης την τιμή του προϊόντος στην περιοχή Ε, δηλαδή P_1.Χρησιμοποιώντας τον τύπο του Margrabe για την αποτίμηση της τιμής του option :

$$Loc.spread = P_1'N(d_1') - P_1N(d_2'),\ d_1' = \frac{\ln(P_1'/P_1^0) + \frac{1}{2}\sigma'^2 T}{\sigma'\sqrt{T}}, d_2' = d_1' - \sigma'\sqrt{T}$$

$\sigma'^2 = \sigma_1'^2 + \sigma_1^2 - 2\rho_{1,1}'\sigma_1\sigma_1'$ όπου σ_1 και σ_1' είναι οι τυπικές αποκλείσεις ανά μονάδα χρόνου των αποδόσεων των τιμών P_1 P_1' και $\rho_{1,1}'$ ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ αποδόσεων των εισροών Α και Β.

Εκτός από τα Real options στο μοντέλο μας συμπεριλαμβάνονται και Currency options. Η επιχείρηση προκειμένου να αντισταθμίσει τον συναλλαγματικό κίνδυνο και να εξασφαλίσει την αξία των πωλήσεων της στο εξωτερικό σε εγχώριες νομισματικές μονάδες αγοράζει put Currency Options. Δηλαδή έχει το δικαίωμα αλλά όχι την υποχρέωση να παραδώσει μια μονάδα

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ξένου νομίσματος και να παραλάβει K μονάδες εγχώριου νομίσματος . Το payoff αυτού του option είναι max(K-E^n,0). Η αποτίμησης της αξίας του currency option υλοποιείται μέσω του τύπου που υπολόγισαν οι Garmon και Kolhagen (Garmon and Kolhagen,[10] 1983):

$$\Pr.Cur.OPt = e^{-R_f T} E_0\left[\ N(x+\sigma_{\mathrm{E}}\sqrt{T})-1\ \right]-e^{-R_d T} K\left[N(x)-1\right]$$

Όπου $x=\dfrac{\ln(E_0/K)+(R_d-R_F-\frac{1}{2}\sigma_E^2)}{\sigma_{\mathrm{E}}\sqrt{T}}$, όπου σ_{E} η τυπική απόκλιση ανά μονάδα χρόνου της συναλλαγματικής ισοτιμίας.

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Κεφάλαιο 5 : Εμπειρική Εφαρμογή

5.1 Περιγραφή Δεδομένων

Ο χώρος στον οποίο θα αναπτύξουμε την εμπειρική εφαρμογή του θεωρητικού μοντέλου που αναλύθηκε σε προηγούμενη ενότητα είναι ο τομέας παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας. Πιο συγκεκριμένα θεωρώ μια επιχείρηση που δραστηριοποιείται στην αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας των Η.Π.Α. διανέμοντας δυο προϊόντα 1 και 2 (έστω προϊόν 1 η ηλεκτρική ενέργεια και προϊόν 2 "Heat") και εξάγει την ηλεκτρική ενέργεια (προϊόν 3) και στο Ηνωμένο Βασίλειο(Η.Β.) . Τα δεδομένα που κατέστησαν εφικτή την υλοποίηση της εμπειρικής εφαρμογής προήλθαν από τον Ο.Ο.Σ.Α. (Οργανισμός για την Οικονομική Συνεργασία και Ανάπτυξη) και αφορούν την περίοδο 1978-2005.

Όσον αφορά την τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας τόσο στις Η.Π.Α. όσο και στο Η.Β. χρησιμοποιήθηκε ο δείκτης Energy End-Use Prices που παρέχει σε ετήσια βάση (όπως και οι υπόλοιποι δείκτες του Ο.Ο.Σ.Α.[9] που χρησιμοποιήθηκαν) τιμές ηλεκτρικής ενέργειας (εκφρασμένες σε εθνικό νόμισμα για κάθε χώρα) ανά τόνο ισοδύναμου πετρελαίου. . Για το προϊόν "Heat" το οποίο και διανέμεται αποκλειστικά στην εγχώρια αγορά υποθέτουμε αυθαίρετα ότι οι τιμή του είναι ίση με την τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας στην Γερμανία, με σταθερή τιμή για το 2005 ίση με $\overline{P_3} = 976{,}45\$$. Επίσης για την τιμή P_1' της ηλεκτρικής ενέργειας στην εναλλακτική εγχώρια αγορά D (με αρχική τιμή $P_1'^0 = 708.455\$$) χρησιμοποιούνται δεδομένα από την χώρα της Αυστραλίας για την περίοδο 1978-2000 (από τον δείκτη που αναφέρθηκε προηγουμένως). Αντίστοιχα για τις πρώτες ύλες Α,Β και Γ που χρησιμοποιεί η επιχείρηση, (όπου Α= πετρέλαιο, Β= φυσικό αέριο και Γ= κάρβουνο) χρησιμοποιήθηκε ο δείκτης "Heavy fuel oil, steam coal and natural gas prices for electricity generation in US

[9] Τα δεδομένα είναι διαθέσιμα στην ηλεκτρονική διεύθυνση www.sourceoecd.org

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

dollars/t.o.e." που δείχνει την ετήσια τιμή του πετρελαίου, του φυσικού αερίου και του άνθρακα σε δολάρια ανά τόνο ισοδύναμου πετρελαίου. Από τους αντίστοιχους δείκτες του Ο.Ο.Σ.Α. λήφθηκαν δεδομένα για την ίδια χρονική περίοδο (1978-2005) και για την συναλλαγματική ισοτιμία δολαρίου και βρετανικής λίρας (εκφρασμένη σε δολάριο/λίρα) με τιμή για το 2005 (αρχική τιμή), δηλαδή $E_0 = 1.82$ δολάρια ανά λίρα . Οι αρχικές τιμές (δηλαδή του 2005) των τελικών προϊόντων και των εισροών παρουσιάζονται στον πίνακα 2. Επίσης όσο αφορά το χωρίς κίνδυνο επιτόκιο για την περίπτωση των Η.Π.Α. χρησιμοποιήθηκε το 1- year Constant Maturity Treasury Index R=2.86% (τιμή Ιανουαρίου 2005) και για την Μ. Βρετανία το 1-Year Sterling Interbank Lending Rate R_f=4.85% (τιμή Ιανουαρίου 2005).

