



**ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΑΘΗΝΩΝ**

**ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**

**Ανάλυση των αποδόσεων των Hedge Funds με  
χρήση χρονολογικών σειρών**

Αργυρώ Σ. Καρατζή

ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής  
του Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών  
ως μέρος των απαιτήσεων για την απόκτηση  
Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης στη Στατιστική

Αθήνα  
Ιούνιος 2012



## **ACKNOWLEDGEMENTS**

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον υπεύθυνο καθηγητή της παρούσας διατριβής κ. Ιωάννη Βρόντο για την βοήθεια του, καθώς και όλους τους καθηγητές του τμήματος για τη συνεργασία τους καθόλη τη διάρκεια του μεταπτυχιακού προγράμματος.

## **VITA**

Γεννήθηκα στην Αθήνα το 1985. Αποφοίτησα το 2003 από το Ράλλειο Λύκειο Πειραιά. Το ίδιο έτος ξεκίνησα τις προπτυχιακές μου σπουδές στο Μαθηματικό Τμήμα Πανεπιστημίου Αθηνών. Το 2010 παρακολούθησα το μεταπτυχιακό πρόγραμμα σπουδών του τμήματος Στατιστικής του Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών.



## Περίληψη

Τα τελευταία χρόνια τα hedge funds παρουσιάζουν ραγδαία ανάπτυξη σε σύγκριση με τις παραδοσιακές επενδύσεις. Έχουν προσφέρει τις μεγαλύτερες συνολικές αποδόσεις σε σχέση με τους σημαντικότερους ανά τον κόσμο χρηματιστηριακούς δείκτες και τις αγορές ομολόγων ενώ έρευνες έχουν αποδείξει ότι μπορούν και λειτουργούν σχετικά ανεξάρτητα από τη μεταβλητότητα των αγορών.

Η παρούσα διατριβή έχει ως βασικό στόχο την επιλογή κατάλληλης στατιστικής κατανομής για την μοντελοποίηση του μέσου των αποδόσεων των hedge funds. Σύμφωνα με σχετικές μελέτες, οι αποδόσεις των hedge funds παρουσιάζουν κάποιες στατιστικές ιδιότητες όπως ότι δεν ακολουθούν κανονική κατανομή καθώς και ότι η διακύμανση των τιμών τους μεταβάλλεται στο χρόνο.

Προκειμένου, λοιπόν, να ξεπεραστούν τα παραπάνω προβλήματα κρίνεται απαραίτητη η χρήση εναλλακτικών στατιστικών κατανομών για τη μοντελοποίηση του μέσου των αποδόσεων των hedge funds και η χρήση υποδειγμάτων μεταβαλλόμενης διακύμανσης ώστε να μοντελοποιηθεί η δεσμευμένη διακύμανση.

Στη συγκεκριμένη εργασία εξετάζονται οι αποδόσεις τριών δεικτών του οργανισμού Hedge Funds Research. Αρχικά, μελετήθηκαν οι χρονολογικές σειρές τους και διαπιστώθηκε η ύπαρξη αυτοσυσχέτισης και στους τρεις δείκτες. Αυτό σε συνδυασμό με την ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας μας οδήγησε στην χρήση AR και ARMA υποδειγμάτων για την μοντελοποίηση του μέσου των υπερβαλλουσών αποδόσεων των τριών δεικτών και στην χρήση ARCH και GARCH για την μοντελοποίηση της τιμής της δεσμευμένης διακύμανσης των τιμών των καταλοίπων των επιλεγόμενων υποδειγμάτων. Ως ερμηνευτική μεταβλητή χρησιμοποιήθηκε και ένας επιπλέον παράγοντας ο οποίος επιλέχθηκε μεταξύ 22 υποψήφιων παραγόντων που έχουν χρησιμοποιηθεί από τη διεθνή αρθρογραφία σε εμπειρικές μελέτες με σκοπό τη μοντελοποίηση των αποδόσεων των hedge funds.

Τέλος, γίνεται έλεγχος για την κανονικότητα των καταλοίπων του επιλεγμένου μας μοντέλου. Εφόσον απορρίπτεται η υπόθεση για κανονικότητα, καταλήγουμε στην χρήση άλλων στατιστικών κατανομών όπως η Student-t και η Generalised Error ώστε να αποφασίσουμε ποια είναι η κατάλληλη στατιστική κατανομή για την μοντελοποίηση του μέσου των αποδόσεων των υπό εξέταση δεικτών.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

### Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή.....	1
---------------	---

### Κεφάλαιο 2

2.1 Ορισμός των Hedge Funds.....	3
2.2 Κατηγορίες Hedge Funds.....	4
2.3 Χαρακτηριστικά των Hedge Funds.....	6
2.4 Επενδυτικές στρατηγικές των hedge funds.....	8
2.5 Παροχή δεδομένων για τις αποδόσεις των hedge funds.....	10

### Κεφάλαιο 3

3.1 Αποδόσεις.....	13
3.2 Στατιστικά Χαρακτηριστικά των αποδόσεων των hedge funds .....	13
3.3 Σφάλματα στη μέτρηση των αποδόσεων των hedge funds.....	15

### Κεφάλαιο 4

4.1 Γραμμικά Μοντέλα ARMA.....	17
4.2 Μοντέλα ARCH.....	18
4.2.1 Έλεγχος για ARCH κατάλοιπα.....	22
4.2.2 Στατιστικές ιδιότητες των ARCH υποδειγμάτων.....	23
4.3 Μοντέλα GARCH .....	24
4.3.1 Στατιστικές ιδιότητες των GARCH υποδειγμάτων.....	25

### Κεφάλαιο 5

5.1 Capital Asset Pricing Model (CAPM).....	27
5.2 Three – factor model of Fama and French.....	29
5.3 Four – factor model of Carhart.....	30
5.4 Multifactor models.....	31

**Κεφάλαιο 6**

6.1	Ανάλυση δεδομένων.....	35
6.2	Μοντελοποίηση των υπερβαλλουσών αποδόσεων των δεικτών.....	43
6.2.1	Μοντελοποίηση των υπερβαλλουσών αποδόσεων του δείκτη ExDist.....	44
6.2.2	Μοντελοποίηση των υπερβαλλουσών αποδόσεων του δείκτη ExMA.....	49
6.2.3	Μοντελοποίηση των υπερβαλλουσών αποδόσεων του δείκτη ExEMN.....	54
	<b>Επίλογος.....</b>	<b>59</b>
	<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....</b>	<b>60</b>
	<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....</b>	<b>65</b>





## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο κλάδος των hedge funds έχει αναπτυχθεί αρκετά τα τελευταία χρόνια, ενώ το μέγεθος των κεφαλαίων που έχουν επενδυθεί σε hedge funds ολοένα αυξάνεται. Παρά το γεγονός ότι δεν υφίσταται ένας σαφής ορισμός για το τι είναι τα hedge funds, η διεθνής αρθρογραφία ασχολείται εξονυχιστικά με τον αναπτυσσόμενο κλάδο.

Σύμφωνα με εμπειρικές μελέτες, παρατηρήθηκε ένα σύνολο στατιστικών ιδιοτήτων που χαρακτηρίζουν τις αποδόσεις των hedge funds, όπως ότι δεν ακολουθούν κανονική κατανομή καθώς και ότι η διακύμανση των τιμών τους μεταβάλλεται στο χρόνο. Συνεπώς, η χρήση εναλλακτικών στατιστικών κατανομών για τη μοντελοποίηση του μέσου των αποδόσεων των hedge funds και η χρήση υποδειγμάτων μεταβαλλόμενης διακύμανσης ώστε να μοντελοποιηθεί η δεσμευμένη διακύμανση κρίνεται απαραίτητη.

Ο σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η επιλογή κατάλληλης στατιστικής κατανομής για την μοντελοποίηση του μέσου των αποδόσεων των hedge funds. Συγκεκριμένα η δομή της έχει ως εξής:

Στο δεύτερο κεφάλαιο αναφέρονται κάποια εισαγωγικά στοιχεία για τα hedge funds, όπως διάφοροι ορισμοί, κατηγορίες και χαρακτηριστικά τους. Στην συνέχεια, παρουσιάζονται οι επενδυτικές στατηγικές τους και οι οργανισμοί παροχής δεδομένων σχετικά με τις αποδόσεις τους.

Στο τρίτο κεφάλαιο μελετάμε τα στατιστικά χαρακτηριστικά των αποδόσεων των hedge funds, όπως προκύπτουν από σχετικές μελέτες, που παρουσιάζουν μεγάλο ενδιαφέρον. Επίσης, περιγράφονται τα σφάλματα που προκύπτουν κατά την μέτρηση των αποδόσεων των hedge funds.

Στο τέταρτο κεφάλαιο, παρουσιάζονται τα υποδείγματα μεταβαλλόμενης διακύμανσης που χρησιμοποιούνται για την μοντελοποίηση της δεσμευμένης διακύμανσης των τιμών των καταλοίπων του επιλεγμένου υποδείγματος.

Το πέμπτο κεφάλαιο αποτελεί μία επισκόπηση της διεθνούς αρθρογραφίας σχετικά με τα κυριότερα υποδείγματα που έχουν χρησιμοποιηθεί για την μοντελοποίηση των αποδόσεων των hedge funds.

Και τέλος, το έκτο κεφάλαιο ασχολείται με την ανάλυση δεδομένων μέσω του οικονομετρικού πακέτου R. Συγκεκριμένα, πρώτα θα παρουσιαστούν τα βασικά περιγραφικά μέτρα των αποδόσεων των τριών υπό εξέταση δεικτών του οργανισμού Hedge Fund Research και θα επιλέξουμε το κατάλληλο ARMA υπόδειγμα για την μοντελοποίηση του μέσου των αποδόσεων. Στη συνέχεια θα επιλέξουμε το κατάλληλο υπόδειγμα μεταβαλλόμενης διακύμανσης για την μοντελοποίηση της τιμής της δεσμευμένης διακύμανσης των καταλοίπων του επιλεγόμενου ARMA υποδείματος και τέλος θα επιλέξουμε την κατάλληλη στατιστική κατανομή για την μοντελοποίηση των υπεβαλλουσών αποδόσεων.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### 2.1 Ορισμός των Hedge Funds

Ο όρος «hedge fund» δεν έχει κάποιο επίσημο ορισμό, αλλά μπορούμε να τα θεωρήσουμε ως ιδιωτικό επενδυτικό κεφάλαιο, με επενδυτές που έχουν τάση προς τον κίνδυνο, υψηλής οικονομικής ευμάρειας πρωτίστως και που αναζητούν υψηλές αποδόσεις από τις επενδύσεις τους. Ενδεικτικά στη συνέχεια αναφέρονται κάποιοι ορισμοί που έχουν δοθεί από διάφορους χρηματοοικονομικούς οργανισμούς για την περιγραφή του όρου:

#### ***Financial Services Authority of UK:***

Ο όρος «hedge fund» δεν είναι γενικά ένας αποδεκτός όρος, αλλά μία προσπάθεια να δημιουργήσουμε έναν που θα περιλαμβάνει μια ευρεία γκάμμα τωρινών, μη αποδεκτών επενδυτικών προγραμμάτων.

#### ***Hedge Fund Center:***

Τα hedge funds αποτελούν ένα σύνολο επενδυτικών κεφαλαίων τα οποία συγκεντρώνονται με σκόπο την επένδυση τους σε προϊόντα και τίτλους των χρηματοοικονομικών αγορών. Κάθε hedge fund ακολουθεί κάποιο είδος στρατηγικής η οποία χαρακτηρίζεται από πλήρη ελευθερία κινήσεων, ενώ υπάρχει και η δυνατότητα χρησιμοποίησης χρηματοοικονομικής μόχλευσης.

#### ***Van Hedge Fund Advisors:***

Τα hedge funds μπορούν να οριστούν ως μία μορφή εναλλακτικής επένδυσης καθώς οι αποδόσεις τους δε σχετίζονται με τις αποδόσεις βασικών τίτλων όπως οι μετοχές και τα ομόλογα. Οι στρατηγικές των hedge funds αφορούν επενδύσεις σε χρηματοοικονομικούς τίτλους καθώς και σε παράγωγα προϊόντων των τίτλων αυτών.

#### ***Hennessee Group:***

Ως hedge funds ορίζεται κάθε σύνολο ιδιωτικών κεφαλαίων των οποίων ο διαχειριστής αμείβεται με βασικό κριτήριο την απόδοση του προς διαχείριση hedge

fund. Τα hedge funds έχουν ως στόχο την επίτευξη υψηλών αποδόσεων σε σχέση με τον κίνδυνο, εφαρμόζοντας ένα μεγάλο εύρος επενδυτικών στρατηγικών.

## **2.2 Κατηγορίες Hedge Funds**

Τα hedge funds μπορούν να χωριστούν σε επτά κατηγορίες, ανάλογα με την επενδυτική τους φιλοσοφία και τα ποσοτικά χαρακτηριστικά τους.

### *Event-driven hedge funds*

Τα Event-driven hedge funds επενδύουν σε εταιρείες που παρουσιάζουν ενδιαφέρον, λόγω έκτακτων γεγονότων, με δύο τρόπους:

α) Λαμβάνουν θέσεις σε χρεωκοπημένες εταιρείες ή σε αναδιοργανώσεις εταιρειών, μέσω των τραπεζικών οφειλών τους ή μέσω εταιρικών ομολόγων.

β) Λαμβάνουν θέσεις έπειτα από ανακοινώσεις συγχώνευσης εταιρειών, μέσω long positions στις μετοχές της εταιρείας που εξαγοράζεται και short positions στις μετοχές της εταιρείας που εξαγοράζει, εάν ο διαχειριστής του hedge fund πιστεύει στην επιτυχία της συμφωνίας εξαγοράς. Αντίθετα, εάν ο διαχειριστής δεν πιστεύει στην υλοποίηση της εξαγοράς, λαμβάνει αντίθετες με τις παραπάνω θέσεις, δηλαδή long positions στις μετοχές της εταιρείας που φαίνεται να εξαγοράζει και short positions στις μετοχές της εταιρείας που φαίνεται ότι εξαγοράζεται.

### *Global hedge funds*

Τα Global hedge funds είναι μία ιδιαίτερη κατηγορία κεφαλαίων, που επενδύουν σε μετοχές και ομόλογα εκτός ΗΠΑ, συμπεριλαμβανομένων και των αναδυόμενων αγορών.

### *Global - Macro hedge funds*

Τα Global - Macro hedge funds είναι κεφάλαια που επενδύουν με βάση τα μακροοικονομικά στοιχεία και την μακροοικονομική ανάλυση σε μετοχικούς δείκτες, συναλλαγματικές ισοτιμίες, ανοίγματα επιτοκίων και προϊόντων, που διαπραγματεύονται σε χρηματιστηριακές αγορές.

Το πιο γνωστό Global - Macro hedge fund είναι το Quantum Fund του George Soros, που κατάφερε να αποκομίσει 1 δις US \$, όταν επένδυσε στην προσδοκία ότι το εθνικό νόμισμα της Βρετανίας, η βρετανική λίρα, θα διαγραφόταν από τον Μηχανισμό Ευρωπαϊκών Νομισμάτων, τον Σεπτέμβριο του 1992.

### *Market – Neutral hedge funds*

Τα Market – Neutral hedge funds είναι κεφάλαια που αποφεύγουν την έκθεση τους σε μεγάλους κινδύνους και γι' αυτό οι επενδυτικές τους θέσεις είναι συνήθως αντισταθμισμένες έναντι της οποιασδήποτε κίνησης του τίτλου στον οποίο επενδύουν. Συνήθως προσπαθούν να αποκομίσουν κέρδη από σχετικές κινήσεις των τιμών, χρησιμοποιώντας τις παρακάτω ενδεικτικές στρατηγικές:

A) *Long/Short σε μετοχικές αξίες*. Έχουν σκοπό τον περιορισμό της έκθεσής τους στον κίνδυνο της αγοράς.

B) *Αρμπιτράζ σε δείκτες μετοχικών αξιών*. Τα hedge funds εκμεταλλεύονται τη διαφορά τιμών ανάμεσα σε Συμβόλαια Μελλοντικής Εκπλήρωσης και στο καλάθι μετοχικών αξιών που απαρτίζουν το συγκεκριμένο δείκτη.

Γ) *Αρμπιτράζ σε μετατρέψιμα ομόλογα*. Τα hedge funds λαμβάνουν long positions στα συγκεκριμένα ομόλογα και αντίστοιχες short positions στις μετοχικές αξίες των εταιρειών που τα εκδίδουν.

Δ) *Αρμπιτράζ σε αξίες σταθερού εισοδήματος*. Τα hedge funds προσπαθούν να αποκομίσουν κέρδη εκμεταλλευόμενα τις αυξομειώσεις των τιμών ή των αποδόσεων των εταιρικών και κυβερνητικών ομολόγων στην καμπύλη των αποδόσεων.

### *Sector hedge funds*

Τα sector hedge funds είναι απόλυτα εξειδικευμένα κεφάλαια, που λαμβάνουν επενδυτικές θέσεις βραχυπρόθεσμου ή μακροπρόθεσμου επενδυτικού ορίζοντα σε συγκεκριμένους τομείς της οικονομίας.

### *Short – selling hedge funds*

Είναι κεφάλαια που εστιάζουν αποκλειστικά τις κινήσεις τους σε ανοικτές πωλήσεις.

### *Long – only hedge funds*

Είναι κεφάλαια που εστιάζουν αποκλειστικά τις κινήσεις τους σε long positions.

## **2.3 Χαρακτηριστικά των Hedge Funds**

Τα πιο βασικά χαρακτηριστικά των hedge funds είναι τα εξής:

- ***Η δομή ενός hedge fund***

Τα hedge funds παρουσιάζουν σημαντικές διαφορές στη δομή τους. Έτσι, αυτά που λειτουργούν με έδρα τις ΗΠΑ θεωρούνται ως «περιορισμένοι συνεταιρισμοί» και διαθέτουν την ανάλογη δομή. Τα offshore hedge funds είναι συνήθως επιχειρήσεις, κατάλληλα δομημένες, καθώς δεν έχουν και τον περιορισμό του συγκεκριμένου αριθμού επενδυτών.