Ακόμα , γίνεται η υπόθεση ότι ο επενδυτικός ορίζοντας της επιχείρηση έχει διάρκεια για Τ=1 χρόνο και ότι η επιχείρηση παράγει στο μέγιστο των δυνατοτήτων της, $\overline{Q}$ =200 μονάδες συνολική ποσότητα προϊόντος και στις 3 αγορές (εγχώριες και εξωτερικού) με σταθερό κόστος λειτουργίας F.C.=120.000$. Επιπλέον η τιμή εξάσκησης του put currency που έχει στην διάθεση της η επιχείρηση για την εξάλειψη του συναλλαγματικού κινδύνου ορίζεται σε Κ=1,911 και Κ=2,002 για την περίπτωση που το option είναι "In the Money" 5% και 10% αντίστοιχα.

Πίνακας 2

P_1^0	647.951$	S_A^0	293.35$
P_2^o	530,2£	S_B^0	330.15$
$\overline{P}_3$	976,45$	$\overline{S}_\Gamma$	35.12$

Στον πίνακα 3 παραθέτουμε τις τιμές των παραμέτρων που προέκυψαν από την στατιστική επεξεργασία των χρονολογικών σειρών των δεικτών "Energy End-

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Use Prices" και "Heavy fuel oil, steam coal and natural gas prices for electricity generation in US dollars/t.o.e." που αναφέρθηκαν προηγουμένως και χρησιμοποιούνται στην τιμολόγηση των options και στην διαδικασίας της μεγιστοποίησης της απόδοσης της εταιρείας που αναλύεται λεπτομερέστατα στην επόμενη ενότητα.

Ιδιαίτερη αναφορά αξίζει στις παραμέτρους λ_A , λ_B και λ_Γ που διαδραματίζουν τον ειδικό ρόλο της αντιστάθμισης της ιδιαίτερα χαμηλής τιμής του άνθρακα (και αντικατοπτρίζει την χαμηλή του παραγωγικότητα) που καθιστούσε ασύμφορες τις υπόλοιπες και καθιστούσε εν μέρει ανούσιο το μοντέλο αριστοποίησης αφού η επιχείρηση διάλεγε αποκλειστικά την συγκεκριμένη σταθερή εισροή. Πιο συγκεκριμένα θέτουμε τιμές $\lambda_A=\lambda_B=1$ και $\lambda_\Gamma=11,5$. Αντίστοιχα οι παράμετροι λ_1, λ_2 και λ_3 που χρησιμοποιηθήκαν πάνω στις τελικές τιμές των προϊόντων έλαβαν τις εξής τιμές $\lambda_1=1.9$, $\lambda_2=1.4$ και $\lambda_3=1.2$.

Πίνακας 3

	Αναμενόμενος ρυθμός Απόδοσης% (ανά μονάδα χρόνου)	Μεταβλητότητα (Τυπική απόκλιση ανά μονάδα χρόνου)
Προϊόν 1 (P_1)	0.2972	0.07676
Προϊόν 2 (P_2)	3.7266	0.010053
Εισροή A (S_A)	7.4963	0.25943
Εισροή B (S_B)	8.8355	0.2223
Συν/κή Ισοτιμία E ($/£)	0.1811	0.087985
Z (τιμή προϊόντος 2 σε $)	3.93	0.14142
Εναλλακτικό εγχώριο προϊόν (P_1')	3.76	0.11

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

5.2 Εμπειρικά Αποτελέσματα

Αποτελεί επιτακτική ανάγκη προτού προχωρήσουμε στην παρουσίαση των εμπειρικών αποτελεσμάτων να τονιστεί το γεγονός ότι για την εκπόνησή τους χρησιμοποιήθηκαν το πρόγραμμα G.A.M.S. (student version) για τις μεγιστοποιήσεις ενώ η υλοποίηση των σεναρίων και η τιμολόγηση των Options κατέστη εφικτή με την εφαρμογή του προγράμματος Matlab.

Στο κομμάτι αυτό της εργασίας θα εξετάσουμε την αποτελεσματικότητα της εταιρείας να διαχειρίζεται τον κίνδυνο που απορρέει από την ανάπτυξη των δραστηριοτήτων της στην αγορά της ηλεκτρικής ενέργειας. Συγκεκριμένα εστιάζουμε τόσο στην περίπτωση που η εταιρεία χαρακτηρίζεται από ευελιξία στις επιχειρηματικές της δραστηριότητες υπολογίζοντας την "Expanded" αξία της εταιρείας η οποία λαμβάνει υπόψη την αξία της επιχειρηματικής ευελιξίας να προσαρμόζει και να αναθεωρεί τις αποφάσεις της περιλαμβάνοντας το αντίστοιχο "option premium", όσο και στην περίπτωση που οι επιχειρηματικές δραστηριότητες της επιχείρησης είναι δεδομένες (δηλαδή χρήση των εισροών και παραγωγή των τελικών προϊόντων σε σταθερή και δεδομένη αναλογία) και δεν διαθέτει το περιθώριο να τις αναθεωρήσει, οπότε και η αξία της εταιρείας υπολογίζεται με βάση τις παραδοσιακές μεθόδους αποτίμησης χωρίς να λαμβάνει υπόψη την αξία της ευελιξίας.