- ***Τύπος Κεφαλαίου***

Τα περισσότερα hedge funds είναι ανοικτού τύπου, εκδίδοντας νέους μετοχικούς τίτλους, σε τακτά χρονικά διαστήματα, για τους επενδυτές. Οι υπάρχοντες επενδυτές μπορούν να εξαγοράσουν τις μετοχές τους στην τρέχουσα λογιστική τους αξία, επιστρέφοντας αυτές πίσω στο hedge fund.

- ***Έλλειψη διαφάνειας***

Ο κλάδος των hedge funds παραδοσιακά χαρακτηρίζεται από έλλειψη διαφάνειας. Αυτό είναι αποτέλεσμα της μη ύπαρξης αποτελεσματικών κανονισμών λειτουργίας.

- ***Αποδόσεις βασισμένες στον κανονισμό αμοιβών***

Τα hedge funds ωφελούνται από τις υψηλότερες αμοιβές των διαχειριστών, οι οποίες εξαρτώνται από τις ετήσιες αποδόσεις και αποτελούν κίνητρο για αυτούς, γεγονός που εξηγεί γιατί τις θέσεις αυτές τις κατέχουν οι καλύτεροι

στην αγορά των επενδύσεων. Επίσης, οι διαχειριστές των hedge funds συνήθως τοποθετούν και τα δικά τους χρήματα στο προς επένδυση κεφάλαιο του hedge fund.

Για να χαρακτηρίσουμε την απόδοση ενός hedge fund ως επιτυχημένη ή αποτυχημένη πρέπει να εξετασούμε τους παρακάτω παράγοντες:

- Τη συσχέτιση τους με τις αμοιβές των διαχειριστών,
  - Τις κατηγορίες των αποδόσεων. Ο καλύτερος τύπος αποδόσεων βάσει στατιστικών μελετών είναι η επεξεργασία της απόδοσης βάσει ιστορικών δεδομένων.
- 
- ***Υπαρξη ελάχιστου ύψους κεφαλαίου προς επένδυση***  
Λόγω του περιορισμένου αριθμού επενδυτών που μπορούν να έχουν τα αμερικανικά hedge funds, το ελάχιστο ύψος κεφαλαίου συμμετοχής είναι ιδιαίτερα υψηλό.
  
  - ***Ευελιξία στην επιλογή επενδυτικών εργαλείων***  
Τα περισσότερα hedge funds επιλέγουν την χρησιμοποίηση παραγώγων προϊόντων για τέσσερεις σημαντικούς λόγους, που είναι:
    - α) Η μείωση επενδυτικού κινδύνου
    - β) Η εκμετάλλευση ανισοροπιών των τιμών των τίτλων
    - γ) Η αύξηση του ύψους των κεφαλαίων με τη μέθοδο της μόχλευσης.
    - δ) Η επενδυτική φιλοσοφία του διαχειριστή να εκφράζεται με τον πιο αποτελεσματικό τρόπο.
  
  - ***Χαμηλή συσχέτιση με την κατεύθυνση της αγοράς***  
Πολλά hedge funds έχουν τη δυνατότητα να δίνουν αποδόσεις, που δεν σχετίζονται με την απόδοση της συγκεκριμένης αγοράς όπου επενδύονται. Η απόδοση εξαρτάται περισσότερο από την επιλογή των μετόχων παρά από την κατεύθυνση της αγοράς.

## 2.4 Επενδυτικές στρατηγικές των hedge funds

Οι διάφορες στρατηγικές των hedge funds, που παραθέτουμε παρακάτω, διαχωρίζονται σε διάφορους τομείς, με σκοπό από τη μία πλευρά τη μείωση της μεταβλητότητας και του επενδυτικού ρίσκου και από την άλλη την προστασία του επενδεδυμένου κεφαλαίου και την πραγματοποίηση έστω και ελάχιστης θετικής απόδοσης, κάτω από οποιεσδήποτε συνθήκες της αγοράς.

- **Arbitrage:** είναι η επενδυτική στρατηγική της οποίας ο αντικειμενικός σκοπός είναι η επίτευξη κέρδους χωρίς την ανάληψη επενδυτικού ρίσκου, εκμεταλλευόμενη τις ανισορροπίες μεταξύ των αγορών. Η πιο συχνή εφαρμογή του arbitrage παρατηρείται όταν οι εταιρείες προχωρούν σε συγχωνεύσεις. Αυτό το είδος arbitrage καλείται *risk merger arbitrage*.
- **Regulation “D”:** Η στρατηγική αυτή αναφέρεται σε επενδύσεις σε μικρής κεφαλαιοποίησης δημόσιες εταιρείες, οι οποίες συνήθως συγκεντρώνουν κεφάλαια μέσω της διαδικασίας της δημόσιας προσφοράς. Συχνά αυτοί οι τίτλοι είναι αντισταθμισμένοι με μετατρέψιμα δικαιώματα προαίρεσης, με τιμή εξάσκησης την ονομαστική αξία της μετοχής. Το τυπικό αποτέλεσμα της στρατηγικής είναι η πτώση στην τιμή της μετοχής, λόγω του ότι τα hedge funds πουλάνε τεράστιο αριθμό μετοχών οι οποίες είχαν αγοραστεί με “έκπτωση”, εξαιτίας των μετατρέψιμων δικαιωμάτων.
- **Convertible arbitrage:** Η επενδυτική στρατηγική των μετατρέψιμων ομολόγων είναι η μετατροπή ενός τίτλου σε έναν άλλο με συγκεκριμένο κέρδος χωρίς ρίσκο. Είναι μία φαινομενικά πολύπλοκη στρατηγική που περιλαμβάνει μετατρέψιμους τίτλους όπως μετατρέψιμα ομόλογα σε μετοχές ή σε άλλα ομόλογα, τα οποία είναι υποτιμημένα με σκοπό την επίτευξη κέρδους χωρίς ρίσκο από τη διαφορά των τιμών μεταξύ της αξίας του μετατρέψιμου τίτλου και της αξίας ανταλλαγής του υποκείμενου τίτλου.
- **Distressed Securities:** Η συγκεκριμένη κατηγορία αναφέρεται σε επενδύσεις σε τίτλους επιχειρήσεων που αντιμετωπίζουν σοβαρά οικονομικά προβλήματα

με αποτέλεσμα να βρίσκονται στα πρόθυρα χρεοκοπίας. Οι διαχειριστές των hedge funds προσπαθούν να εκμεταλλευτούν το γεγονός αυτό αγοράζοντας τους τίτλους των “προβληματικών” επιχειρήσεων σε τιμή μικρότερη της πραγματικής τους αξίας, ευελπιστώντας σε άνοδο της τιμής τους μετά την αναδιοργάνωση των επιχειρήσεων.

- **Equity Hedge:** Επενδύσεις κεφαλαίων σε τίτλους ιδιοκτησίας, με τους διαχειριστές των hedge funds να προβαίνουν σε άνοιγμα long θέσεων σε μετοχές με ταυτόχρονο άνοιγμα short selling σε μετοχές ή δείκτες της αγοράς μετοχών ώστε να αντισταθμιστεί μέρος του κινδύνου.
- **Emerging Markets:** Επενδύσεις κεφαλαίων σε τίτλους, εκδόσεως τόσο του ιδιωτικού όσο και του κρατικού τομέα, διεθνών αγορών οι οποίες παρουσιάζουν σημαντικούς ρυθμούς ανάπτυξης. Οι αγορές αυτές βρίσκονται κυρίως σε χώρες της Ανατολικής Ευρώπης, της Λατινικής Αμερικής και της Μέσης Ανατολής. Η διάκριση της συγκεκριμένης στρατηγικής στηρίζεται μόνο σε γεωγραφικά κριτήρια και όχι στο είδος των τίτλων στους οποίους επενδύεται το σύνολο των κεφαλαίων.
- **Short Selling:** Ο διαχειριστής στην προκειμένη περίπτωση προβαίνει στην πώληση τίτλων τους οποίους δεν κατέχει. Η στρατηγική αυτή χρησιμοποιείται όταν ο επενδυτής αντιμετωπίζει πτώση των τιμών των υπό εξέταση τίτλων, λόγω του ότι είτε οι τιμές θεωρούνται υπερεκτιμημένες, είτε επίκειται κάποιο σημαντικό γεγονός όπως π.χ. περίπτωση εξαγοράς.

Όταν ο διαχειριστής του hedge fund αποφασίσει να χρησιμοποιήσει τη συγκεκριμένη στρατηγική, τότε προχωρά στο δανεισμό του τίτλου, πληρώνοντας κάποια αμοιβή και αμέσως μετά προβαίνει στην πώληση του στην αγορά. Όταν η τιμή πέσει στην προσδοκώμενη τιμή, τότε ο διαχειριστής αγοράζει τον τίτλο και τον επιστρέφει στον πραγματικό του ιδιοκτήτη. Η διαφορά των δύο τιμών, μείον τις ανάλογες χρεώσεις, αποτελεί το κέρδος.

- **Equity Market Neutral:** Οι διαχειριστές πραγματοποιούν ταυτόχρονα άνοιγμα long και short θέσεων σε τίτλους ιδιοκτησίας με σκοπό τη μείωση της

τελικής καθαρής θέσης, αφού πρώτα έχει υπολογισθεί ο κίνδυνος της αγοράς και η τελική προσδοκώμενη απόδοση.

- **Fixed income Arbitrage:** Η στρατηγική αυτή σχετίζεται με επενδύσεις κεφαλαίων σε τίτλους σταθερού εισοδήματος με σκοπό να επωφεληθούν οι επενδυτές από την ύπαρξη αναποτελεσματικότητας στη τιμολόγηση τίτλων σταθερού εισοδήματος των οποίων οι αποδόσεις συσχετίζονται.
- **Global Macro:** Οι διαχειριστές των hedge funds επενδύουν σε τίτλους διεθνών αγορών έχοντας ως στόχο να εκμεταλλευτούν τις εκάστοτε οικονομικές τάσεις που υπάρχουν στις αγορές αυτές. Οι διαχειριστές κάνουν ευρεία χρήση χρηματοοικονομικής μόχλευσης και παραγώγων επενδύοντας σε ένα μεγάλο εύρος τίτλων ώστε να αποκομίσουν κέρδη από την ανοδική ή πτωτική τάση χρηματοαγορών που οφείλεται στις εκάστοτε οικονομικές και πολιτικές συνθήκες.
- **Relative Value Arbitrage:** Σχετίζεται με επενδύσεις κεφαλαίων σε μετοχές, ομόλογα αλλά και παράγωγα προϊόντα τους με σκοπό την πραγματοποίηση κέρδους από την ύπαρξη αναποτελεσματικότητας στη τιμολόγηση των προαναφερθέντων τίτλων.
- **Fund of Funds:** Η συγκεκριμένη κατηγορία αφορά την τοποθέτηση επενδυτικών κεφαλαίων από την πλευρά των διαχειριστών σε άλλα hedge funds. Τα hedge funds αυτά ακολουθούν είτε την ίδια στρατηγική είτε ένα εύρος διαφορετικών στρατηγικών. Στην περίπτωση που τα hedge funds εφαρμόζουν διαφορετικές στρατηγικές, επιτυγχάνεται διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου και συνεπώς μείωση του κινδύνου.

## **2.5 Παροχή δεδομένων για τις αποδόσεις των hedge funds**

Πολλές φορές οι διαχειριστές των hedge funds στην προσπάθεια τους να προσελκύσουν νέους πελάτες παρέχουν πληροφορίες σχετικά με τις αποδόσεις τους. Οι πληροφορίες αυτές συλλέγονται από διάφορους οργανισμούς οι οποίοι

κατασκευάζουν δείκτες που αφορούν τόσο τη συνολική απόδοση όσο και τις αποδόσεις κάθε μιας από τις στρατηγικές.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι σημαντικότεροι οργανισμοί παροχής δεδομένων σχετικών με τις αποδόσεις των hedge funds:

**i. Hedge Fund Research ([www.hfr.com](http://www.hfr.com))**

Ο οργανισμός Hedge Fund Research συγκεντρώνει δεδομένα από περίπου 4.000 διαφορετικά hedge funds εκ των οποίων χρησιμοποιεί 1.600 για την κατασκευή 37 δεικτών με την απουσία κάποιου περιορισμού στη επιλογή των hedge funds.

**ii. CSBF Tremont ([www.hedgeindex.com](http://www.hedgeindex.com))**

Η CSFB Tremont συλλέγει στοιχεία από περίπου 3.300 hedge funds από τα οποία 387 χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία 14 δεικτών. Τα επιλεγόμενα hedge funds υπόκεινται στον περιορισμό να έχουν ως ελάχιστο ποσό επένδυσης τα 10 εκατομμύρια δολάρια.

**iii. Hennessee([www.hennesseegroup.com](http://www.hennesseegroup.com))**

Στη συγκεκριμένη βάση δεδομένων συλλέγονται δεδομένα από 3.500 hedge funds. Περίπου 690 από αυτά συμμετέχουν στην κατασκευή 24 δεικτών ενώ και στην προκειμένη περίπτωση ως ελάχιστο κεφάλαιο επένδυσης για τα επιλεγόμενα hedge funds ορίζεται στα 10 εκατομμύρια δολάρια.

**iv. Van Hedge Fund Advisors([www.vandegde.com](http://www.vandegde.com))**

Η βάση δεδομένων Van Hedge Fund Advisors παρέχει στοιχεία για 5.400 hedge funds. Στη δημιουργία των 16 δεικτών της συμμετέχουν 1.300 από αυτά ενώ δεν υπάρχουν περιορισμοί στην επιλογή των hedge funds.

**v. Altvest([www.investorforce.com](http://www.investorforce.com))**

Ο οργανισμός Altvest περιλαμβάνει στοιχεία για τις αποδόσεις 2.600 hedge funds τα οποία στο σύνολο τους χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία 14 δεικτών χωρίς να υπόκεινται σε κάποιο περιορισμό.

vi. **MAR/Zurich Capital Markets([www.marhedge.com](http://www.marhedge.com))**

Ο συγκεκριμένος οργανισμός παρέχει δεδομένα για 2.300 hedge funds από τα οποία 1.600 συμμετέχουν στην κατασκευή 19 δεικτών χωρίς να υπάρχουν περιορισμοί στην επιλογή τους.

vii. **Tuna/HF Net([www.hedgefund.net](http://www.hedgefund.net))**

Στη βάση δεδομένων Tuna παρέχονται στοιχεία για 2.300 hedge funds που στο σύνολό τους χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία των 37 δεικτών της ενώ δεν υφίσταται κάποιου είδους περιορισμός στη επιλογή των hedge funds.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### 3.1 Αποδόσεις

Στα οικονομικά ο βαθμός απόδοσης (Rate of Return), ή αλλιώς απόδοση επενδύσεων (Return on Investment – ROI), ή βαθμός κέρδους ή απλά **απόδοση** είναι ο λόγος του πλούτου που κερδίζεται ή χάνεται (είτε πραγματοποιήσιμος είτε όχι) σε μια επένδυση ως προς το ποσό που επενδύθηκε αρχικά. Ο πλούτος που κερδήθηκε ή χάθηκε λέγεται τόκος, είτε κέρδος/ απώλεια, είτε καθαρό κέρδος/ απώλεια και ο πλούτος που επενδύθηκε ονομάζεται κεφάλαιο, περιουσιακό στοιχείο ή το αρχικό κόστος της επένδυσης. Η απόδοση εκφράζεται συνήθως ως ποσοστό παρά ως κλάσμα. Υπάρχουν πολλοί τρόποι υπολογισμού της απόδοσης, αλλά αυτός που θα χρησιμοποιήσουμε είναι η **λογαριθμική απόδοση** (logarithmic or continuously compounded return) η οποία δίνεται από τον τύπο:

$$r_t = \ln p_t - \ln p_{t-1} \quad (1)$$

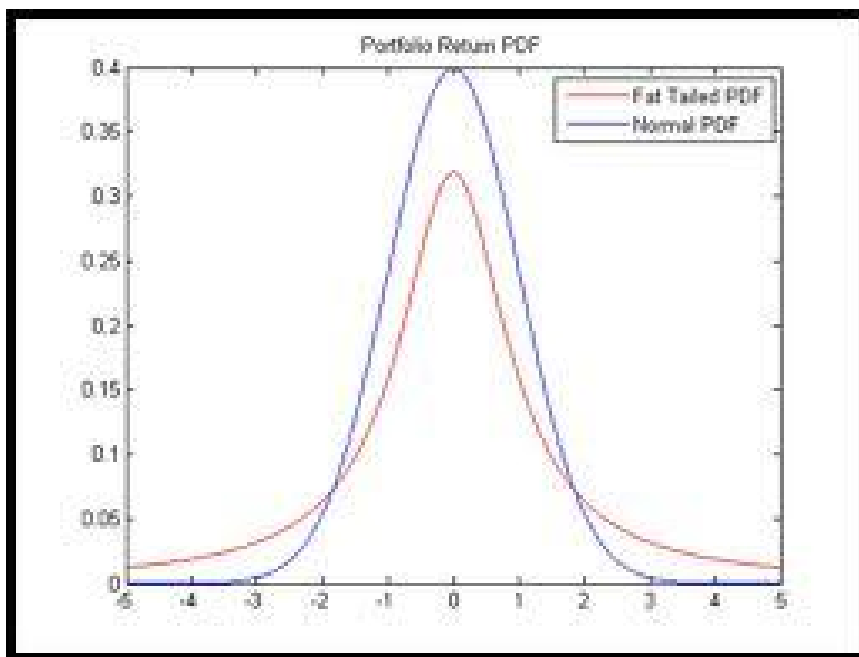
όπου  $p_t$  η τιμή της σειράς τη χρονική στιγμή  $t$ .