Όπως ήδη έχει αναφερθεί σε προηγούμενα τμήματα τις εργασίας, η εταιρεία είναι εκτεθειμένη σε 2 βασικές πηγές κινδύνου, τον κίνδυνο της αγοράς που πηγάζει από την αβέβαιη μελλοντική διακύμανση της αγοραίας τιμής των προϊόντων της και από το συναλλαγματικό κίνδυνο αφού θεωρήσαμε ότι εξάγει προϊόντα από την έδρα της, τις Η.Π.Α., προς το Ηνωμένο Βασίλειο.

Το πρόβλημα της ευέλικτης επιχείρησης συνίσταται στην επιλογή την χρονική περίοδο του Ιανουαρίου του 2005, ποιων τελικών προϊόντων και σε τι ποσότητα θα τα παράγει όπως αντίστοιχα ποιες εισροές θα χρησιμοποιήσει, με χρονικό ορίζοντα το ένα έτος (T=1), προκειμένου η μεγιστοποίηση του CVaR

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

μεγέθους μέτρησης του κινδύνου στις αποδώσεις της εταιρείας, που χρησιμοποιείται ως αντικειμενική συνάρτηση στο μοντέλο αριστοποίησης, έτσι ώστε η εταιρεία να διαρθρώσει την λειτουργία της με τέτοιον τρόπο που να οδηγήσει στο ελάχιστο δυνατό "downside risk" . Η αβεβαιότητα των στοχαστικών μεταβλητών του υπό εξέταση υποδείγματος αντικατοπτρίζεται μέσω της δημιουργίας 70[10] εναλλακτικών σεναρίων που ορίζουν διακριτές τιμές από τις αντίστοιχες διμεταβλητές λογαριθμικές κατανομές και απλές λογαριθμικές κατανομές στις τυχαίες μεταβλητές .

Στον υπολογισμό της αξίας της ευέλικτης εταιρείας έχουν ληφθεί υπόψη τα αντίστοιχα "options premium" που αντανακλούν την αξία των στρατηγικών επιλογών που έχει στην διάθεση της η επιχείρηση (Real Options)και η ασύμμετρη φύση των οποίων επιτρέπει την (ακριβώς όπως και στην περίπτωση των χρηματοοικονομικών options) εξάσκηση τους μόνο στην εάν είναι προς το εταιρικό συμφέρον. Από τον πίνακα 4 μπορούμε να ισχυριστούμε ότι η αξία του Real option πάνω στα τελικά προϊόντα της επιχείρησης (Output option) είναι αρκετά υψηλότερη από τα υπόλοιπα , πράγμα που δικαιολογείται από τα σχετικά υψηλότερα περιθώρια κέρδους μεταξύ των τελικών προϊόντων.

Πίνακας 4

Real Options	**Τιμές ($)**
Output.Opt.	1002.92
Input.Opt.	252.9
Loc.spread	74.253

[10] Μεγαλύτερος αριθμός σεναρίων δεν ήταν δυνατόν να χρησιμοποιηθεί λόγω περιορισμών της Student version του G.A.M.S. στην επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Επίσης στην επιχείρηση παρέχεται η δυνατότητα να προχωρήσει στην αγορά συναλλαγματικών put options έτσι ώστε να αντισταθμίσει τον συναλλαγματικό κίνδυνο από μια ενδεχόμενη πτώση της συναλλαγματικής ισοτιμίας της βρετανικής λίρας /Αμερ. Δολαρίου (£/$). Η συγκεκριμένη αγορά εξασφαλίζει ότι δεν θα θιγούν τα οικονομικά της συμφέροντα αφού εξασφαλίζει με αυτόν τον τρόπο και με σχετικά μικρό κόστος (το κόστος αγοράς των currency options), ότι θα ανταλλάξει την ποσότητα του ξένου νομίσματος που προήλθε στη διάθεση της από την πώληση του προϊόντος της στο εξωτερικό με ευνοϊκούς όρους. Στον πίνακα 5 παρατίθενται οι τιμές των Put options πάνω στην συναλλαγματική ισοτιμία όπου παρατηρείται ότι όσο πιο "In the Money" τόσο μεγαλύτερη και η τιμή το όπως ήταν και απόλυτα αναμενόμενο.

Ως μέγεθος μέτρησης του κινδύνου χρησιμοποιείται όπως προαναφέρθηκε το CVaR των αποδόσεων της εταιρείας με 95% διάστημα εμπιστοσύνης και χρησιμοποιώντας ως κατώτερο όριο απόδοσης μ=2%.

Πίνακας 5

Τύπος Currency Put Option	**Τιμές ($)**
In the Money 10%	0.2188
In the Money 5%	0.143
At the Money	0.0802
Out of the Money 5%	0.0369
Out of the money 10%	0.0128

Στον πίνακα 6 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της μεγιστοποίησης του μοντέλου που εξετάζουμε για 2 περιπτώσεις όπου το currency option είναι "In the Money" 5% και 10% αντίστοιχα. Το γεγονός ότι ο σταθμικός συντελεστής Β (X_B) είναι ίσος με μηδέν δικαιολογείται εν μέρει λόγω του υψηλού συντελεστή συσχέτισης ($\rho_{A,B}$=0.79) μεταξύ των 2 εισροών Α και Β (πετρέλαιο και φυσικό

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

αέριο), που δεν διευκολύνει την αντιστάθμιση του κινδύνου μέσω αγοράς ποσοστού και από τις 2 πρώτες ύλες. Επίσης το χαμηλό ποσοστό της εισροής σταθερού κόστους Γ (άνθρακας) παρόλο την ιδιαίτερα χαμηλή αρχική τιμή δεν πρέπει να εκπλήσσει διότι αντισταθμίστηκε η χαμηλή απόδοση του άνθρακα στην παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας (για αυτό και η τόσο χαμηλή τιμή) με την εισαγωγή της παραμέτρου λ_{Γ} ανεβάζοντας κατά πολύ το κόστος απόκτησης της πρώτης ύλης από την εταιρεία.