### 3.2 Στατιστικά Χαρακτηριστικά των αποδόσεων των hedge funds

Σε αυτή την παράγραφο θα αναφέρουμε μερικά χαρακτηριστικά των αποδόσεων των hedge funds σύμφωνα με εμπειρικές μελέτες:

- **Παχιές Ουρές (Fat Tails)**

Το φαινόμενο των παχιών ουρών αναφέρεται στην ύπαρξη ακραίων τιμών στις αποδόσεις των χρηματοοικονομικών τίτλων με αποτέλεσμα η κατανομή των αποδόσεων τους να παρουσιάζει περισσότερο παχιές ουρές από ότι η κανονική κατανομή. Η ύπαρξη ακραίων τιμών μπορεί να διαπιστωθεί από το εάν οι αποδόσεις του υπό εξέταση τίτλου παρουσιάζουν υπερβάλλουσα κύρτωση, δηλαδή κύρτωση μεγαλύτερη του 3 που είναι η τιμή της κύρτωσης της κανονικής κατανομής. Στο παρακάτω διάγραμμα η κόκκινη γραμμή αντιστοιχεί σε κατανομή που παρουσιάζει το φαινόμενο των παχιών ουρών, ενώ η μπλε σε κανονική κατανομή.



- **Volatility Clustering**

Το φαινόμενο του “volatility clustering” είναι μια μορφή του προβλήματος της ετεροσκεδαστικότητας και αναφέρεται στο γεγονός του ότι μικρές ή μεγάλες μεταβολές στις τιμές των αποδόσεων τείνουν να ακολουθούνται από μεταβολές του ίδιου μεγέθους. Ως αποτέλεσμα παρατηρούνται περίοδοι διαφορετικής μεταβλητότητας στις τιμές των αποδόσεων των χρηματοοικονομικών τίτλων, καθώς οι μεταβολές στις τιμές των αποδόσεων εξαρτώνται από τις παρελθούσες μεταβολές .

- **Leverage Effect**

Ο όρος leverage effect αναφέρεται στο φαινόμενο του ότι οι αρνητικές μεταβολές στις τιμές των αποδόσεων, οι οποίες εκλαμβάνονται ως άσχημα νέα από την πλευρά των επενδυτών έχουν μεγαλύτερο αντίκτυπο στην διακύμανση των τιμών των αποδόσεων σε σύγκριση με θετικές μεταβολές του ίδιου μεγέθους οι οποίες θεωρούνται ως καλά νέα για τους επενδυτές.

- **Volatility Mean Reversion**

Παρά το γεγονός του ότι οι τιμές των χρονολογικών σειρών των αποδόσεων των χρηματοοικονομικών τίτλων χαρακτηρίζονται από περιόδους διαφορετικής μεταβλητότητας με αποτέλεσμα η διακύμανση των τιμών των αποδόσεων να μην παραμένει σταθερή, υπάρχει ένα μέσο επίπεδο όπου μακροχρόνια η διακύμανση των τιμών των αποδόσεων συγκλίνει.

- **Non-trading days**

Κατά τη διάρκεια ενός έτους, υπάρχουν ημέρες όπως τα σαββατοκύριακα και οι αργίες στις οποίες δεν πραγματοποιούνται συναλλαγές στις εκάστοτε διεθνείς χρηματαγορές. Το φαινόμενο των non-trading days αναφέρεται στην επίδραση των οικονομικών και πολιτικών γεγονότων που πραγματοποιούνται στο χρονικό διάστημα που δεν πραγματοποιούνται συναλλαγές, η οποία συσσωρεύεται και αντανakλάται στη μεταβολή των τιμών των τίτλων την ημέρα ανοίγματος.

- **Performance persistence**

Ο όρος “performance persistence” αναφέρεται στο φαινόμενο των hedge funds να παρουσιάζουν αποδόσεις υψηλότερες της διάμεσου των συνολικών αποδόσεων και να διατηρούν αυτήν τους την ιδιότητα για διαδοχικές περιόδους. Για την εξέταση της συγκεκριμένης ιδιότητας παρουσιάζουμε την ανάλυση των Henn και Meiner (2005) που αφορά την περίοδο μεταξύ του Σεπτεμβρίου του 1998 και του Αυγούστου του 2004 για τα hedge funds που ακολουθούν τη στρατηγική Long/Short Equity σύμφωνα με τα δεδομένα που παρέχει ο οργανισμός EurekaHedge European Hedge Fund Database.

### **3.3 Σφάλματα στη μέτρηση των αποδόσεων των hedge funds**

Διάφορα είδη σφαλμάτων παρουσιάζονται στη μέτρηση και την παροχή δεδομένων σχετικά με τις αποδόσεις των hedge funds από τους οργανισμούς παροχής δεδομένων. Οι βασικές κατηγορίες σφαλμάτων σύμφωνα με το Financial Markets Department of Bank of Japan είναι οι εξής:

- **Backfill Bias:** Το συγκεκριμένο είδος σφάλματος προκύπτει κατά την εισαγωγή νέων hedge funds στις βάσεις δεδομένων των εκάστοτε

οργανισμών. Οι διαχειριστές των νεοεισελθόντων hedge funds είναι υποχρεωμένοι να δώσουν πληροφορίες σχετικά με τις αποδόσεις των τελευταίων περιόδων. Όμως, οι διαχειριστές των hedge funds στην προσπάθεια τους να παρουσιάσουν μία περισσότερο ελκυστική προς τους επενδυτές εικόνα, παρέχουν μόνο τις υψηλότερες παρελθούσες αποδόσεις, προκαλώντας θετικά σφάλματα στις μετρήσεις των αποδόσεων για τα νεοεισερχόμενα hedge funds.

- **Survivorship Bias:** Ο όρος survivorship bias αναφέρεται στο σφάλμα που προκύπτει στη μέτρηση των αποδόσεων των hedge funds λόγω του ότι οι δείκτες κατασκευάζονται με τη συμμετοχή μόνο των εν λειτουργία hedge funds που παρέχουν πληροφορίες για τις αποδόσεις τους και όχι των hedge funds που λόγω χαμηλών αποδόσεων είτε έχουν σταματήσει τη λειτουργία τους είτε έχουν πάψει να παρέχουν πληροφορίες σχετικά με τις αποδόσεις τους, με αποτέλεσμα να υπάρχουν θετικά σφάλματα στη μέτρηση των αποδόσεων.
- **Self-Selection Bias:** Ο λόγος για τον οποίο οι διαχειριστές των hedge funds παρέχουν στοιχεία σχετικά με τις αποδόσεις τους είναι η προσέλκυση νέων επενδυτικών κεφαλαίων. Στην περίπτωση που τα υπό διαχείριση hedge funds λόγω υψηλών αποδόσεων έχουν συλλέξει το επιθυμητό ποσό κεφαλαίων, δεν υφίσταται λόγος για την αναφορά των αποδόσεων από την πλευρά των διαχειριστών με αποτέλεσμα τη δημιουργία σφαλμάτων στη μέτρηση των αποδόσεων των hedge funds.
- **Double-Counting Bias:** Η ύπαρξη του συγκεκριμένου σφάλματος στη μέτρηση των αποδόσεων των hedge funds, οφείλεται στο γεγονός ότι ορισμένα hedge funds συμμετέχουν στην κατασκευή περισσότερων του ενός δεικτών καθώς δεν είναι ξεκάθαρο σε ποιο είδος στρατηγικής ανήκουν.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Σε προηγούμενο κεφάλαιο αναφερθήκαμε στο φαινόμενο του ‘volatility clustering’ που παρατηρείται στις τιμές των αποδόσεων των hedge funds. Αυτό έχει ως συνέπεια την παρουσία ετεροσκεδαστικότητας στις τιμές των αποδόσεων. Προκειμένου να ξεπεραστεί το παραπάνω πρόβλημα αναπτύχθηκαν υποδείγματα μεταβαλλόμενης διακύμανσης ώστε να μοντελοποιηθεί η δεσμευμένη διακύμανση. Παρακάτω θα παρουσιάσουμε κατηγορίες υποδειγμάτων μεταβαλλόμενης διακύμανσης, αλλά και υποδείγματα μοντελοποίησης της αναμενόμενης απόδοσης.

### 4.1 Μοντέλα ARMA

Το γεγονός ότι εμπειρικά παρατηρούμε σημαντική αυτοσυσχέτιση στις αποδόσεις για μία χρονική υστέρηση μας οδηγεί να θεωρήσουμε ότι η τιμή των αποδόσεων τη στιγμή  $t$  εξαρτάται από την τιμή τη στιγμή  $t-1$ . Το απλό αυτοπαλινδρομούμενο μοντέλο τάξεως  $p$ , (AR-Autoregressive) δίνεται από τον τύπο:

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^p \varphi_i y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2)$$

όπου  $\mu$  η σταθερά του υποδείγματος,  $\varepsilon_t$  είναι λευκός θόρυβος μηδενικού μέσου και διακύμανσης  $\sigma_a^2$  και  $\varphi_i$  οι συντελεστές αυτοπαλινδρόμησης.

Το μοντέλο AR είναι της ίδιας μορφής με το μοντέλο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης. Το μοντέλο της (2) είναι το AR( $p$ ). Για να έχει το AR( $p$ ) την επιθυμητή ιδιότητα της στασιμότητας πρέπει να ισχύει ο περιορισμός

$$\sum_{i=1}^p \varphi_i < 1$$

Το μοντέλο κινητού μέσου MA( $q$ ) τάξεως  $q$  είναι:

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3)$$

οι  $\theta_i$  οι συντελεστές του μοντέλου,  $\mu$  η προσδοκώμενη τιμή του  $y_t$  και  $\varepsilon_{t-i}$  λευκός

θόρυβος.

Το μοντέλο MA είναι κι αυτό της ίδιας μορφής με το μοντέλο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης, υποθέτει εξάρτηση της παρούσας τιμής της χρονοσειράς των αποδόσεων από παρούσες και παρελθούσες τιμές μη-παρατηρηθέντων λευκών θορυβών κανονικά κατενεμημένων με μέση τιμή μηδέν και σταθερή διασπορά.

Η σύνθεση των δύο προηγούμενων δίνει το μεικτό μοντέλο **ARMA(p,q)**

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^p \varphi_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t \quad (4)$$

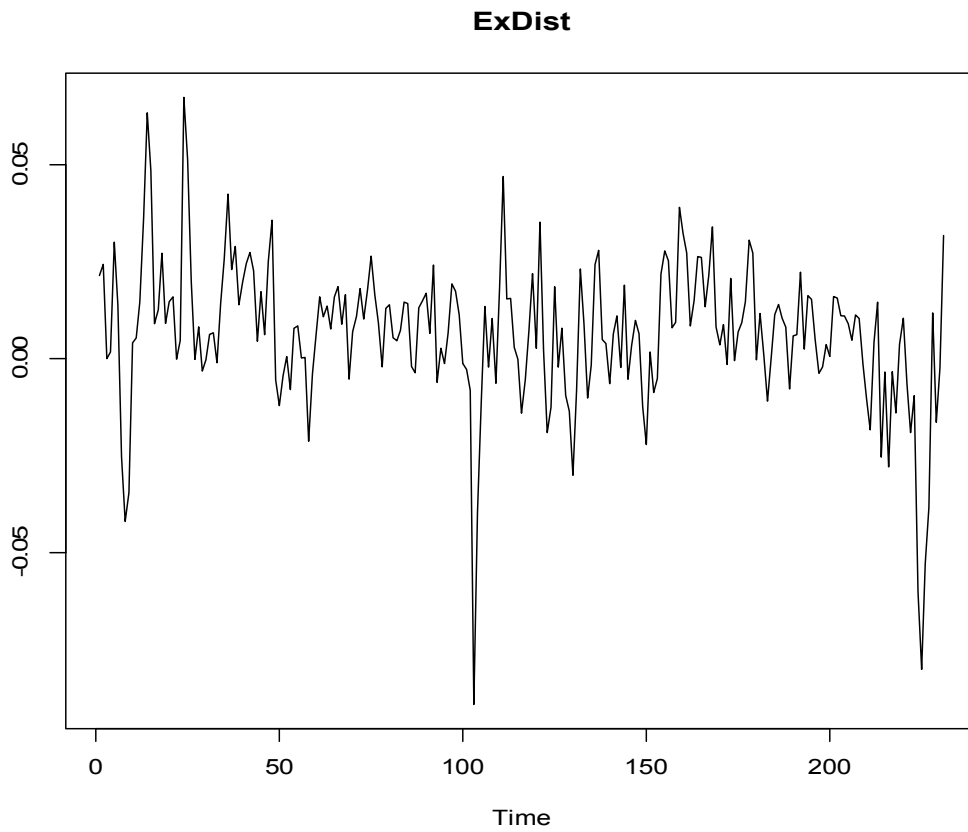
Το ARMA(p,q) περιλαμβάνει τους p αυτοπαλινδρομούμενους συντελεστές, και τους q συντελεστές κινητού μέσου και βοηθούν σε μια πιο λιτή μοντελοποίηση μιας σειράς δεδομένων. Γενικά τα  $\varepsilon_t$  είναι λευκός θόρυβος δευτέρου βαθμού.

## **4.2 Μοντέλα ARCH**

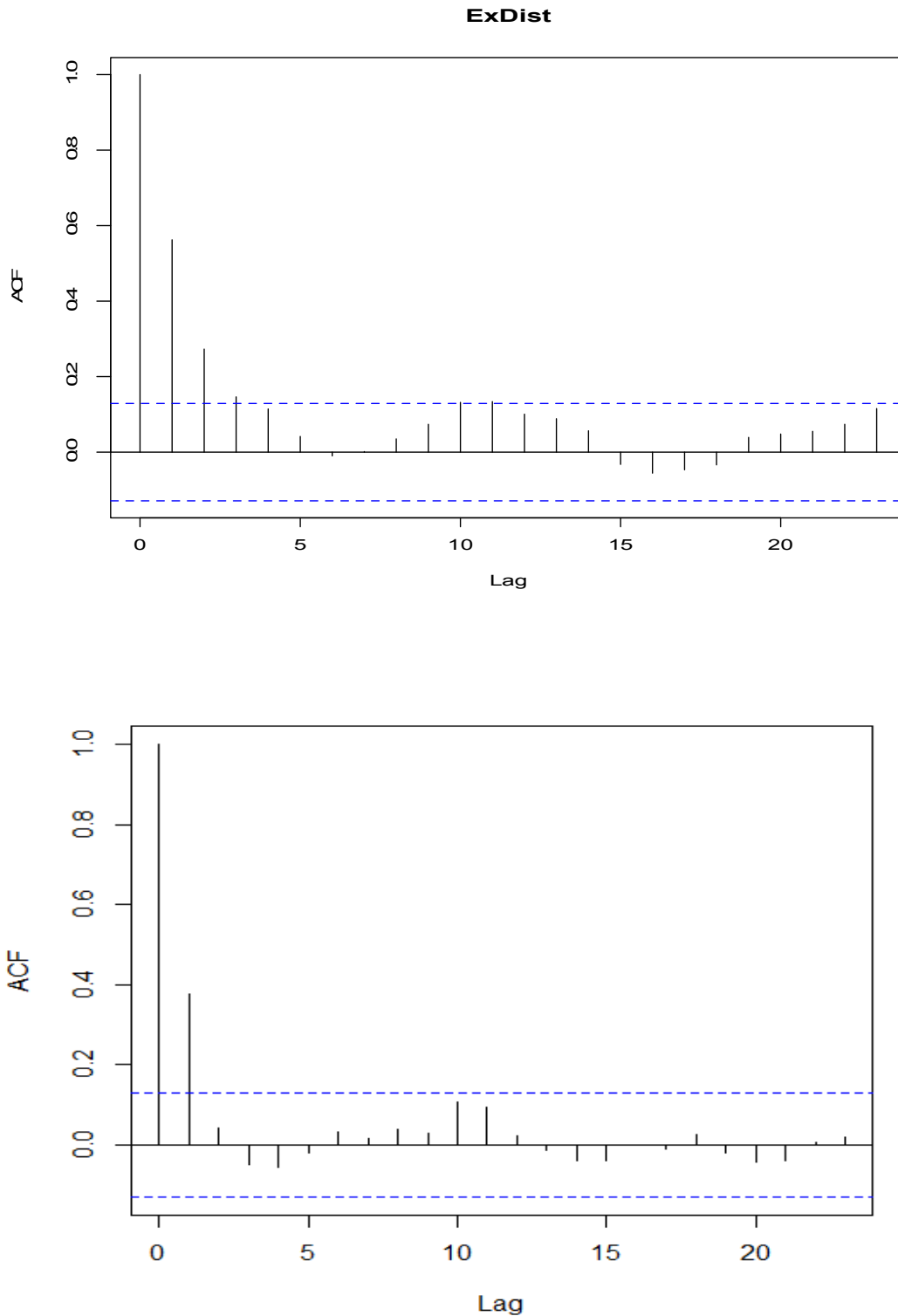
Η ασταθής συμπεριφορά των αγορών αναφέρεται γενικά στην βιβλιογραφία ως αστάθεια (volatility). Η αστάθεια έχει καταστεί μια πολύ σημαντική έννοια στην οικονομική θεωρία και στις εφαρμογές αυτής, όπως η διαχείριση κινδύνων (Risk management), διαχείριση χαρτοφυλακίου, παράγωγες επενδύσεις κ.α. Με στατιστικούς όρους η αστάθεια μετράται με την διακύμανση ή την τυπική απόκλιση. Τα μοντέλα GARCH εισήχθησαν πρώτη φορά από τον Engle (1982) και επεκτάθηκαν από τον Bollerslev (1986) και τον Nelson (1991) και μπορούμε με αυτά να μοντελοποιήσουμε αστάθεια μεταβλητή με τον χρόνο και να παρατηρήσουμε πολλά από τα χαρακτηριστικά που συναντώνται σε οικονομικές χρονοσειρές. Υπάρχουν διάφορες παραλλαγές των μοντέλων GARCH, όπως τα EGARCH που εισάγουν και επιδράσεις της μόχλευσης (leverage), TGARCH παρόμοιο με το EGARCH αλλά με άλλη μορφή, το PGARCH κ.α.

Αν πάρουμε τη γραφική παράσταση μιας τυπικής οικονομικής σειράς αποδόσεων, εικ.1, για παράδειγμα εδώ του δείκτη ExDIST, θα παρατηρήσουμε από τη συνάρτηση αυτοσυσχετίσεων, εικ.2, ότι στα τετράγωνα των αποδόσεων υπάρχει στατιστικά σημαντική συσχέτιση, οπότε από την στιγμή που οι τετραγωνισμένες αποδόσεις μετρούν την δευτεροβάθμια ροπή της αρχικής χρονοσειράς αυτό μας

δείχνει ότι η διακύμανση εξαρτάται από τις προηγούμενες τιμές της ή με άλλα λόγια ότι οι αρχική σειρά έχει μεταβλητή ως προς το χρόνο δεσμευμένη ετεροσκεδαστικότητα ή συσταδοποίηση αστάθειας (volatility clustering).



**Εικόνα 1.**



Εικόνα 2. Συναρτήσεις αυτοσυσχετίσεων για αποδόσεις και τετράγωνα των αποδόσεων

Η γραμμική συσχέτιση στα τετράγωνα των αποδόσεων μπορεί να μοντελοποιηθεί χρησιμοποιώντας ένα μοντέλο AR για τα τετράγωνα των καταλοίπων. Καθώς όμως οι αποδόσεις είναι μια χρονική σειρά μηδενικού μέσου, με

τα τετράγωνα τους να συσχετίζονται, τότε μπορούμε να εφαρμόσουμε σε αυτά ένα μοντέλο GARCH. Το GARCH είναι ένα μοντέλο για τα τετράγωνα μιας μηδενικού μέσου σειράς, δηλαδή για την υπό συνθήκη δεσμευμένη διακύμανση (conditional variance). Αυτή η διακύμανση για μια χρηματοοικονομική σειρά παριστά αστάθεια ή κίνδυνο.

$$\text{Έχουμε λοιπόν: } \mathbf{y}_t = \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (5)$$

όπου  $\varepsilon_t$  είναι λευκός θόρυβος.

Για να μπορέσουμε να μοντελοποιήσουμε για μεταβλητή ως προς το χρόνο δεσμευμένη ετεροσκεδαστικότητα (time – varying conditional heteroskedasticity) υποθέτουμε ότι  $\text{Var}_{t-1}(\varepsilon_t) = \sigma_t^2$  με  $\text{Var}_{t-1}(\cdot)$  να είναι η διακύμανση δεσμευμένη στην πληροφορία την χρονική στιγμή  $t-1$  και τελικά έχουμε:

$$\sigma_t^2 = \gamma + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 \quad (6)$$

Αφού το  $\varepsilon_t$  έχει μέσο μηδέν,  $\text{Var}_{t-1}(\varepsilon) = E_{t-1}(\varepsilon_t^2) = \sigma_t^2$  και μπορούμε να γράψουμε την (6) ως:

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + u_t \quad (7)$$

με  $u_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2$  να είναι λευκός θόρυβος μηδενικού μέσου.

Η (7) αναπαριστά μια AR(p) διαδικασία ως προς το  $\varepsilon_t^2$ , το μοντέλο των (5) και (6) είναι γνωστό ως ARCH (autoregressive conditional heteroskedasticity) και αναφέρεται ως ARCH(p) μοντέλο.

Μια διαφορετική διατύπωση αυτού του μοντέλου είναι:

$$u_t = \varepsilon_t^2 - E_{t-1}(\varepsilon_t^2)$$

$$y_t = c + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = z_t \sigma_t$$

όπου  $z_t$  είναι μια ανεξάρτητη και ισόνομα κατανεμημένη τυχαία μεταβλητή με ορισμένη κατανομή.

Στο βασικό μοντέλο ARCH η  $z_t$  θεωρούμε ότι ακολουθεί την τυποποιημένη κανονική κατανομή. Η παραπάνω διατύπωση είναι χρήσιμη για να εξάγουμε τις ιδιότητες του μοντέλου καθώς και για τον προσδιορισμό της συνάρτησης πιθανοφάνειας που χρησιμοποιείται για την συμπερασματολογία.

Ο βαθμός  $p$  είναι δυνατό να προσδιοριστεί από τις τιμές της συνάρτησης των μερικών συντελεστών αυτοσυσχέτισης (Partial Autocorrelation Function).

#### **4.2.1 Έλεγχος για ARCH κατάλοιπα**

Πριν τον προσδιορισμό ενός πλήρους μοντέλου ARCH για οικονομικές χρονοσειρές ελέγχουμε για ARCH επιπτώσεις στα κατάλοιπα. Αν δεν υπάρχουν ARCH επιπτώσεις στα κατάλοιπα τότε το μοντέλο μας είναι άκυρο και δεν εκφράζει ορθά την οικονομική σειρά. Επειδή ένα μοντέλο ARCH μπορεί να γραφεί ως AR ως προς τα τετράγωνα των καταλοίπων στην (7), ένας έλεγχος πολλαπλασιαστή Lagrange (LM) μπορεί να κατασκευαστεί στην βοηθητική παλινδρόμηση (7). Αν η μηδενική υπόθεση είναι ότι δεν υπάρχουν επιπτώσεις ARCH  $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0$  η στατιστική συνάρτηση ελέγχου είναι:

$$LM = T \cdot R^2 \sim \chi^2(p)$$

όπου  $T$  είναι το μέγεθος του δείγματος και ο συντελεστής προσδιορισμού  $R^2$  υπολογίζεται από την βοηθητική παλινδρόμηση (7) χρησιμοποιώντας τα εκτιμώμενα κατάλοιπα.

#### 4.2.2 Στατιστικές ιδιότητες των ARCH υποδειγμάτων

Για την παρουσίαση των στατιστικών ιδιοτήτων των ARCH υποδειγμάτων θα χρησιμοποιήσουμε το ARCH(1) υπόδειγμα:

$$\varepsilon_t = \sigma_t u_t, \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 \quad (8)$$

όπου  $\alpha_0 > 0$  και  $\alpha_1 \geq 0$ . Ο μη δεσμευτικός μέσος των  $\varepsilon_t$  ισούται με:

$$E(\varepsilon_t) = E(E(\varepsilon_t | F_{t-1})) = E(\sigma_t E(u_t)) = 0 \quad (9)$$

Αντίστοιχα η μη δεσμευμένη διακύμανση των  $\varepsilon_t$  υπολογίζεται ως εξής :

$$\text{Var}(\varepsilon_t) = E(\varepsilon_t^2) = E(E(\varepsilon_t^2 | F_{t-1})) = E(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \eta_t) = \alpha_0 + \alpha_1 E(\varepsilon_{t-1}^2) + E(\eta_t) \quad (10)$$

όπου  $\eta_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2$ , μια χρονολογική σειρά με τιμές ασυσχέτιστες και με μηδενικό μέσο.

Λόγω του ότι η χρονολογική σειρά των  $\varepsilon_t$  είναι στάσιμη, η διακύμανση παραμένει σταθερή. Επίσης, σύμφωνα με τις αρχικές μας υποθέσεις ισχύει ότι  $E(\eta_t) = 0$ . Δεδομένων των παραπάνω καταλήγουμε στο ότι η διακύμανση των  $\varepsilon_t$  ισούται με:

$$\text{Var}(\varepsilon_t) = \alpha_0 + \alpha_1 \text{Var}(\varepsilon_{t-1}^2) \text{ οπότε: } \text{Var}(\varepsilon_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1} \quad (11)$$

Για να εξασφαλίσουμε το ότι η τιμή της διακύμανσης είναι θετική θα πρέπει να ισχύει ο περιορισμός :  $0 \leq \alpha_1 < 1$ .

Τέλος, αποδεικνύεται πως η ροπή 4<sup>ης</sup> τάξης ( $m_4$ ) είναι ίση με :

$$m_4 = \frac{3\alpha_0^2(1+\alpha_1)}{(1-\alpha_1)(1-3\alpha_1^2)} \quad (12)$$

Ο περιορισμός στη τιμή του συντελεστή  $a_1$  ώστε η ροπή 4<sup>ης</sup> τάξης να είναι ένας θετικός αριθμός είναι ο εξής:  $0 \leq a_1^2 < 1/3$ . Συνεπώς, η τιμή του συντελεστή κύρτωσης των  $\varepsilon_t$  υπολογίζεται ως:

$$\frac{E(\varepsilon_t^4)}{(Var(\varepsilon_t))^2} = 3 \frac{a_0^2(1+a_1)}{(1-a_1)(1-3a_1^2)} \times \frac{(1-a_1)^2}{a_0^2} = 3 \frac{1-a_1^2}{1-3a_1^2} > 3 \quad (13)$$

Η τιμή του συντελεστή κύρτωσης είναι μεγαλύτερη του 3 που είναι η τιμή του συντελεστή κύρτωσης για την κανονική κατανομή οπότε η κατανομή των  $\varepsilon_t$  εμφανίζει πιο παχιές ουρές από ότι η κανονική κατανομή. Οδηγούμαστε λοιπόν στο συμπέρασμα πως με τη χρήση των ARCH υποδειγμάτων για τη μοντελοποίηση της δεσμευμένης διακύμανσης είναι περισσότερο πιθανή η ύπαρξη ακραίων τιμών, με αποτέλεσμα να καθίσταται περισσότερο πιθανή και η σύλληψη του φαινομένου των “fat tails” το οποίο παρατηρείται στις αποδόσεις των χρηματοοικονομικών τίτλων και θα σχολιάσουμε παρακάτω.

Τα βασικά μειονεκτήματα των ARCH υποδειγμάτων είναι ότι η ύπαρξη περιορισμών στις τιμές των συντελεστών  $a_i$  καθιστούν δύσκολη την εκτίμηση τους καθώς η συνάρτηση μεγίστης πιθανοφάνειας ορίζεται για ορισμένες μόνο τιμές καθώς και το ότι θετικές και αρνητικές επιπτώσεις του ίδιου μεγέθους ασκούν την ίδια επίδραση στη τιμή της διακύμανσης, δηλαδή δεν καθίσταται δυνατή η σύλληψη του “leverage effect” που θα αναφέρουμε παρακάτω στις παρατηρήσεις.

### 4.3 Μοντέλα GARCH

Ο Bollerslev (1986) ήταν αυτός που πρότεινε τα GARCH υποδείγματα για τη μοντελοποίηση της δεσμευμένης διακύμανσης. Σύμφωνα με τα GARCH υποδείγματα, η τιμή της δεσμευμένης διακύμανσης εξαρτάται τόσο από τις παρελθούσες τιμές των τετραγώνων των καταλοίπων όσο και από τις τιμές της διακύμανσης των προηγούμενων περιόδων. Συγκεκριμένα, αντικαθιστά το μοντέλο στην (6) με την παρακάτω διατύπωση:

$$\sigma_t^2 = \gamma + \sum_{i=1}^p a_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q b_j h_{t-j} \quad (14)$$

όπου οι συντελεστές  $a_i$  ( $i=0, \dots, p$ ) και  $b_j$  ( $j=1, \dots, q$ ) είναι θετικοί έτσι ώστε η διακύμανση  $\sigma_t^2$  να είναι πάντα θετική.

Το μοντέλο της (14) μαζί με την (5) είναι το γενικευμένο ARCH, ή GARCH(p,q) μοντέλο. Όταν  $q=0$  το GARCH μοντέλο γίνεται το ARCH(p).

Στο μοντέλο GARCH(p,q) η δεσμευμένη διακύμανση του  $\varepsilon_t$ ,  $h_t$ , εξαρτάται από τα τετράγωνα των καταλοίπων των  $p$  προηγούμενων περιόδων καθώς και από την δεσμευμένη διακύμανση των  $q$  προηγούμενων περιόδων.

Η επιλογή του  $p$  είναι δυνατό να πραγματοποιηθεί μέσω της εξέτασης των τιμών της συνάρτησης των μερικών συντελεστών αυτοσυσχέτισης των τετραγώνων των καταλοίπων (Partial Autocorrelation Function) και η επιλογή του  $q$  μέσω της εξέτασης των τιμών της συνάρτησης των συντελεστών αυτοσυσχέτισης των τετραγώνων των καταλοίπων (Autocorrelation Function).

#### 4.3.1 Στατιστικές ιδιότητες των GARCH υποδειγμάτων

Για λόγους απλούστευσης θα παρουσιάσουμε τις στατιστικές ιδιότητες των GARCH υποδειγμάτων εξετάζοντας το GARCH (1,1) υπόδειγμα:

$$\varepsilon_t = \sigma_t u_t, \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + b_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (15)$$

όπου  $\alpha_0 > 0$  και  $\alpha_1 \geq 0$ ,  $b_1 \geq 0$ . Ο μη δεσμευμένος μέσος των καταλοίπων  $\varepsilon_t$  και στην περίπτωση των GARCH υποδειγμάτων ισούται με μηδέν καθώς:

$$E(\varepsilon_t) = E(E(\varepsilon_t | F_{t-1})) = E(\sigma_t E(u_t)) = 0 \quad (16)$$

Η τιμή της μη δεσμευμένης διακύμανσης υπολογίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \text{Var}(\varepsilon_t) &= E(\varepsilon_t^2) = E(E(\varepsilon_t^2 | F_{t-1})) = E(\alpha_0 + (\alpha_1 + b_1)E(\varepsilon_{t-1}^2) + b_1 \eta_{t-1} + \eta_t) = \\ &= \alpha_0 + (\alpha_1 + b_1)E(\varepsilon_{t-1}^2) + b_1 E(\eta_{t-1}) + E(\eta_t) \quad (17) \end{aligned}$$

όπου  $\eta_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2$  και  $E(\eta_{t-1}) = E(\eta_t) = 0$ . Επίσης, η χρονολογική σειρά των  $\varepsilon_t$  είναι στάσιμη με αποτέλεσμα η τιμή της διακύμανσης να παραμένει σταθερή και ίση με:

$$\text{Var}(\varepsilon_t) = \alpha_0 + (\alpha_1 + b_1)\text{Var}(\varepsilon_{t-1}) \text{ οπότε } \text{Var}(\varepsilon_t) = \frac{\alpha_0}{1 - (\alpha_1 + b_1)} \quad (18)$$

Ο περιορισμός στις τιμές των συντελεστών ώστε η τιμή της διακύμανσης να είναι ένας θετικός και πεπερασμένος αριθμός είναι ο εξής:  $0 \leq \alpha_1 + b_1 < 1$ .

Για την γενική περίπτωση του GARCH(p,q) τα τετράγωνα των καταλοίπων ακολουθούν ένα ARMA(max(p,q),q). Η στασιμότητα της συνδιακύμανσης επιβάλλει

$$\sum_{i=1}^p a_i + \sum_{j=1}^q b_j < 1 \text{ και η διακύμανση της } \varepsilon_t \text{ είναι : } \text{Var}(\varepsilon_t) = \alpha_0 * \frac{1}{1 - \sum_{i=1}^p a_i - \sum_{j=1}^q b_j}$$

Επιπλέον, αποδεικνύεται ότι η τιμή του συντελεστή κύρτωσης των καταλοίπων  $\varepsilon_t$  ισούται με:

$$\frac{E(\varepsilon_t^4)}{E((\varepsilon_t^2))^2} = \frac{3(1 - (\alpha_1 + b_1)^2)}{1 - (\alpha_1 + b_1)^2 - 2\alpha_1^2} > 3 \quad (19)$$

Όπως και στην περίπτωση των ARCH υποδειγμάτων η τιμή του συντελεστή κύρτωσης των  $\varepsilon_t$  υπερβαίνει τη τιμή του 3. Οπότε μέσω της μοντελοποίησης της τιμής της δεσμευμένης διακύμανσης με τα GARCH υποδείγματα κατέστη δυνατή η σύλληψη του φαινομένου των “fat tails”.

Τέλος, τα μειονεκτήματα των GARCH είναι τα ίδια με την περίπτωση των ARCH υποδειγμάτων, καθώς οι τιμές των συντελεστών υπόκεινται σε διάφορους περιορισμούς με αποτέλεσμα η συνάρτηση μέγιστης πιθανοφάνειας να μην ορίζεται για κάποιες τιμές ενώ η επίδραση θετικών και αρνητικών αποκλίσεων του ίδιου μεγέθους στη τιμή της δεσμευμένης διακύμανσης είναι η ίδια.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

### Βασικά υποδείγματα

Η ύπαρξη ενδιαφέροντος από τη μεριά του επενδυτικού κοινού για τις επενδύσεις κεφαλαίων σε hedge funds, προκάλεσε την ενασχόληση της διεθνούς βιβλιογραφίας με τον τομέα των hedge funds. Ως αποτέλεσμα, χρησιμοποιήθηκαν αρκετά υποδείγματα για τη μοντελοποίηση των αποδόσεων των hedge funds. Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα κυριότερα εξ'αυτών:

#### 5.1 Capital Asset Pricing Model (CAPM)

Οι Sharpe (1964) και Lintner (1965) ήταν οι πρώτοι που ανέπτυξαν το Capital asset Pricing Model για τη μοντελοποίηση των αποδόσεων χρηματοοικονομικών τίτλων. Το CAPM είναι το πιο απλό από τα μοντέλα που αναπτύχθηκαν για το συγκεκριμένο σκοπό. Εφαρμόζοντας το για τη μοντελοποίηση του μέσου των υπερβαλλουσών αποδόσεων των hedge funds, προκύπτει η εξής σχέση:

$$(R_i - R_{\text{risk free}})_t = \alpha_i + \beta_i \cdot (R_{\text{market}} - R_{\text{risk free}})_t + \varepsilon_{it} \quad \text{για } i=1,2,\dots,N \quad t=1,2,\dots,T$$

(4.1)

όπου  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$  και:

- ❖  $(R_i - R_{\text{risk free}})_t$  : η υπερβάλλουσα απόδοση για το fund  $i$ , από το σύνολο  $N$  των υπό εξέταση hedge funds, κατά την περίοδο  $t$ . Η υπερβάλλουσα απόδοση σχηματίζεται εάν από τη απόδοση του fund  $i$  αφαιρεθεί το risk-free επιτόκιο.
- ❖  $(R_{\text{market}} - R_{\text{risk free}})_t$  : η υπερβάλλουσα απόδοση για κάποιο δείκτη που αντιπροσωπεύει το σύνολο της αγοράς κατά τη περίοδο  $t$ .
- ❖  $\alpha_i$  : ο σταθερός όρος της εξίσωσης. Θετική τιμή του  $\alpha$  σημαίνει ότι το hedge fund  $i$  υπερτερεί σε όρους απόδοσης έναντι του δείκτη που αντιπροσωπεύει την αγορά. Αντίθετα, μία αρνητική τιμή για τον συντελεστή  $\alpha$ , συνεπάγεται

το ότι το hedge fund  $i$  μειονεκτεί σε όρους απόδοσης σε σχέση με τον δείκτη της αγοράς.