Όσον αφορά τα currency options, η εταιρεία προχωρεί και στις 2 περιπτώσεις στην αγορά σημαντικού αριθμού , με αποκλειστικό σκοπό την απαλοιφή του συναλλαγματικού κινδύνου (αφού το μοντέλο μας απαγορεύει την αγορά για κερδοσκοπικούς λόγους) σε αντιδιαστολή με τι περιπτώσεις "At the Money" και "Out of the Money" 5% και !0% όπου η αντίστοιχη μεταβλητή (NumCurOpt) είναι ίση με το μηδέν που υποδηλώνει ότι το "payoff" του currency option δεν είναι αρκετά μεγάλο προκειμένου να δικαιολογήσει την τιμή του. Αξίζει τέλος να αναφερθεί ότι σε απόλυτη αρμονία με την θεωρία η τιμή του CVaR αποτελεί το κατώτατα όριο του VaR.

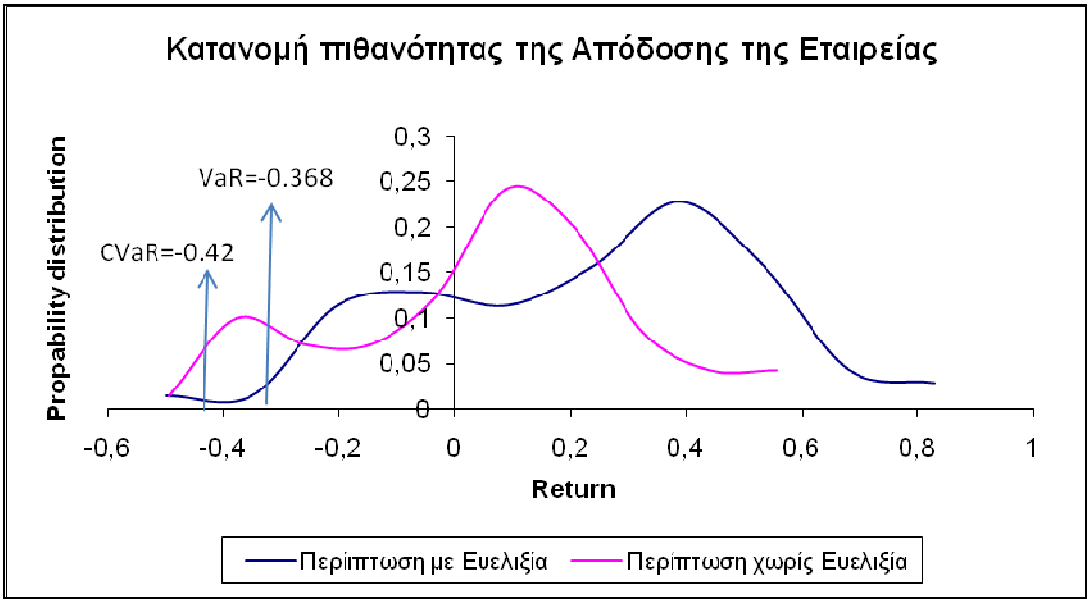
Πίνακας 6

Μεταβλητές	**ITM 10%**	**ITM 5%**
X_A	1	0.776
X_B	0	0
X_{Γ}	0	0.224
W_1	0.647	0.502
W_2	0.2	0.155
W_3	0.153	0.343
NumCurOpt	15960.636	12.378.213
VaR	-0.368	-0.351
CVaR	-0.422	-0.435

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Στα Διαγράμματα 1 και 2 παρατηρούμε και συγκρίνουμε την κατανομή πιθανότητας των αποδόσεων της "ευέλικτης" εταιρείας (για τις περιπτώσεις που το currency option είναι 10% και 5% "In the Money" αντίστοιχα) και της αντίστοιχης κατανομής της μη ευέλικτης εταιρείας που προκύπτει μέσω της απλής χρήσης σεναρίων για στοχαστικές τιμές.

Διάγραμμα 1-10% In the Money Currency Option



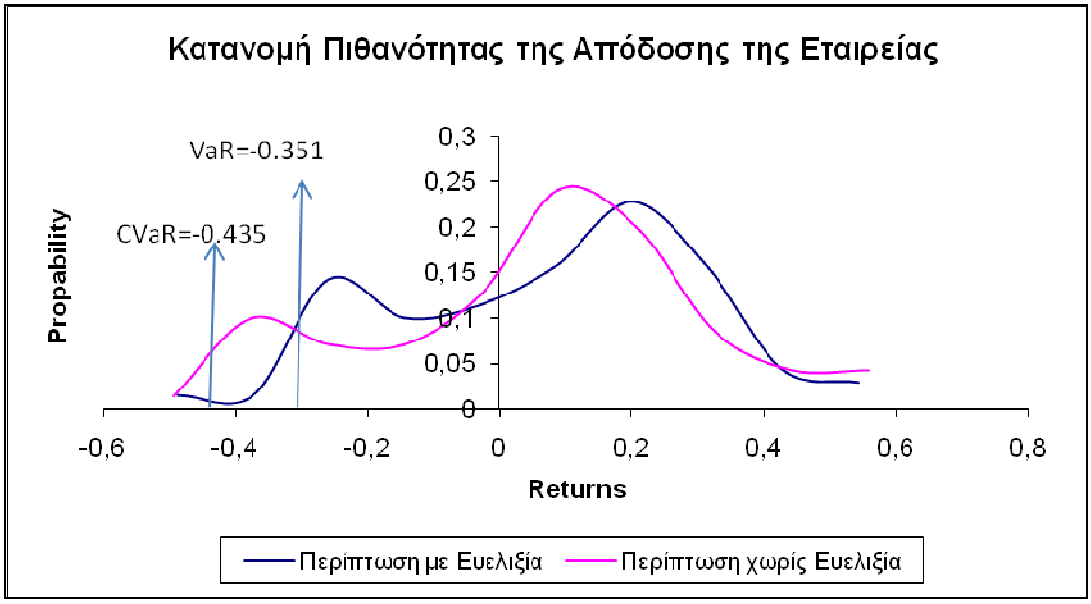
Και στις 2 περιπτώσεις τα συμπεράσματα που είμαστε σε θέση να εξάγουμε είναι περίπου τα ίδια : Μείωση του "downside risk" της εταιρείας που παρατηρείται από την αριστερή "ουρά" των παρατηρήσεων κατανομής των αποδόσεων και για τις 2 περιπτώσεις ευελιξίας που εξετάζουμε σε σχέση με την περίπτωση χωρίς ευελιξίας.