- ❖  $\beta_i$  : ο συντελεστής  $\beta$  δηλώνει τη κλίση της σχέσης (4.1) και η τιμή του δείχνει το κατά πόσο μεταβάλλεται (κατά μέσο όρο) η υπερβάλλουσα απόδοση του fund  $i$  σε μία μεταβολή της τιμής της απόδοσης του δείκτη της αγοράς κατά μία μονάδα.
- ❖  $\epsilon_t$  : η τιμή των καταλοίπων του υποδείγματος κατά τη περίοδο  $t$ .

Οι Carocci και Hubner (2004) χρησιμοποίησαν το CAPM για τη μοντελοποίηση των υπερβαλλουσών αποδόσεων των hedge funds, παίρνοντας ως δείγμα τις μηνιαίες αποδόσεις 2796 hedge funds των οργανισμών Hedge Fund Research και MAR για την περίοδο μεταξύ Ιανουαρίου 1984 και Ιουνίου 2000 . Ως προσέγγιση για τη απόδοση της αγοράς χρησιμοποιήθηκαν οι μηνιαίες αποδόσεις ενός χαρτοφυλακίου που περιλαμβάνει τις μετοχές που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή των δεικτών NYSE, Amex και Nasdaq με τις σταθμίσεις του χαρτοφυλακίου να είναι ανάλογες της αξίας των μετοχών, ενώ ως risk-free επιτόκιο επιλέχθηκαν οι μηνιαίες αποδόσεις του μηνιαίου ομολόγου των Ibbotson Associates.

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα οι δεκαοχτώ από τους είκοσι εννέα δείκτες παρουσιάζουν θετικές τιμές για τον συντελεστή  $\alpha$ , κάτι που σημαίνει ότι οι αποδόσεις των συγκεκριμένων δεικτών υπερβαίνουν την απόδοση της αγοράς. Σε ότι αφορά τις εκτιμήσεις για τον συντελεστή  $\beta$ , με εξαίρεση δύο δείκτες, οι υπόλοιποι παρουσιάζουν τιμές μικρότερες της μονάδας και στατιστικά διάφορες του μηδενός σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 1%, που σημαίνει ότι μια μεταβολή στην υπερβάλλουσα απόδοση του δείκτη της αγοράς θα έχει ως αποτέλεσμα μια μικρότερη μεταβολή στις υπερβάλλουσες αποδόσεις των δεικτών. Το γεγονός του ότι οι εκτιμώμενες τιμές για τον συντελεστή  $\beta$  είναι χαμηλές, αποτελεί ένδειξη για την αναγκαιότητα μοντελοποίησης των αποδόσεων των hedge funds με τη χρήση κάποιου υποδείγματος με περισσότερες ερμηνευτικές μεταβλητές.

Οι Favre και Ranaldo (2003) χρησιμοποιώντας ως δείγμα τις μηνιαίες αποδόσεις δεκαέξι δεικτών του οργανισμού Hedge Fund Research για το χρονικό μεταξύ του Ιανουαρίου του 1990 και του Αυγούστου του 2002, χρησιμοποίησαν για τη μοντελοποίηση των αποδόσεων των υπό εξέταση δεικτών το CAPM υπόδειγμα και μια προέκταση του όπου οι ροπές τρίτης και τέταρτης τάξης προστέθηκαν ως

ερμηνευτικές μεταβλητές. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα, η τιμή του διορθωμένου συντελεστή προσδιορισμού αυξήθηκε στη περίπτωση τεσσάρων εκ των δεκαέξι δεικτών.

## **5.2 Three – factor model of Fama and French**

Το 1993 προτάθηκε από τους Fama και French μία επέκταση του CAMP υποδείγματος. Εφαρμόζοντας το για τη μοντελοποίηση του μέσου των υπερβαλλουσών αποδόσεων των hedge funds, προκύπτει η εξής σχέση:

$$(R_i - R_{risk\ free})_t = \alpha_i + \beta_{i1} \cdot (R_{market} - R_{risk\ free})_t + \beta_{i2} \cdot SMB_t + \beta_{i3} \cdot HML_t + \varepsilon_{it} \quad (4.2)$$

Όπου  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$  για  $i = 1, 2, \dots, N$   $t = 1, 2, \dots, T$  και:

- ❖ **SMB<sub>t</sub>**: ο συγκεκριμένος παράγοντας προστέθηκε ως ερμηνευτική με σκοπό να συμπεριληφθεί η επίδραση του μεγέθους των επιχειρήσεων. Η απόδοση για την περίοδο  $t$  σχηματίζεται εάν από τη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου που περιλαμβάνει μετοχές με χαμηλό βαθμό κεφαλαιοποίησης αφαιρεθεί η απόδοση ενός χαρτοφυλακίου που κατασκευάζεται από μετοχές υψηλού βαθμού κεφαλαιοποίησης.
- ❖ **HML<sub>t</sub>**: ο παράγοντας HML αναφέρεται στην επίδραση της τιμής του book-to-market ratio<sup>1</sup>. Η απόδοση για μία χρονική περίοδο  $t$  ισούται με την απόδοση ενός χαρτοφυλακίου το οποίο περιέχει μετοχές με υψηλή τιμή του book-to-market ratio μείον τη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου με μετοχές για τις οποίες η τιμή του προαναφερθέντος αριθμοδείκτη είναι χαμηλή.

Οι Fung και Hsieh (2004) χρησιμοποίησαν το συγκεκριμένο υπόδειγμα για την μοντελοποίηση των μηνιαίων υπερβαλλουσών αποδόσεων για τους δείκτες Equity Hedge του οργανισμού Hedge Fund Research και Long/Short Equity της βάσης δεδομένων Tass για το χρονικό διάστημα μεταξύ Ιανουαρίου του 1994 και

<sup>1</sup> Η τιμή του αριθμοδείκτη book-to-market ratio ισούται με το λόγο της τρέχουσας τιμής της μετοχής προς τη λογιστική αξία της.

Δεκεμβρίου του 2002. Σύμφωνα με τις τιμές των εκτιμήσεων, οι τιμές των συντελεστών  $\alpha$ ,  $\beta_1$  και  $\beta_2$  είναι στατιστικά διάφορες του μηδενός σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% στις περιπτώσεις και των δύο δεικτών σε αντίθεση με το συντελεστή  $\beta_3$  του οποίου οι τιμές δεν διαφέρουν σημαντικά από το μηδέν.

### **5.3 Four – factor model of Carhart**

Το 1997 ο Carhart πρόσθεσε μία ακόμα ερμηνευτική μεταβλητή ώστε να συμπεριλάβει την επίδραση του ‘momentum effect’, δηλαδή το γεγονός ότι οι επενδυτές αγοράζουν μετοχές με υψηλές παρελθούσες αποδόσεις ενώ πουλάνε μετοχές με χαμηλές παρελθούσες επιδόσεις. Η μοντελοποίηση του μέσου των υπερβαλλουσών αποδόσεων των hedge funds σύμφωνα με το συγκεκριμένο υπόδειγμα, πραγματοποιείται ως εξής:

$$(R_i - R_{risk\ free})_t = \alpha_i + \beta_{i1} \cdot (R_{market} - R_{risk\ free})_t + \beta_{i2} \cdot SMB_t + \beta_{i3} \cdot HML_t + \beta_{i4} \cdot MOM_t + \varepsilon_{it} \quad (4.3)$$

όπου  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$  για  $i = 1, 2, \dots, N$   $t = 1, 2, \dots, T$  και:

- ❖ **MOM<sub>t</sub>**: η συγκεκριμένη μεταβλητή αναφέρεται στην επίδραση του ‘momentum effect’. Η απόδοση για μία περίοδο  $t$  σχηματίζεται εάν από την μέση απόδοση δύο χαρτοφυλακίων που περιλαμβάνουν τίτλους των οποίων οι αποδόσεις των προηγούμενων περιόδων ήταν υψηλές αφαιρεθεί η μέση απόδοση δύο χαρτοφυλακίων που περιέχουν τίτλους των οποίων οι αποδόσεις για τις προηγούμενες περιόδους ήταν χαμηλές.

Οι Carocci και Hubner (2004) εφάρμοσαν το συγκεκριμένο υπόδειγμα χρησιμοποιώντας ως δείγμα τις μηνιαίες αποδόσεις για 2796 hedge funds, των οργανισμών Hedge Fund Research και MAR για την περίοδο μεταξύ Ιανουαρίου 1984 και Ιουνίου 2000. Εξετάζοντας τα αποτελέσματα, οι τιμές των συντελεστών  $\alpha$ ,  $\beta_1$  και  $\beta_2$  είναι στατιστικά διάφορες του μηδενός σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% για την πλειοψηφία των είκοσι εννέα δεικτών (20,27 και 25

αντίστοιχα). Αντίθετα, οι τιμές των συντελεστών  $\beta_3$  και  $\beta_4$  είναι στατιστικά σημαντικές μόλις για τους τέσσερις από τους είκοσι εννέα δείκτες.

Αντίστοιχα, οι Fung και Hsieh (2004) εφάρμοσαν το υπόδειγμα του Carhart για τη μοντελοποίηση των μηνιαίων αποδόσεων για τους δείκτες Equity Hedge του οργανισμού Hedge Fund Research και Long/Short Equity της βάσης δεδομένων Tass για το χρονικό διάστημα μεταξύ Ιανουαρίου του 1994 και Δεκεμβρίου του 2002, κατέληξε στο ότι οι τιμές των συντελεστών  $\alpha$ ,  $\beta_1, \beta_2$  και  $\beta_4$  είναι στατιστικά διάφορες του μηδενός σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% σε αντίθεση με τις τιμές του συντελεστή  $\beta_3$ , του οποίου οι τιμές είναι στατιστικά ίσες με το μηδέν και στις δύο περιπτώσεις.

#### **5.4 Multifactor models**

Το πολυπαραγοντικό μοντέλο είναι μια επιπλέον κατηγορία υποδειγμάτων που αναπτύχθηκε με σκοπό τη μοντελοποίηση των αποδόσεων των χρηματοοικονομικών τίτλων και έχει εφαρμοστεί από τη διεθνή αρθρογραφία και στην περίπτωση των hedge funds. Η μοντελοποίηση του μέσου των αποδόσεων σε αυτή την περίπτωση πραγματοποιείται σύμφωνα με την εξής σχέση:

$$(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_{\text{risk free}})_t = \alpha_i + \sum_{k=1}^K \mathbf{b}_{ik} \mathbf{F}_{ik} + \varepsilon_{it} \quad (4.4)$$

όπου  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$  για  $i = 1, 2, \dots, N$ ,  $t = 1, 2, \dots, T$   $k = 1, 2, \dots, K$  και:

- ❖  $\mathbf{F}_{ik}$ : Η υπερβάλλουσα απόδοση για κάθε έναν από τους  $K$  παράγοντες που χρησιμοποιούνται ως ερμηνευτική μεταβλητή. Οι παράγοντες αυτοί μπορεί να είναι είτε αποδόσεις κάποιων εκ των δεικτών της χρηματαγοράς είτε παράγοντες που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό τόσο της επίδρασης διάφορων στοιχείων της επιχείρησης (όπως οι παράγοντες SMB και HML των Fama και French) όσο και της επίδρασης διάφορων φαινομένων που χαρακτηρίζουν τις αποδόσεις χρηματοοικονομικών τίτλων (όπως ο παράγοντας MOM του Carhart).

Για τη μοντελοποίηση των αποδόσεων των hedge funds έχει αναπτυχθεί ένας αρκετά μεγάλος αριθμός πολυπαραγοντικών μοντέλων. Ενδεικτικά, αναφέρουμε το πολυπαραγοντικό υπόδειγμα που εφάρμοσαν οι Carocci και Hubner (2004) όπου ως ερμηνευτικές μεταβλητές για τη μοντελοποίηση του μέσου των μηνιαίων υπερβαλλουσών αποδόσεων για 2796 hedge funds των οργανισμών Hedge Fund Research και MAR για την περίοδο μεταξύ Ιανουαρίου 1984 και Ιουνίου 2000, χρησιμοποιήθηκαν οι μεταβλητές SMB και HML των Fama και French καθώς και μία παραλλαγή της μεταβλητής HML που αναφέρεται στις διεθνείς αγορές (IHML), η μεταβλητή MOM του Carhart αλλά και οι υπερβάλλουσες αποδόσεις των δεικτών:

- **Russell 3000** (ως προσέγγιση του δείκτη της αγοράς)
- **MSCI World** (εξαιρώντας τις αγορές των Η.Π.Α)
- **Lehman Brothers Aggregate US Bond**
- **Salomon Brothers World Government Bond**
- **JP Morgan emerging market Bond**
- **Lehman Brothers BAA Corporate Bond**
- **Goldman Sachs Commodity**

Βάσει των αποτελεσμάτων, με εξαίρεση τους συντελεστές των μεταβλητών Russell 3000, SMB, HML και JP Morgan emerging market Bond, οι τιμές των υπολοίπων συντελεστών είναι στατιστικά σημαντικές σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% για λιγότερους από ¼ των υπό εξέταση δεικτών.

Σε αντίστοιχη εφαρμογή του πολυπαραγοντικού μοντέλου από τους Agarwal και Naik (2004) για τη μοντελοποίηση των υπερβαλλουσών αποδόσεων οκτώ δεικτών του οργανισμού Hedge Fund Research για το χρονικό διάστημα μεταξύ του Ιανουαρίου του 1990 και του Ιουνίου του 2000 και τεσσάρων δεικτών του οργανισμού CSFB/Tremont για το χρονικό διάστημα μεταξύ του Ιανουαρίου του 1994 και του Ιουνίου του 2000, οι ερμηνευτικές μεταβλητές οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν ήταν οι υπερβάλλουσες αποδόσεις των δεικτών:

- **Russell 3000**
- **MSCI World** (εξαιρώντας το δείκτη των Η.Π.Α)
- **MSCI Emerging Markets**
- **Salomon Brothers Government and Corporate Bond**

- **Salomon Brothers World Government Bond**
- **Lehman Brothers High Yield**
- **Federal Reserve Bank (competitiveness-weighted)Dollar**
- **Goldman Sachs Commodity**
- **SMB των Fama και French**
- **HML των Fama και French**
- **MOM του Carhart**
- **Default Spread** (Ο παράγοντας αυτός ορίζεται ως η διαφορά μεταξύ των αποδόσεων των εταιρικών ομολόγων που ανήκουν στη κλίμακα BAA και των αποδόσεων των δεκαετών κρατικών ομολόγων των Η.Π.Α)

Τέλος χρησιμοποιήθηκαν και τέσσερις μεταβλητές που στηρίζονται στη τιμολόγηση δικαιωμάτων προαίρεσης (options). Συγκεκριμένα, ως ερμηνευτικές μεταβλητές χρησιμοποιήθηκαν οι μηνιαίες αποδόσεις<sup>2</sup>:

- **Ενός at-the-money call option στον δείκτη S&P 500 (SPCa)**
- **Ενός out-of-the-money call option στον δείκτη S&P 500 (SPCo)**
- **Ενός at-the-money put option στον δείκτη S&P 500 (SPPa)**
- **Ενός out-of-the-money put option στον δείκτη S&P 500 (SPPo)**

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα, σε ότι αφορά τους δείκτες του οργανισμού *Hedge Fund Research*, οι τιμές του συντελεστή SMB είναι στατιστικά σημαντικές για το σύνολο των οκτώ δεικτών ενώ οι τιμές για τον συντελεστή HML είναι στατιστικά σημαντικές για τους επτά από τους οκτώ δείκτες. Επιπλέον, οι τιμές των συντελεστών SPPo, MSCI emerging markets και Russell 3000 είναι στατιστικά διαφορές του μηδενός στις περιπτώσεις των τεσσάρων από τους οκτώ δείκτες. Στην περίπτωση των δεικτών του οργανισμού *CSFB/Tremont*, οι τιμές των συντελεστών του παράγοντα SMB είναι στατιστικά σημαντικές στην περίπτωση των τριών εκ των τεσσάρων δεικτών. Τέλος, οι τιμές των συντελεστών των παραγόντων HML, Russell

---

<sup>2</sup> Οι αποδόσεις των δικαιωμάτων προαίρεσης προκύπτουν από την διαδοχική αγορά την 1<sup>η</sup> ημέρα ενός μήνα ενός option με ημερομηνία λήξεως δύο μηνών και την πώληση του την 1<sup>η</sup> ημέρα του επόμενου μήνα. Η επιλογή των out-of-the-money option πραγματοποιείται με κριτήριο την αμέσως επόμενη χαμηλότερη "strike price"

3000 και default spread είναι στατιστικά διάφορες του μηδενός στις περιπτώσεις δύο στρατηγικών.

Σε όλα τα παραπάνω υποδείγματα επικρατούσε η υπόθεση πως  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$  δηλαδή ότι οι τιμές των καταλοίπων κατανομούνται κανονικά και η τιμή της διακύμανσης των καταλοίπων παραμένει σταθερή για το σύνολο της υπό εξέτασης περιόδου. Όμως, όπως έχει αναφερθεί σε προηγούμενα κεφάλαια, οι αποδόσεις των hedge funds στην πλειοψηφία τους δεν κατανομούνται κανονικά ενώ και το φαινόμενο του “volatility clustering” παρατηρείται συχνά στις αποδόσεις των hedge funds.

Το πρόβλημα της ετεροσκεδαστικότητας έλαβε υπόψη του ο Kooli (2005) , ο οποίος παίρνοντας ως δείγμα τις αποδόσεις των δέκα δεικτών του οργανισμού *CSFB/Tremont* για χρονικό διάστημα δέκα ετών (1994-2004), εφαρμόζοντας το CAPM υπόδειγμα για τη μοντελοποίηση του μέσου των αποδόσεων και το GARCH (1,1) υπόδειγμα μεταβαλλόμενης διακύμανσης για τη μοντελοποίηση της τιμής της δεσμευμένης διακύμανσης. Παράλληλα, εφάρμοσε το CAPM μοντέλο χωρίς τη χρήση υποδείματος μεταβαλλόμενης διακύμανσης. Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα για τις δύο περιπτώσεις, οι τιμές των συντελεστών  $\alpha$  που προκύπτουν στην περίπτωση χρήσης του GARCH υποδείματος είναι υψηλότερες.

Επίσης, οι Fung και Hsieh (2004) εφάρμοσαν ένα AR(1) υπόδειγμα για τη μοντελοποίηση του μέσου των μηνιαίων αποδόσεων για τους δείκτες Equity Hedge του οργανισμού Hedge Fund Research και Long/Short Equity της βάσης δεδομένων Tass για το χρονικό διάστημα μεταξύ Ιανουαρίου του 1994 και Δεκεμβρίου του 2002 με τη ταυτόχρονη μοντελοποίηση της τιμής της δεσμευμένης διακύμανσης με ένα GARCH(1,1) υπόδειγμα. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα, για τον δείκτη Equity Hedge του οργανισμού *Hedge Fund Research*, τόσο ο συντελεστής του AR(1) υποδείματος όσο και οι συντελεστές του GARCH (1,1) υποδείματος δεν είναι στατιστικά σημαντικοί σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% . Αντίθετα σε ότι αφορά τη περίπτωση του δείκτη Long/Short Equity της βάσης δεδομένων *Tass* με εξαίρεση τον συντελεστή του ARCH όρου οι τιμές των συντελεστών των υπόλοιπων μεταβλητών είναι στατιστικά σημαντικές ενώ και ο από κοινού έλεγχος για τη στατιστική σημαντικότητα του υποδείματος επιβεβαιώνει τη ορθότητα της χρήσεως του GARCH (1,1) υποδείματος μεταβαλλόμενης διακύμανσης.

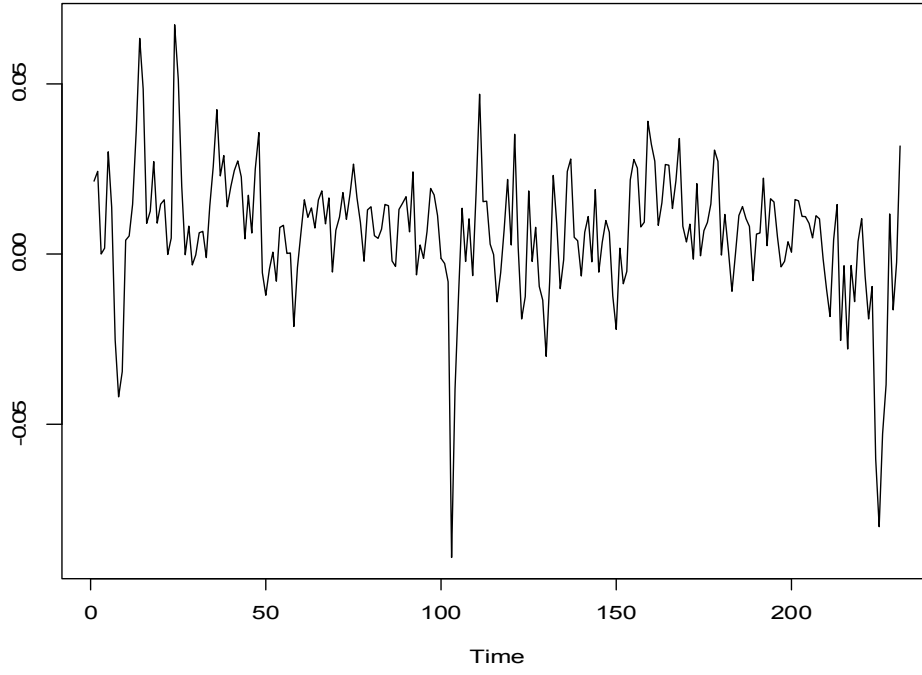
## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

Σε αυτό το κεφάλαιο θα ασχοληθούμε με την ανάλυση δεδομένων μέσω του οικονομετρικού πακέτου R. Συγκεκριμένα, πρώτα θα παρουσιαστούν τα βασικά περιγραφικά μέτρα των αποδόσεων των τριών υπό εξέταση δεικτών του οργανισμού Hedge Fund Research και θα επιλέξουμε το κατάλληλο ARMA υπόδειγμα για την μοντελοποίηση του μέσου των αποδόσεων αλλά και του παράγοντα που θα χρησιμοποιήσουμε ως ερμηνευτική μεταβλητή στην αναλύσή μας (CAMP-factors μοντέλα, Κεφ. 5). Στη συνέχεια θα επιλέξουμε το κατάλληλο υπόδειγμα μεταβαλλόμενης διακύμανσης για την μοντελοποίηση της τιμής της δεσμευμένης διακύμανσης των καταλοίπων του επιλεγόμενου ARMA υποδείγματος και τέλος θα επιλέξουμε την κατάλληλη στατιστική κατανομή για την μοντελοποίηση των υπεβαλλουσών αποδόσεων.

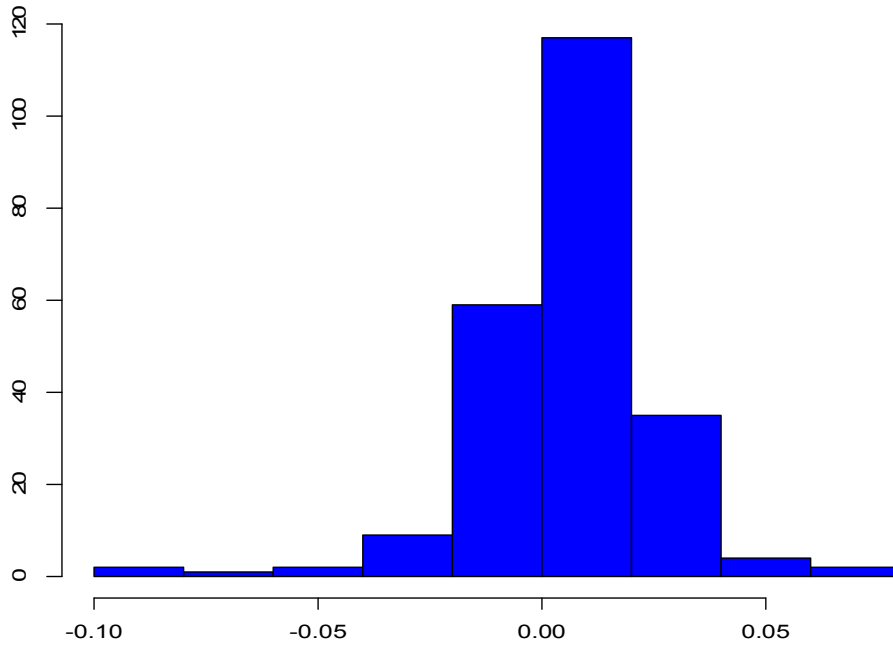
### 6.1 Ανάλυση δεδομένων

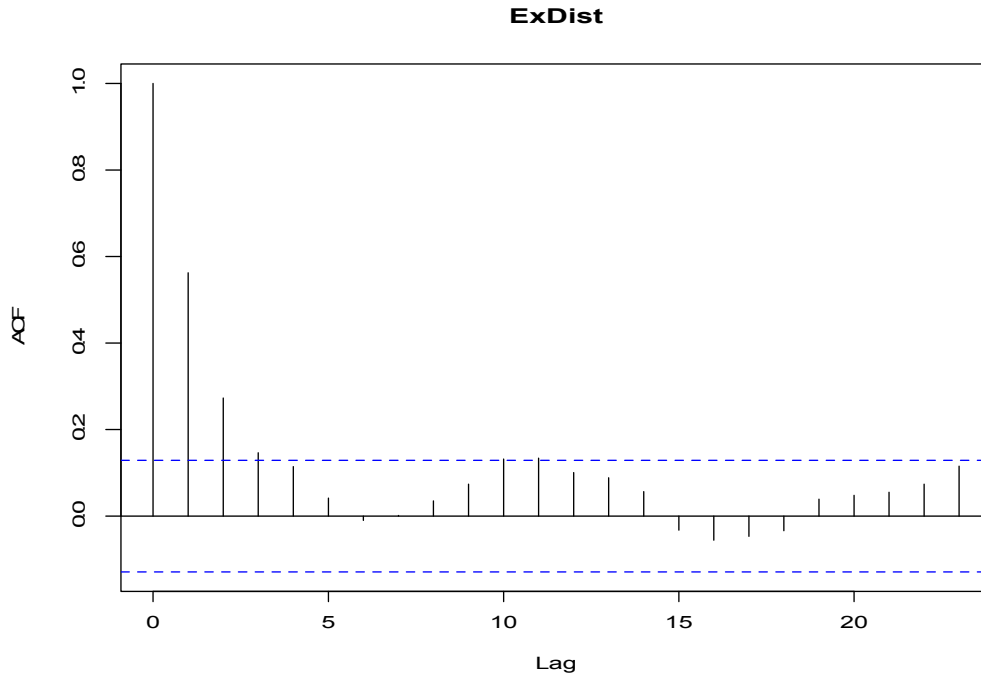
**A) *Διάγραμμα χρονοσειράς-ιστόγραμμα-διάγραμμα αυτοσυσχέτισης για τον δείκτη ExDist***

**ExDist**



**ExDist**





**Summary statistics for the ExDist**

<b>Min.</b>	-0.0891400
<b>Max.</b>	0.067370
<b>Mean</b>	0.006439
<b>Median</b>	0.007842
<b>Std.Dev</b>	0.01907225
<b>Skewness</b>	-1.053053
<b>Kurtosis</b>	4.953494

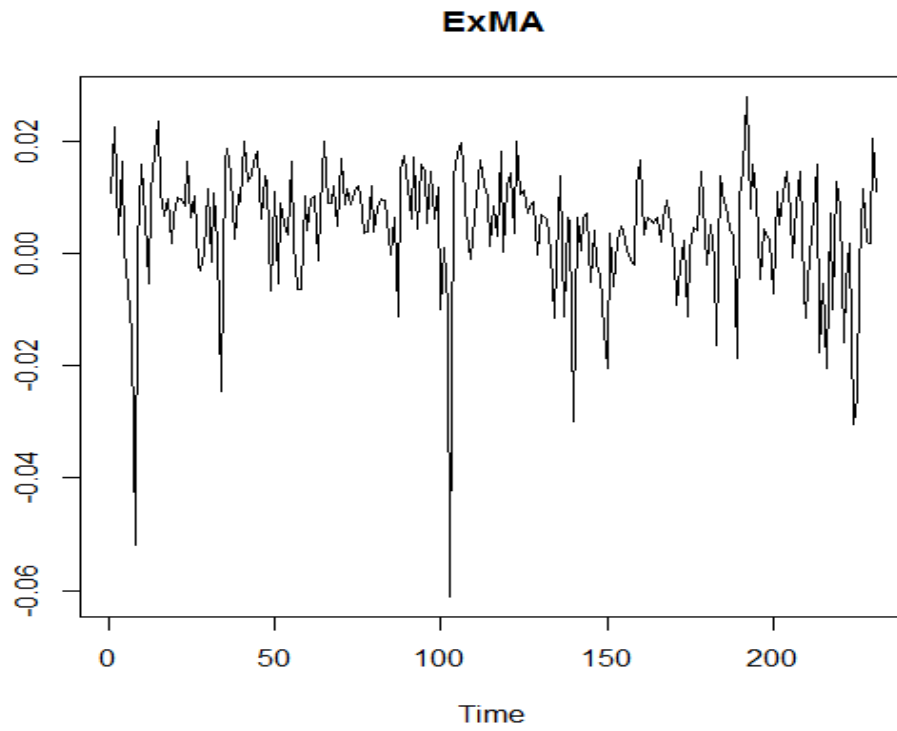
**Shapiro-Wilk test for normality**

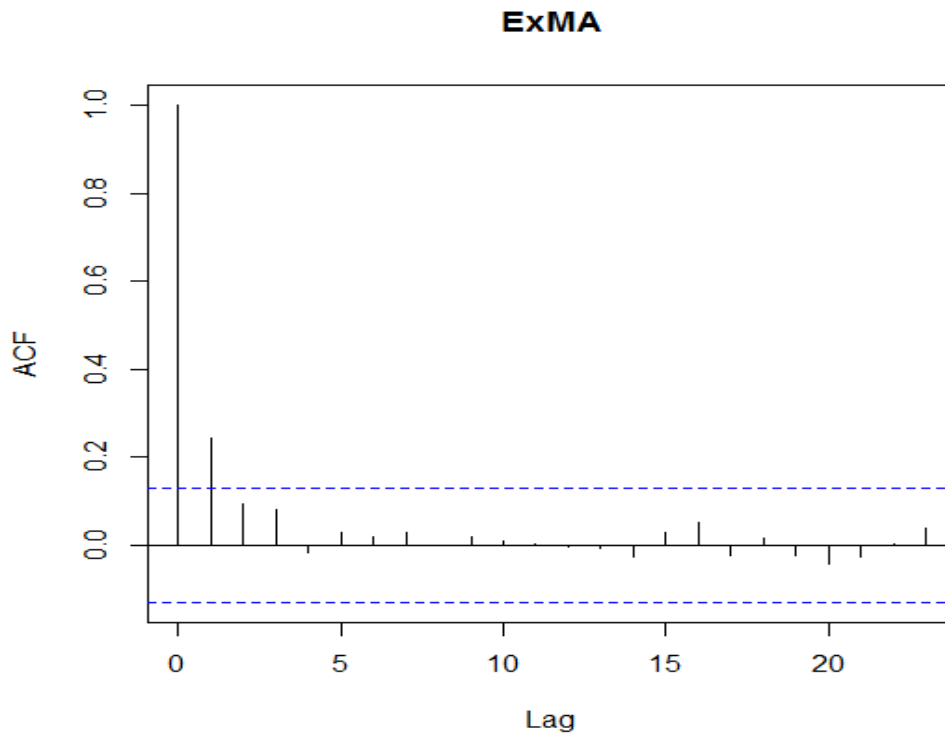
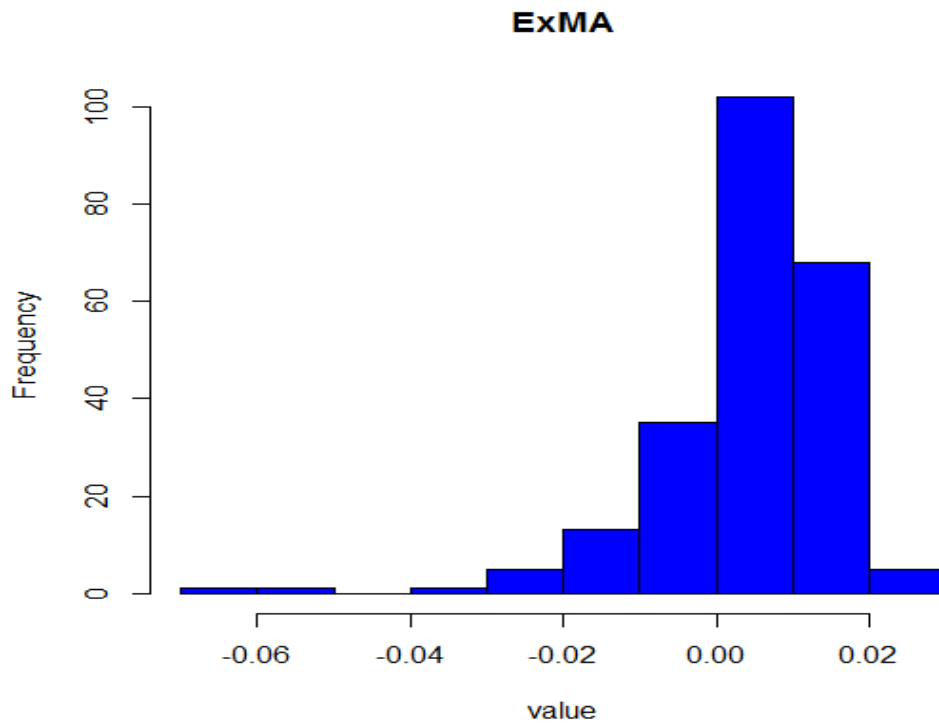
value of the statistic = 0.9163  
p-value < 0.0001

**Ljung-box test**

Q= 106.0058  
df = 10  
p-value < 0.0001

**B) Διάγραμμα χρονοσειράς-ιστόγραμμα-διάγραμμα αυτοσυσχέτισης για τον δείκτη ExMA**





#### Summary statistics for ExMA

Min.	-0.061040
------	-----------

<b>Max.</b>	0.027840
<b>Mean</b>	0.004606
<b>Median</b>	0.006342
<b>Std.Dev</b>	0.01119706
<b>Skewness</b>	-1.968705
<b>Kurtosis</b>	10.38954