Η παρουσία τόσο των Currency options όσο και των Real options με την προστασία την οποία παρέχουν χάρις στην ασύμμετρη φύση τους παίζουν ουσιώδες ρόλο στην μείωση του κινδύνου των "downside losses" που ενδεχομένως σχετίζονται με ακραία σύμβαντα που μπορούν να οδηγήσουν σε

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

μεγάλες οικονομικές ζημιές την εταιρεία. Επίσης η παρουσία των 2 αυτών διαφορετικών ειδών option αυξάνει τα περιθώρια κέρδους προς τα πάνω και κυρίως η ύπαρξη των Real Options, οδηγώντας την κατανομή των αποδόσεων να είναι skewed προς τα δεξιά σε σχέση με την εναλλακτική περίπτωση κάτι που είναι σαφώς πιο έκδηλο στην πρώτη περίπτωση.

Διάγραμμα 2- 5% In the Money Currency Option



Dynamic Test

Μέχρις στιγμής εξετάσαμε την συμπεριφορά στις αποδόσεις τις επιχείρησης χρησιμοποιώντας στατικά τεστ, δηλαδή εξετάσαμε την μεγιστοποίηση του CVaR στις αποδόσεις της επιχείρησης σε ένα συγκεκριμένο χρονικό σημείο και με μια σειρά διακριτών σεναρίων για κάθε στοχαστική μεταβλητή. Θα επεκτείνουμε την μελέτη μας, εφαρμόζοντας ένα "δυναμικό" τεστ με την βοήθεια της μεθόδου "Backtesting". Πιο συγκεκριμένα, για την περίπτωση που η επιχείρηση χαρακτηρίζεται από επιχειρησιακή ευελιξία εφαρμόζουμε το μοντέλο σε ετήσια βάση από την χρονική περίοδο 1/1/2000 έως 1/1/2005.

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Θεωρώντας λοιπόν ως αρχική περίοδο (t=0) 1 Ιανουαρίου του 2000, προχωράμε στην υλοποίηση του μοντέλου μας, με την δημιουργία νέων σεναρίων και την υιοθέτηση των παρατηρούμενων ιστορικών τιμών για το έτος 2000 των ντετερμινιστικών ποσοτήτων , που πηγάζουν από το "περιορισμένο" τώρα δείγμα μας (1978-2000). Σε αντίθεση με την προηγούμενη ενότητα η αξία της επιχειρησιακής ευελιξίας δεν αντικατοπτρίζεται από την τιμή των Real Options αλλά έχει ενσωματωθεί στο μοντέλο[11] και εκφράζεται στην ικανότητα της επιχείρησης στο τέλος κάθε περιόδου να επιλέγει την ποσότητα που θα παράγει από κάθε προϊόν, την ποσότητα που θα χρησιμοποιήσει από κάθε πρώτη ύλη και των αριθμό των currency options που θα αγοράσει ανάλογα με τις εκροές της αντίστοιχης μεγιστοποίησης. Σε αυτό το σημείο οφείλουμε να τονίσουμε το γεγονός, ότι το στατιστικό επίπεδο εμπιστοσύνης, η συνολική παραγόμενη ποσότητα προϊόντος ,το σταθερό κόστος (F.C.) και η ελάχιστη αναμενόμενη απόδοση της εταιρείας (μ) παραμένουν σταθερά καθόλη την διάρκεια της προσομοίωσης και στα επίπεδα του γενικού μοντέλου.

Προχωρώντας ένα χρόνο μπροστά, χρησιμοποιούμε τις εκροές του μοντέλου, δηλαδή τους συντελεστές στάθμισης των εισροών και των τελικών προϊόντων όπως επίσης και του αριθμού των currency options και με την βοήθεια των ιστορικά παρατηρούμενων τιμών(για το έτος 2001) για τις προηγουμένως στοχαστικές τιμές του υποδείγματος (συναλλαγματική ισοτιμία, τελικές τιμές προϊόντων και κόστος πρώτων υλών) υπολογίζουμε την τελική αξία της επιχείρησης που είναι με την σειρά της είναι απαραίτητη για τον υπολογισμό των γεωμετρικών αποδόσεων. Παραλείψαμε να αναφέρουμε, ότι η αρχική αξία της εταιρείας (δηλαδή η αξία της εταιρείας στην αρχή του 2000) υπολογίζεται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο με το αρχικό μας μοντέλο(παράγοντας τα τρία προϊόντα και αγοράζοντας τις πρώτες ίλες στην ίδια αναλογία) χρησιμοποιώντας όμως για

[11] Εξαιρείται το Real Option Loc.Spread η ενσωμάτωση του οποίου θα αύξανε τον βαθμό δυσκολίας σημαντικά χωρίς να προσφέρει στα ποιοτικά και ποσοτικά συμπεράσματα.