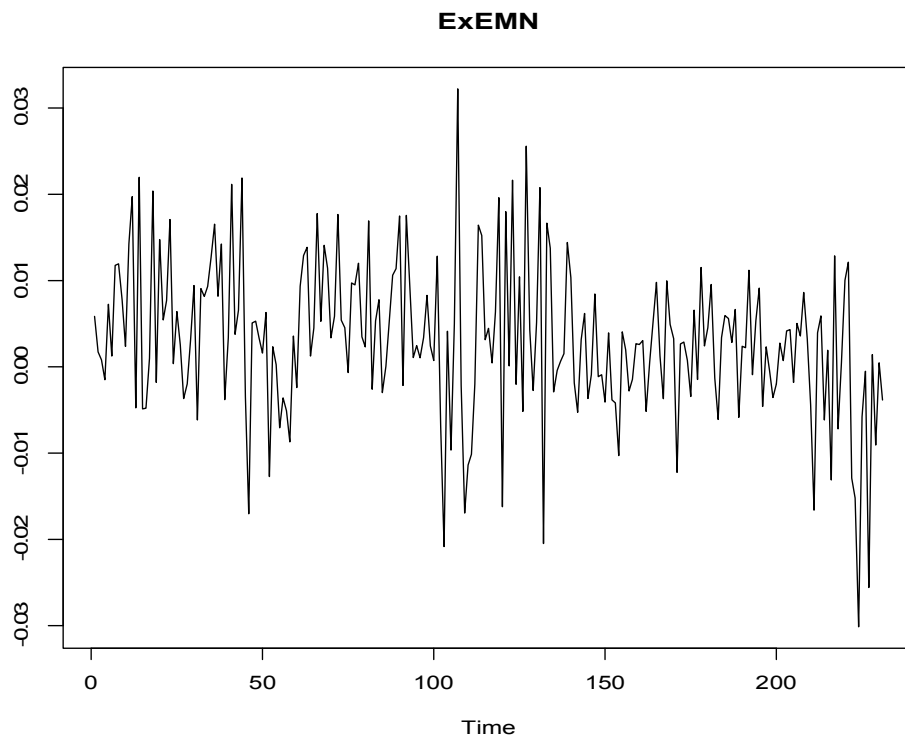
**Shapiro-Wilk test for normality**

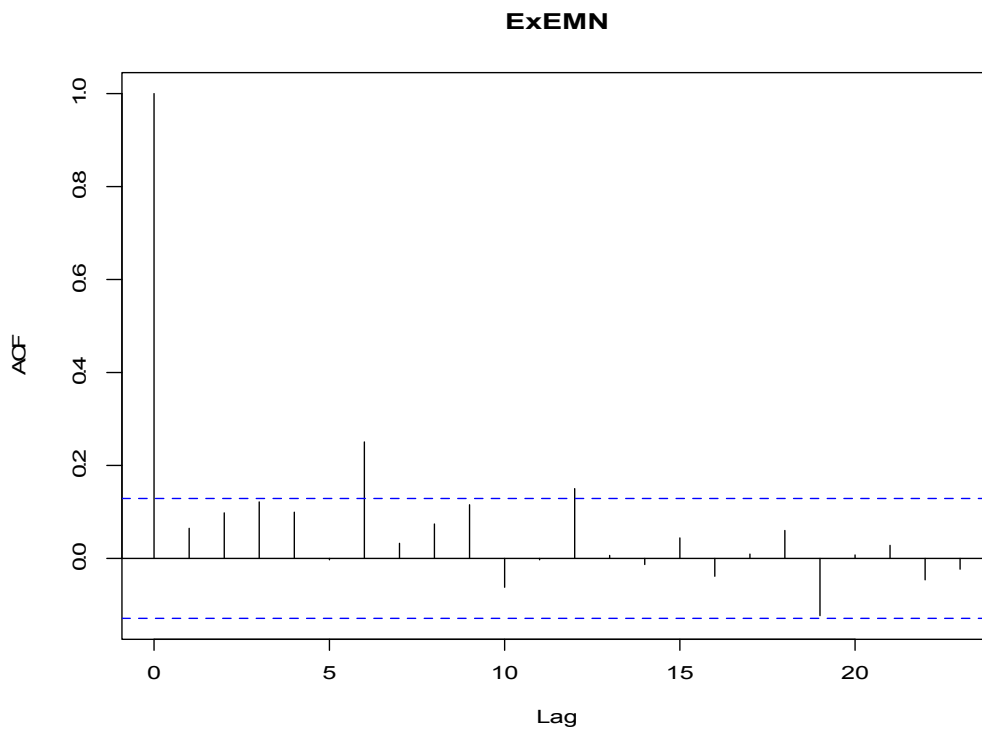
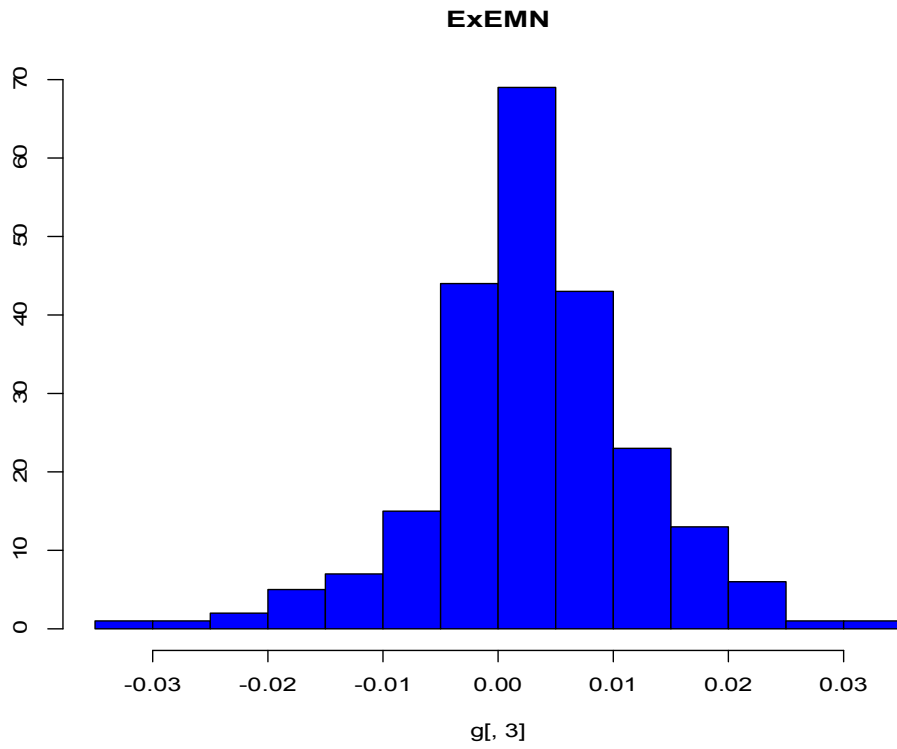
value of the statistic = 0.8677  
p-value = 2.933e-13 < 0.0001

**Ljung-box test**

Q= 18.2612  
df = 10  
p-value < 0.05

**C) Διάγραμμα χρονοσειράς-ιστόγραμμα-διάγραμμα αυτοσυσχέτισης για τον δείκτη ExEMN**





**Summary statistics for ExEMN**

<b>Min.</b>	-0.030130
<b>Max.</b>	0.032220

<b>Mean</b>	0.003037
<b>Median</b>	0.002867
<b>Std.Dev</b>	0.008976328
<b>Skewness</b>	-0.1997881
<b>Kurtosis</b>	4.207372

**Shapiro-Wilk test for normality**

value of the statistic = 0.9809  
p-value = 0.003339 < 0.05

**Ljung-box test**

Q= 29.8409  
df = 10  
p-value = 0.0009095 < 0.05

**Συμπεράσματα:**

Σύμφωνα με τα παραπάνω στοιχεία καταλήγουμε στα εξής κοινά συμπεράσματα:

- ❖ Από τα διαγράμματα χρονοσειρών παρατηρούμε το φαινόμενο του “volatility clustering”, εφόσον υπάρχουν περίοδοι έντονης αλλά και χαμηλής μεταβλητότητας.
- ❖ Οι τρεις δείκτες παρουσιάζουν αρνητική ασυμμετρία ενώ κύρτωση μεγαλύτερη του 3 που σημαίνει ότι οι τρεις κατανομές εμφανίζουν το φαινόμενο των παχιών ουρών.
- ❖ Από τα ιστογράμματα διαπιστώνουμε πως οι αποδόσεις των δεικτών δεν ακολουθούν την κανονική κατανομή. Αυτό ελέγχθηκε και με το Shapiro test , όπου η μηδενική υπόθεση για κανονικότητα απορρίπτεται και στις τρεις περιπτώσεις. Επίσης, οι δείκτες παρουσιάζουν ασυμμετρία μικρότερη του μηδενός και κύρτωση μεγαλύτερη του 3, συνεπώς και πάλι καταλαβαίνουμε πως δεν ακολουθούν την κανονική κατανομή.
- ❖ Από τα διαγράμματα αυτοσυσχέτισης παρατηρούμε πως υπάρχει αυτοσυσχέτιση στις αποδόσεις των δεικτών που εξετάζουμε. Αυτό το

εξακριβώσαμε και με το Ljung-Box test όπου η μηδενική υπόθεση για μη ύπαρξη αυτοσυσχέτισης απορρίπτεται, συνεπώς συσχετίζονται με τις παρελθούσες τιμές τους. Εξαιτίας αυτού, κρίνουμε αναγκαία την χρήση AR υποδειγμάτων ή ARMA εάν οι αποδόσεις συσχετίζονται και με τις τιμές των σφαλμάτων των προηγούμενων περιόδων.

- ❖ Τέλος, οι τιμές των υπερβαλλουσών αποδόσεων των τριών δεικτών είναι ετεροσκεδαστικές λόγω της παρουσίας του φαινομένου του “volatility clustering”. Ως αποτέλεσμα, καθίσταται αναγκαία η χρήση υποδειγμάτων μεταβαλλόμενης διακύμανσης (ARCH/GARCH) για τη μοντελοποίηση της τιμής της δεσμευμένης διακύμανσης .

## **6.2 Μοντελοποίηση των υπερβαλλουσών αποδόσεων των δεικτών**

Σ’αυτή την παράγραφο θα ασχοληθούμε με τη επιλογή των ARMA και ARCH/GARCH υποδειγμάτων που είναι περισσότερο κατάλληλα σύμφωνα με τις τιμές των στατιστικών Akaike Information Criterion (AIC) και Bayesian Information Criterion (BIC). Οι τιμές των AIC και BIC υπολογίζονται σύμφωνα με τις παρακάτω σχέσεις, όπως αναφέρεται στους Zivot και Wang (2003):

$$AIC(p,q) = \ln(\sigma_{est}^2(p,q)) + (2/T) \cdot (p+q)$$

$$BIC(p,q) = \ln(\sigma_{est}^2(p,q)) + (\ln T)/(T) \cdot (p+q)$$

όπου με  $\sigma_{est}^2(p,q)$  συμβολίζεται η εκτιμώμενη διακύμανση των καταλοίπων του υπό εξέταση ARMA υποδείγματος,  $p$  και  $q$  ο αριθμός των AR και MA συντελεστών που συμπεριλαμβάνονται στο υπόδειγμα αντίστοιχα και  $T$  ο συνολικός αριθμός των παρατηρήσεων του υπό εξέταση δείγματος. Θα πρέπει να επιλεγθεί το υπόδειγμα με τη μικρότερη τιμή του AIC/BIC.

Πρέπει να σημειώσουμε εδώ, πως στην ανάλυση μας ως ερμηνευτική μεταβλητή εκτός από τις παρελθούσες τιμές των υπερβαλλουσών αποδόσεων του κάθε δείκτη και των καταλοίπων του εκάστοτε υποδείγματος θα χρησιμοποιήσουμε

και τις μηνιαίες υπερβάλλουσες αποδόσεις ενός εκ των είκοσι δύο υποψηφίων παραγόντων οι οποίοι έχουν χρησιμοποιηθεί από τη διεθνή αρθρογραφία για τη μοντελοποίηση των αποδόσεων χρηματοοικονομικών τίτλων, οπότε θα έχουμε έτσι ένα CAMP μοντέλο με παράγοντα (Κεφ. 5). Η επιλογή του καταλληλότερου παράγοντα πραγματοποιείται με βάση του ποιος από τους υποψηφίους παράγοντες αυξάνει περισσότερο την ερμηνευτικότητα του επιλεγόμενου ARMA υποδείγματος. Επίσης θα πρέπει να τονίσουμε πως η επιλογή των ARMA και ARCH/GARCH υποδειγμάτων πραγματοποιείται βάσει της υπόθεσης περί κανονικότητας στις τιμές των καταλοίπων.

### **6.2.1 Μοντελοποίηση των υπερβαλλουσών αποδόσεων του δείκτη**

#### **ExDist**

Για τον πρώτο δείκτη, αφού κοιτάξαμε τον συντελεστή συσχέτισης του δείκτη με τους παράγοντες καθώς και ποιος από τους παράγοντες, από αυτούς με την μεγαλύτερη συσχέτιση (με τον δείκτη), είναι στατιστικά σημαντικός στο μοντέλο μας, επιλέγουμε ως κατάλληλη ερμηνευτική μεταβλητή για την μοντελοποίηση του μέσου των υπερβαλλουσών αποδόσεων τον παράγοντα ExGVT. Από τις μηνιαίες αποδόσεις του δείκτη έχει αφαιρεθεί το μηνιαίο risk-free επιτόκιο, ώστε να δημιουργηθούν οι μηνιαίες υπερβάλλουσες αποδόσεις.

Μετά την επιλογή της καταλληλότερης ερμηνευτικής μεταβλητής, θα επιλέξουμε το ARMA υπόδειγμα που μοντελοποιεί με τον καλύτερο τρόπο τον μέσο της σειράς καθώς και το υπόδειγμα μεταβαλλόμενης διακύμανσης που είναι περισσότερο κατάλληλο για τη μοντελοποίηση της τιμής της δεσμευμένης διακύμανσης των καταλοίπων του εκάστοτε υποδείγματος. Οι επιλογές αυτές θα πραγματοποιηθούν με κριτήριο τις τιμές των Akaike Information Criterion (το πάνω νούμερο) και Bayesian Information Criterion (το κάτω νούμερο) κάθε υποδείγματος οι οποίες παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

<b>Υποδείγματα</b>	<i>ARCH(1)</i>	<i>GARCH(1,1)</i>	<i>GARCH(1,2)</i>
--------------------	----------------	-------------------	-------------------

<i>AR(1)</i>	-5.6198 -5.5453	-5.6308 -5.5414	-5.6248 -5.5205
<i>MA(1)</i>	-5.5845 -5.5100	-5.5907 -5.5013	-5.5844 -5.4801
<i>ARMA(1,1)</i>	-5.5142 -5.5053	-5.6241 -5.5198	-5.6183 -5.4991

Σύμφωνα με τις υπολογισμένες τιμές των AIC και BIC, ο συνδυασμός ARMA υποδείγματος και υποδείγματος μεταβαλλόμενης διακύμανσης που είναι περισσότερο κατάλληλος για τη μοντελοποίηση του μέσου των υπερβαλλουσών αποδόσεων και τη τιμή της δεσμευμένης διακύμανσης αντίστοιχα, είναι ο  $\{AR(1), GARCH(1,1)\}$ .

Επομένως η μοντελοποίηση του μέσου των υπερβαλλουσών αποδόσεων του δείκτη ExDist δίνεται από την εξής σχέση:

$$(R_{\text{ExDist}} - R_{\text{risk free}})_t = \mu + \phi_1 \cdot (R_{\text{ExDist}} - R_{\text{risk free}})_{t-1} + b_1 \cdot (R_{\text{ExGVT}} - R_{\text{risk free}})_t + \varepsilon_t$$

$$\text{όπου } \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (6.1)$$

και :

- $\mu$ : ο σταθερός όρος της εξίσωσης.
- $(R_{\text{ExDist}} - R_{\text{risk free}})_t$ : η τιμή της μηνιαίας υπερβάλλουσας απόδοσης του δείκτη ExDist κατά την περίοδο  $t$ .
- $(R_{\text{ExDist}} - R_{\text{risk free}})_{t-1}$ : η τιμή της μηνιαίας υπερβάλλουσας απόδοσης του δείκτη ExDist της προηγούμενης περιόδου.
- $(R_{\text{ExGVT}} - R_{\text{risk free}})_t$ : η τιμή της μηνιαίας υπερβάλλουσας απόδοσης του παράγοντα ExGVT κατά την περίοδο  $t$ .
- $\varepsilon_t$ : η τιμή των καταλοίπων του υποδείγματος κατά την περίοδο  $t$ .

Αντίστοιχα, η μοντελοποίηση της τιμής της δεσμευμένης διακύμανσης των καταλοίπων πραγματοποιείται σύμφωνα με τη σχέση:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \cdot \sigma_{t-1}^2 \quad (6.1.1)$$

Από την εκτίμηση των δύο παραπάνω σχέσεων με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας προέκυψαν τα εξής αποτελέσματα:

**Μοντελοποίηση Μέσου : ~ AR(1)**

**Μοντελοποίηση Δεσμευμένης Διακύμανσης : ~ GARCH(1,1)**

**Κατανομή των Σφαλμάτων: Gaussian**

**Εκτίμηση Συντελεστών**

Συντελεστής	Τιμή	Τυπ. σφάλμα.	t-value	p-value
<b>μ</b>	0.007623	0.001859	4.0995	0.000041
<b>φ<sub>1</sub></b>	0.517402	0.060922	8.4928	0.000000
<b>β<sub>1</sub></b>	-0.152368	0.020577	-7.4047	0.000000
<b>α<sub>0</sub></b>	0.000014	0.000007	1.8565	0.063382
<b>α<sub>1</sub></b>	0.085908	0.035656	2.4094	0.015980
<b>β<sub>1</sub></b>	0.856204	0.044906	19.0666	0.000000

**Έλεγχος κανονικότητας στα κατάλοιπα με Shapiro test**

W = 0.9725

p-value = 0.0001839 > 0.0001

**Έλεγχος αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων με Ljung-Box test**

Q= 8.834  
df = 10  
p-value = 0.4527

**Έλεγχος αυτοσυσχέτισης στα τετράγωνα των καταλοίπων με Ljung-Box test**

Q= 3.828  
df = 10  
p-value = 0.9224

Από τον έλεγχο κανονικότητας στα κατάλοιπα της σχέσης 6.1 συμπεραίνουμε ότι απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση περί κανονικότητας εφόσον το p-value είναι μεγαλύτερο του 0.0001. Αυτό μας οδηγεί στο να εξετάσουμε εναλλακτικές στατιστικές κατανομές για τη μοντελοποίηση των υπερβαλλουσών αποδόσεων του δείκτη ExDist όπως τη Student-t ή τη Generalised Error Distribution. Δεδομένου τη σχέση 6.1 και 6.1.1 καταγράφουμε τις τιμές των Akaike Information Criterion και Bayesian Information Criterion για κάθε μία από τις υποψήφιες στατιστικές κατανομές.

<b>Κατανομή των καταλοίπων</b>	<b>AIC</b>	<b>BIC</b>
<b>Normal</b>	-5.6308	-5.5414
<b>Student-t</b>	-5.7208	-5.6165
<b>Generalised Error Distribution</b>	-5.6874	-5.5831

Σύμφωνα με τους παραπάνω υπολογισμούς η περισσότερο κατάλληλη κατανομή για τη μοντελοποίηση του μέσου των υπερβαλλουσών αποδόσεων του δείκτη ExDist είναι η Student-t αφού έχει τις μικρότερες τιμές των AIC και BIC.