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

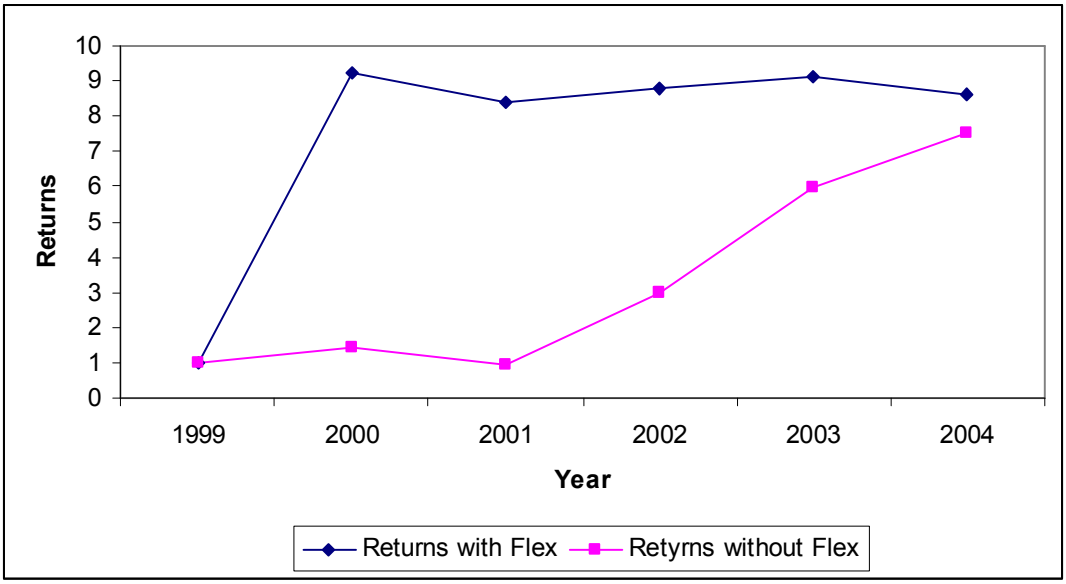
τις παραμέτρους τις παρατηρούμενες τιμές για το 2000 και όχι για το 2005 (το ίδιο ακριβώς ισχύει για την περίπτωση που η εταιρεία δεν χαρακτηρίζεται από επιχειρησιακή ευελιξία που θα εξετάσουμε αμέσως παρακάτω). Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται την 1/1/2001 (θεωρώντας ως αρχική αξία της εταιρείας την τελική αξία της εταιρείας που υπολογίσαμε προηγουμένως) και αντίστοιχα τις άλλες χρονιές ώσπου να φτάσουμε στο "τέλος" του δείγματος την χρονική περίοδο 1/1/2005 'έχοντας υλοποιήσει τον υπολογισμό των γεωμετρικών αποδόσεων της επιχείρησης για κάθε χρονιά.

Αντίθετα για την περίπτωση που η επιχείρηση δεν διακρίνεται από ευελιξία (παράγει τα τρία προϊόντα και χρησιμοποιεί τις πρώτες ύλες στην ιδία αναλογία) τα πράγματα είναι αρκετά πιο εύκολα. Ξεκινώντας πάλι από την χρονική περίοδο 1/1/2000 χρησιμοποιούμε τα παρατηρούμενα ιστορικά δεδομένα (για το έτος 2001) για το κόστος των πρώτων υλών, την τιμή των τελικών προϊόντων και την συναλλαγματική ισοτιμία προκειμένου να υπολογιστεί η τελική αξία της επιχείρησης και μέσω αυτής η γεωμετρική απόδοση για το έτος 2000. Ακολουθώντας αντίστοιχη διαδικασία και για τις επόμενες χρονιές (όπου η τελική αξία της εταιρείας αποτελεί και την αρχική αξία για το επόμενο έτος) έως την χρονική στιγμή 1/1/2005 υπολογίζουμε τις γεωμετρικές αποδόσεις της εταιρείας στην περίπτωση που δεν χαρακτηρίζεται από επιχειρησιακή ευελιξία.

Στο διάγραμμα 3 παρουσιάζονται οι γεωμετρικές αποδόσεις για τις 2 περιπτώσεις. Παρατηρούμε ότι την ανωτερότητα των αποδόσεων για την περίπτωση της επιχειρησιακής ευελιξίας αφού οι αντίστοιχες γεωμετρικές αποδόσεις είναι διαχρονικά υψηλότερες (παρά την εντυπωσιακή άνοδο που παρατηρείται στις οι αποδόσεις για την περίπτωση της μη ευελιξίας από την 1/12002 και μετέπειτα) και χαρακτηρίζονται από εξαιρετικά μικρότερη διακύμανση.

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Διάγραμμα 3



Πιο συγκεκριμένα ένα χρόνο πριν την αρχή της προσομοίωσης (το έτος 1999) η εταιρία ξεκινάει με την ίδια αρχική αξία και στις δυο περιπτώσεις οπότε και οι δυο αποδόσεις είναι ίσες με την μονάδα. Γρήγορα όμως παρατηρείται μια πολύ μεγάλη διαφορά στις αποδόσεις, που εν μέρει δικαιολογείται από το υψηλό λειτουργικό κόστος (Ο.C.) με το οποίο επιβαρύνεται η επιχείρηση και στις 2 περιπτώσεις το οποίο σε συνδυασμό με την χαμηλή συγκριτικά αρχική αξία της εταιρείας οδηγεί στις πολύ υψηλή επίδοση στην περίπτωση της ευέλικτης εταιρείας αφού η τελική αξία της το 2000 υπερτερεί σημαντικά της αξίας της μη ευέλικτης εταιρείας (έχοντας πάντα υπόψη ότι η αρχική αξία της εταιρείας για το έτος 2000 είναι κοινή και για τις 2 περιπτώσεις). Από τις εκροές του μοντέλου παρατηρούμε ότι για τα έτη 2000, 2001, 2002 και 2003 η ευέλικτη επιχείρηση επιλέγει και παράγει αποκλειστικά το αγαθό 1 (δηλαδή W_1=1 και για τα τέσσερα έτη) ενώ για τα τελευταία έτος η επιχείρηση παράγει ένα συνδυασμό από τα προϊόντα 1 και 3 (με W_1=0.784 και W_2=0.216) διατηρώντας την ιδιαίτερη βαρύτητα για το αγαθό 1 που σε ένα βαθμό δικαιολογείται από τον υψηλό

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

συντελεστή λ_1 που έχουμε υποθέσει. Πρέπει να τονίσουμε ότι η εταιρεία σε καμία από τις χρονικές περιόδους η εταιρεία δεν προχωράει στην εξαγωγή του προϊόντος της στην Μ.Β. (W_2=0) και επομένως δεν υπάρχει λόγος για την αγορά currency options για την εξάλειψη του συναλλαγματικού κινδύνου που δικαιολογείται από τις χαμηλές και φθίνουσες τιμές της τιμές της συναλλαγματικής ισοτιμίας.

Όσον αφορά τις πρώτες ύλες η επιχείρηση παρουσιάζει μεγαλύτερη ευελιξία. Το έτος 2000 η επιχείρηση χρησιμοποιεί ποσότητα πρώτων υλών τόσο από το πετρέλαιο (X_A=0.338) όσο και από το φυσικό αέριο (X_B=0.662). Τον επόμενο χρόνο (2001) η επιχείρηση χρησιμοποιεί αποκλειστικά (X_A=1) την εισροή Α (πετρέλαιο) ενώ το 2003 στρέφεται αποκλειστικά στην χρήση του φυσικού αερίου (X_B=1). Τις τελευταίες 2 περιόδους η επιχείρηση χρησιμοποιεί ένα συνδυασμό των 2 εισροών (X_A=0.131 ,X_B=0.869 για το έτος 2003 και X_A=0.665, X_B=0.335 για το 2004). Η εμφανής απουσία του σταθερού κόστους της πρώτης ύλης Γ (άνθρακας) εξηγείται λόγου του υψηλού συντελεστή $\lambda_Γ$ σε συνδυασμό με τις χαμηλές τιμές των 2 άλλων εισροών.

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Κεφάλαιο 6: Συμπεράσματα

Στην συγκεκριμένη εργασία, σκοπός μας ήταν η ανάπτυξη ενός θεωρητικού μοντέλου που αντικατοπτρίζει την "Expanded" αξία μιας εταιρείας που ενεργοποιείται στην αγορά της ηλεκτρικής ενέργειας που χαρακτηρίζεται από ευελιξία και τα πλεονεκτήματα που παρέχει σε όρους απόδοσης και κινδύνου. Η αξία της ευελιξίας αντανακλάται στην προσθήκη των Real Options (που αντικατοπτρίζουν την αξία της επιχειρησιακής ευελιξίας που έχει στην διάθεση της η εταιρεία) και των Currency Options και την προστασία που παρέχουν έναντι του κινδύνου που πηγάζει από την αβεβαιότητα της αγοράς και της συναλλαγματικής ισοτιμίας.

Το θεωρητικό στοχαστικό μοντέλο αριστοποίησης μετατρέπεται σε ντετερμινιστικό με την εφαρμογή των σεναρίων (υποθέτοντας ότι οι στοχαστικές μεταβλητές του υποδείγματος ακολουθούν G.B.M. στοχαστική διαδικασία) και χρησιμοποιεί ως αντικειμενική συνάρτηση το CVaR μέτρο του κινδύνου στις αποδόσεις της εταιρείας. Τα εμπειρικά αποτελέσματα προϊόν της σύγκρισης της εταιρείας στις περιπτώσεις που αυτή διακατέχεται και μη από επιχειρησιακή ευελιξία, τόσο με στατικά όσο και δυναμικά τεστ, αποδεικνύουν την σημασία της αντιστάθμισης του συναλλαγματικού κινδύνου και το κινδύνου της αγοράς μέσω της χρήσης των options. Η ευέλικτη επιχείρηση παρουσιάζει μειωμένο "downside risk" και μεγαλύτερα "upside potentials" (μέσω της εισαγωγής ενός "positive skewness" στις αποδόσεις της εταιρείας) και τέλος μέσω του "dynamic test" παρατηρείται ότι διαχρονικά οι γεωμετρικές αποδόσεις στην περίπτωση της ευελιξίας είναι υψηλότερες και χαρακτηρίζονται από μικρότερη διακύμανση.

Καταλήγοντας οφείλουμε να τονίσουμε ότι αν και το μοντέλο μας παράγει αποτελέσματα που συνάδουν με την οικονομική θεωρία, η ποιότητα τους περιορίζεται σε μεγάλο βαθμό από τον χαμηλό αριθμό σεναρίων (70) που οφείλεται στο γεγονός της χρησιμοποίησης του "Student Version" του

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

προγράμματος G.A.M.S. . Με την χρήση του ολοκληρωμένου προγράμματος είναι πολύ πιθανό να ληφθούν πιο ακριβή αποτελέσματα που αντανακλούν καλύτερα την υποβόσκουσα οικονομική θεωρία.

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ΠΑΡΑΠΟΜΠΕΣ

[1] Fisher I, 1907 The rate of interest: its nature, determination and relation to economic phenomena, MacMillan, New York
[2] Thompson, H. and Wong, W., 1991, On the Unavoidability of 'Unscientific' Judgement in Estimating the cost of Capital, Managerial and Decisions Economics 12, pp 27-42
[3] Black, F. and Scholes, M., 1973, The Pricing of Options and Corporate Liabilities, Journal of Political Economy, 81,pp 637-654
[4] Merton, R., 1973, The theory of rational option pricing, Bell Journal of Economics and Management Science, 4,pp 141-183
[5] Cox J. and Ross S., 1976, A Survey of some new results in financial option pricing theory, Journal of finance 31 ,no. 2
[6] Cox, J., S. Ross, and M. Rubinstein. 1979. "Option Pricing: A simplified approach" Journal of Financial Economics 7, no. 3: 229-263
[7] Boyle, P. 1988. "A Lattice Framework for Option Pricing with Two State Variables." Journal of Financial and Quantitative Analysis. Vol 23, no 1. pp 1-12
[8] Brennan, M., and E. Schwartz. 1977. "The valuation of American put options" Journal of Finance 32, no. 2: 449-462.
[9] Brennan, M., and E. Schwartz. 1978. "Finite difference methods and jump processes arising in the pricing of contingent claims: A synthesis. " Journal of Financial and Quantitative Analysis 13, no. 3:461-474.
[10] Garman, M., and S. Kohlhagen. 1983 "Foreign Currency Option Values." Journal of International Money and Finance, 2,pp 231-237.
[11] Myers, S., 1977. "Determinants of Corporate Borrowing ." Journal of Financial Economics 5, pp 147-175
[12] Pindyck, R. 1991 "Irreversibility, Uncertainty, and Investment." Journal of Economic Literature, Vol 29, no. 3. pp 1110-1148.

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

[13] Dixit, A., and R. Pindyck. 1994. "Investment under uncertainty " Princeton University Press. Princeton,NJ

[14] Trigeorgis, L. 1997. "Real Options: Managerial Flexibility and strategy in Resource Allocation." MIT Press

[15] Flato, J. "Using real options in project evaluations" available in www.realoptions.org

[16] Margrabe, W. 1978 "The value of an option to exchange one asset for another" Journal of Finance 33, no. 1: pp 177-186/

[17] Stulz,R. 1982. "Options on the minimum or the maximum of two risky assets: Analysis and applications." Journal Of Financial Economics 10, no. 2 :pp 161-185.

[18] Jonhson, H. 1987. " Options on the maximum or on the minimum of several assets." Journal of Financial and Quantitative analysis 22, pp 277-283

[19] Geske, R. 1979. "The valuation of compound options" Journal of Financial Economics &, no. 1: pp63-81

[20] Triantis, A., and J. Hodder. 1990. "Valuing flexibility as a complex option" Jounal of Finance 45. pp 549-565.

[21] McDonald, R., and D. Siegel. 1986. "The value of waiting to invest " Quarterly Journal of Economics 101,no. 4: pp 707-727.

[22] Carr, P. 1995 "The valuations of American Exchange options with applications to real options ." in Trigeorgis, L., Real Options in Capital Investment: Models, Strategies and Application, Praeger, New York, 1995.

[23] Fleten, F., and E. Nasakkala. 2005. "Flexibility and technology choice in gas fired power plants investments." Review of Financial Economics 14 , pp 371-393.

[24] Kumbaroglou, G., Demirel, M., and R. Madlener, 2006. "A real options evaluation model for the diffusion prospects of new renewable power generation technologies." Energy Economics.

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

[25] Kulatilaka, N. 1993. "The value of flexibility: The case of a dual-fuel industrial steam boiler" Financial Management 22, pp 271-279.

[26] Takizawa, S., and A. Suzuki. 2004. "Analysis of the decision to invest for constructing a nuclear power plant under a regulation of electricity price." Decision support systems 37, pp 229-456.

[27] Abadie, L., and J. Chamorro. 2005. "Valuation of Energy Investments as Real Options: The case of an Integrated Gasification Combined Cycle Power Plant" available in www.realoption.org

[28] Abadie, L., and J. Chamorro. 2006. "Monte Carlo Valuation of Natural Gas Investments" available in www.realoption.org

[29] Kjaerland, F. 2007 "A real options analysis of investments in hydropower; The case of Norway." Energy Policy.

[30] Koljonenn T., and H. Laurikka. 2006. "Emissions trading and investment decisions in the power sector – a case study in Finland." Energy Policy 34, pp 1063-1074.

[31] Deng, S., Jonhson B., and A. Sogomonian. 2001. " Exotic electricity options and the valuation of electricity generation and transmission assets." Decision Support Systems 30, pp 383-392.

[32]Yang, M., Blyth, W., Bradley, R., Bunn, D., Clarke, C., and T. Wilson. 2007 "Evaluating the power investment options with uncertainty in climate policy." Energy Economics.

[33] Venetssanos, K., Angelopoulou, P., and T. Tsoutos. 2002. "Renewable energy sources project appraisal under Uncertainty: The case of wind energy exploitation within a changing energy market environment." Energy Policy 30, pp 293-307.

[34] Tseng, C., and G. Barz. 2002"Short-term generation asset valuation: a real options approach. Operation Research 50 (2), pp 297-310.

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

{35]Fortin, I., Fuss, S., Hlouskova,J., Khabarov, N., Oberstein, M., and J. Szolgayova. 2007. "An integrated CVaR and Real Options Approach to Investments in the energy sector." Economics Series, Institute for advanced studies, Vienna.

{36] Unger, G., and H-J. Luthi. 2002. "Power portfolio Optimization and the Importance of Operational Flexibility." Discussion paper, IFOR, ETH Zentrum.

[37] Doege, J., Schiltknecht, P., and H-J. Luthi. 2006. "Risk management of power portfolios and valuation of flexibility." Spectrum 28, pp267-287.

[38] Hull, C. J. 1993. "Options, future and other derivatives." Pearson education International.

[39] Markowitz, H. 1952. "Portfolio Selection" Journal of Finance 7, pp 77-91.

[40] Topaloglou, N., Vladimirou, H., and S. Zenios. 2002. "CVaR models with selective hedging for international asset allocation." Journal of Banking and Finance 26, pp 1535-1561.

[41] Artzner, Ph., F. Delbaen, J-M. Eber and D. Heath. 1999. "Coherent risk measures." Mathematical Finance 9, pp 203-228.

[42] Rockafellar, R., and S. Uryasev. 2000. " Optimization of Conditional Value at Risk." Journal of risk 2,pp 21 42.

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ


ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS & BUSINESS
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