Καταλήγουμε λοιπόν στο ότι ο μέσος των υπερβαλλουσών αποδόσεων του δείκτη ExDist δίνεται από τη σχέση:

$$(R_{\text{ExDist-Risk free}})_t = \mu + \varphi_1 \cdot (R_{\text{ExDist-Risk free}})_{t-1} + b_1 \cdot (R_{\text{ExGVT-Risk free}})_t + \varepsilon_t$$

όπου  $\varepsilon_t \sim \text{Student-t}(0, \sigma_t^2)$       **(6.2)**

Η μοντελοποίηση της τιμής της δεσμευμένης διακύμανσης των καταλοίπων πραγματοποιείται σύμφωνα με το υπόδειγμα GARCH (1,1):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \cdot \sigma_{t-1}^2 \quad \text{(6.2.1)}$$

Η εκτίμηση των συντελεστών των παραμέτρων των δύο σχέσεων με τη χρήση της μεθόδου της μέγιστης πιθανοφάνειας έδωσε τα εξής αποτελέσματα:

**Μοντελοποίηση Μέσου: ~ ar (1)**

**Μοντελοποίηση Δεσμευμένης Διακύμανσης: ~ garch (1,1)**

**Κατανομή των Σφαλμάτων: Student-t**

**estimated parameter: 5.840432**

**Εκτίμηση Συντελεστών**

Συντελεστής	Τιμή	Τοπ. σφάλμα.	t-value	p-value
$\mu$	0.008124	0.001607	5.0568	0.000000
$\varphi_1$	0.510643	0.058768	8.6891	0.000000
$b_1$	-0.111877	0.021363	-5.2369	0.000000
$\alpha_0$	0.000009	0.000008	1.1627	0.244933
$\alpha_1$	0.105757	0.052854	2.0009	0.045402
$\beta_1$	0.857402	0.066714	12.8519	0.000000

**Έλεγχος αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων με Ljung-Box test**

Q= 7.206  
df = 10  
p-value = 0.6157

**Έλεγχος αυτοσυσχέτισης στα τετράγωνα των καταλοίπων με Ljung-Box test**

Q= 1.906  
df = 10

p-value = 0.9929

Σύμφωνα με τα παραπάνω αποτελέσματα, οι εκτιμητές των παραμέτρων είναι στατιστικά σημαντικοί με εξαίρεση τον σταθερό όρο του GARCH(1,1) υποδείγματος ( $\alpha_0$ ), όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε από τις τιμές των p-values.

Σε ότι αφορά τον έλεγχο που κάναμε με το Ljung-Box test στις τιμές των καταλοίπων για χρονικό διάστημα 10 περιόδων, γίνεται αποδεκτή η μηδενική υπόθεση περί μη ύπαρξης αυτοσυσχέτισης εξαιτίας του p-value που είναι μεγαλύτερο από το 0.05.

Σχετικά με τον έλεγχο στις τιμές των τετραγώνων των καταλοίπων για χρονικό διάστημα 10 περιόδων περί ύπαρξης ετεροσκεδαστικότητας προβαίνουμε στην αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης περί ύπαρξης ομοσκεδαστικότητας στις τιμές των καταλοίπων. Τέλος η εκτιμώμενη τιμή της παραμέτρου υπερβαίνει τη τιμή του τέσσερα οπότε, η κατανομή Student-t στην προκειμένη περίπτωση έχει περισσότερο παχιές ουρές από ότι η κανονική κατανομή.

Παρατηρούμε λοιπόν πως με τη μοντελοποίηση του μέσου των υπερβαλλουσών αποδόσεων του δείκτη ExDist σύμφωνα με τη σχέση (6.2) και τη μοντελοποίηση της τιμής της δεσμευμένης διακύμανσης με το GARCH (1,1) υπόδειγμα μεταβαλλόμενης διακύμανσης βάσει της σχέσης (6.2.1) αντιμετωπίστηκαν τα προβλήματα αυτοσυσχέτισης και ετεροσκεδαστικότητας που εντοπίστηκαν.

## **6.2.2 Μοντελοποίηση των υπερβαλλουσών αποδόσεων του δείκτη**

### **ExMA**

Για το δεύτερο δείκτη, αφού κοιτάξαμε τον συντελεστή συσχέτισης του δείκτη με τους παράγοντες καθώς και ποιος από τους παράγοντες, από αυτούς με την μεγαλύτερη συσχέτιση (με τον δείκτη), είναι στατιστικά σημαντικός στο μοντέλο μας, επιλέγουμε ως κατάλληλη ερμηνευτική μεταβλητή για την μοντελοποίηση του μέσου των υπερβαλλουσών αποδόσεων τον παράγοντα ExMSCIEM. Εν συνεχεία, υπολογίζουμε τις τιμές των στατιστικών Akaike Information Criterion και Bayesian Information Criterion για τους υποψηφίους συνδυασμούς ARMA υποδειγμάτων και υποδειγμάτων μεταβαλλόμενης διακύμανσης, ώστε να επιλέξουμε τα κατάλληλα

ARMA και (G)ARCH υποδείγματα που θα εφαρμοστούν στη μοντελοποίηση του μέσου των υπερβαλλουσών αποδόσεων και της τιμής της δεσμευμένης διακύμανσης αντίστοιχα. Οι τιμές των AIC και BIC παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

Υποδείγματα	<i>ARCH(1)</i>	<i>GARCH(1,1)</i>	<i>GARCH(1,2)</i>
<i>AR(1)</i>	-6.3651	-6.5541	-6.6048
	-6.4396	-6.4647	-6.5005
<i>MA(1)</i>	-6.5279	-6.5440	-6.5939
	-6.4534	-6.4546	-6.4895
<i>ARMA(1,1)</i>	-6.4892	-6.6015	-6.6477
	-6.3215	-6.4972	-6.5285

Σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα ο συνδιασμός ARMA υποδείγματος και υποδείγματος μεταβαλλόμενης διακύμανσης με τις μικρότερες τιμές AIC και BIC είναι ο {ARMA(1,1),GARCH(1,2)}.

Επομένως η μοντελοποίηση του μέσου των υπερβαλλουσών αποδόσεων του δείκτη ExMA δίνεται από τη σχέση:

$$(R_{ExMA} - R_{risk\ free})_t = \mu + \varphi_1 \cdot (R_{ExMA} - R_{risk\ free})_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + b_1 \cdot (R_{ExMSCIEM} - R_{risk\ free})_t + \varepsilon_t$$

όπου  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$  (6.3)

και:

- $\mu$ : ο σταθερός όρος της εξίσωσης.
- $(R_{ExMA} - R_{risk\ free})_t$ : η τιμή της μηνιαίας υπερβάλλουσας απόδοσης του δείκτη ExMA κατά την περίοδο t.
- $(R_{ExMA} - R_{risk\ free})_{t-1}$ : η τιμή της μηνιαίας υπερβάλλουσας απόδοσης του δείκτη ExMA της προηγούμενης περιόδου.
- $(R_{ExMSCIEM} - R_{risk\ free})_t$ : η τιμή της μηνιαίας υπερβάλλουσας απόδοσης του παράγοντα MSCI emerging markets κατά την περίοδο t.
- $\varepsilon_t$ : η τιμή των καταλοίπων του υποδείγματος κατά την περίοδο t.
- $\varepsilon_{t-1}$ : η τιμή των καταλοίπων του υποδείγματος της προηγούμενης περιόδου.

Αντίστοιχα, η μοντελοποίηση της τιμής της δεσμευμένης διακύμανσης πραγματοποιείται σύμφωνα με την εξής σχέση :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \cdot \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2 \quad (6.3.1)$$

Οι εκτιμήσεις των παραμέτρων των παραπάνω σχέσεων που προέκυψαν με τη χρήση της μεθόδου της μεγίστης πιθανοφάνειας είναι οι εξής:

**Μοντελοποίηση Μέσου: ~ ARMA(1,1)**

**Μοντελοποίηση Δεσμευμένης Διακύμανσης: ~ GARCH(1,2)**

**Κατανομή των Σφαλμάτων: Gaussian**

**Εκτίμηση Συντελεστών**

Συντελεστής	Τιμή	Τυπ. σφάλμα.	t-value	p-value
$\mu$	0.003700	0.001419	2.607469	0.009121
$\varphi_1$	0.891128	0.062219	14.322359	0.000000
$\theta_1$	-0.699285	0.100945	-6.927394	0.000000
$b_1$	0.088417	0.008356	10.581478	0.000000
$\alpha_0$	0.000013	0.000006	2.120672	0.033949
$\alpha_1$	0.243841	0.111765	2.181719	0.029130
$\beta_1$	0.597639	0.199805	2.991110	0.002780
$\beta_2$	0.000001	0.133921	0.000004	0.999997

**Έλεγχος κανονικότητας στα κατάλοιπα με Shapiro test**

W = 0.9684

p-value = 5.087e-05 < 0.0001

**Έλεγχος αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων με Ljung-Box test**

Q= 8.858

df = 10  
p-value = 0.3544

**Έλεγχος αυτοσυσχέτισης στα τετράγωνα των καταλοίπων με Ljung-Box test**

Q= 7.763  
df = 10  
p-value = 0.4569

Σύμφωνα με τον έλεγχο κανονικότητας των καταλοίπων παρατηρούμε πως απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση αφού το p-value είναι μικρότερο του 0.001, άρα δεν ακολουθούν την κανονική κατανομή. Επίσης, με το Ljung-Box test για χρονικό διάστημα 10 περιόδων συμπεραίνουμε πως εμφανίζεται το φαινόμενο της ετεροσκεδαστικότητας στα κατάλοιπα του μοντέλου αφού δεν απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση για ομοσκεδαστικότητα. Στον ακόλουθο πίνακα θα εξετάσουμε τις εναλλακτικές στατιστικές κατανομές για τη μοντελοποίηση των υπερβαλλουσών αποδόσεων του δείκτη ExMA ώστε να αποφασίσουμε ποια είναι η κατάλληλη μέσω των τιμών AIC και BIC. Τελικά, καταλήγουμε πως η περισσότερο κατάλληλη κατανομή είναι η Generalised Error Distribution αφού έχει τις μικρότερες τιμές των AIC και BIC.

<b>Κατανομή των καταλοίπων</b>	<b>AIC</b>	<b>BIC</b>
<b>Normal</b>	-6.6477	-6.5285
<b>Student-t</b>	-6.6621	-6.5280
<b>Generalised Error Distribution</b>	-6.6673	-6.5332

Έτσι ο ο μέσος των υπερβαλλουσών αποδόσεων του δείκτη ExMA δίνεται από τη σχέση:

$$(R_{\text{ExMA}} - R_{\text{risk free}})_t = \mu + \varphi_1 \cdot (R_{\text{ExMA}} - R_{\text{risk free}})_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + b_1 \cdot (R_{\text{ExMSCIEM}} - R_{\text{risk free}})_t + \varepsilon_t$$

όπου  $\varepsilon_t \sim \text{Generalised Error Distribution } (0, \sigma_t^2)$  **(6.4)**

Η μοντελοποίηση της τιμής της δεσμευμένης διακύμανσης των καταλοίπων πραγματοποιείται σύμφωνα με το υπόδειγμα GARCH (1,1):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \cdot \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2 \quad \text{(6.4.1)}$$

Η εκτίμηση των συντελεστών των παραμέτρων των δύο σχέσεων με τη χρήση της μεθόδου της μέγιστης πιθανοφάνειας έδωσε τα εξής αποτελέσματα:

**Μοντελοποίηση Μέσου: ~ ARMA(1,1)**

**Μοντελοποίηση Δεσμευμένης Διακύμανσης: ~ GARCH(1,2)**

**Κατανομή των Σφαλμάτων: Generalised Error Distribution**  
**estimated parameter: 1.209453**

**Εκτίμηση Συντελεστών**

Συντελεστής	Τιμή	Τυπ. σφάλμα.	t-value	p-value
$\mu$	0.010789	0.024403	0.44211	0.658410
$\varphi_1$	0.991802	0.032235	30.76790	0.000000
$\theta_1$	-0.908229	0.056243	-16.14837	0.000000
$b_1$	0.077421	0.012947	5.97999	0.000000
$\alpha_0$	0.000016	0.000010	1.51972	0.128582
$\alpha_1$	0.161086	0.107098	1.50410	0.132557
$\beta_1$	0.641121	0.168182	3.81206	0.000138
$\beta_2$	0.000000	0.038132	0.00000	1.000000

**Έλεγχος αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων με Ljung-Box test**

Q= 9.983  
df = 10  
p-value = 0.2662

**Έλεγχος αυτοσυσχέτισης στα τετράγωνα των καταλοίπων με Ljung-Box test**

Q= 3.619  
df = 10  
p-value = 0.8898

Σύμφωνα με τα παραπάνω αποτελέσματα, οι εκτιμητές των παραμέτρων είναι στατιστικά σημαντικοί με εξαίρεση τον σταθερό όρο του ARMA(1,1) και των παραμέτρων  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ ,  $\beta_2$  του GARCH(1,2) όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε από τις τιμές των p-values.

Σε ότι αφορά τον έλεγχο που κάναμε με το Ljung-Box test στις τιμές των καταλοίπων για χρονικό διάστημα 10 περιόδων, γίνεται αποδεκτή η μηδενική υπόθεση περί μη ύπαρξης αυτοσυσχέτισης εξαιτίας του p-value που είναι μεγαλύτερο από το 0.05.

Σχετικά με τον έλεγχο στις τιμές των τετραγώνων των καταλοίπων για χρονικό διάστημα 10 περιόδων περί ύπαρξης ετεροσκεδαστικότητας προβαίνουμε στην αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης περί ύπαρξης ομοσκεδαστικότητας στις τιμές των καταλοίπων. Τέλος η εκτιμώμενη τιμή της παραμέτρου δεν υπερβαίνει την τιμή του δύο με αποτέλεσμα η υπό εξέταση Generalised Error Distribution να συλλαμβάνει το φαινόμενο των παχιών ουρών σε μεγαλύτερο βαθμό σε σύγκριση με την κανονική κατανομή.

Παρατηρούμε λοιπόν πως εξαλείφθηκαν τα προβλήματα αυτοσυσχέτισης και ετεροσκεδαστικότητας με τη μοντελοποίηση του μέσου των υπερβαλλουσών αποδόσεων του δείκτη ExMA σύμφωνα με τη σχέση (6.4) και τη μοντελοποίηση της τιμής της δεσμευμένης διακύμανσης με το GARCH (1,2) υπόδειγμα μεταβαλλόμενης διακύμανσης βάσει της σχέσης (6.4.1).

### **6.2.3 Μοντελοποίηση των υπερβαλλουσών αποδόσεων του δείκτη ExEMN**

Στην περίπτωση του δείκτη ExEMN, κοιτάξαμε τον συντελεστή συσχέτισης του δείκτη με τους παράγοντες καθώς και ποιος από τους παράγοντες, από αυτούς με την μεγαλύτερη συσχέτιση (με τον δείκτη), είναι στατιστικά σημαντικός στο μοντέλο

μας, με αποτέλεσμα να επιλέξουμε ως ερμηνευτική μεταβλητή στη μοντελοποίηση του μέσου των υπερβαλλουσών αποδόσεων του, είναι ο ExMSCIEXUS.

Κατόπιν, θα πρέπει να επιλέξουμε τα ARMA και (G)ARCH υποδείγματα που μοντελοποιούν με τον καλύτερο τρόπο το μέσο και την τιμή της δεσμευμένης διακύμανσης αντίστοιχα. Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι υπολογισμένες τιμές για τις στατιστικές των Akaike Information Criterion και Bayesian Information Criterion των υποψηφίων υποδειγμάτων:

<b>Υποδείγματα</b>	<i>ARCH(1)</i>	<i>GARCH(1,1)</i>	<i>GARCH(1,2)</i>
<i>AR(1)</i>	-6.3553	-6.6823	-6.6735
	-6.2155	-6.5929	-6.5692
<i>MA(1)</i>	-6.5986	-6.6818	-6.6733
	-6.5241	-6.5924	-6.5690
<i>ARMA(1,1)</i>	-6.4235	-6.4221	-6.7406
	-6.3432	-6.3210	-6.6214

Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε από τις τιμές του πίνακα, ο επιλεγόμενος συνδυασμός μεταξύ των υποψηφίων συνδυασμών ARMA υποδειγμάτων και υποδειγμάτων μεταβαλλόμενης διακύμανσης είναι ο {ARMA(1,1),GARCH(1,2)}.

Ως αποτέλεσμα, η μοντελοποίηση του μέσου των υπερβαλλουσών αποδόσεων του δείκτη ExEMN πραγματοποιείται σύμφωνα με τη σχέση:

$$(R_{\text{ExEMN}} - R_{\text{risk free}})_t = \mu + \varphi_1 \cdot (R_{\text{ExEMN}} - R_{\text{risk free}})_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + b_1 \cdot (R_{\text{ExMSCIEXUS}} - R_{\text{risk free}})_t + \varepsilon_t$$

$$\text{όπου } \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (6.5)$$

και:

- $\mu$ : ο σταθερός όρος της εξίσωσης.
- $(R_{\text{ExEMN}} - R_{\text{risk free}})_t$ : η τιμή της μηνιαίας υπερβάλλουσας απόδοσης του δείκτη ExEMN κατά την περίοδο t.
- $(R_{\text{ExEMN}} - R_{\text{risk free}})_{t-1}$ : η τιμή της μηνιαίας υπερβάλλουσας απόδοσης του δείκτη ExEMN της προηγούμενης περιόδου.
- $(R_{\text{ExMSCIEXUS}} - R_{\text{risk free}})_t$ : η τιμή της μηνιαίας υπερβάλλουσας απόδοσης του παράγοντα ExMSCIEXUS κατά την περίοδο t.

- $\varepsilon_t$  : η τιμή των καταλοίπων του υποδείγματος κατά την περίοδο t.
- $\varepsilon_{t-1}$ : η τιμή των καταλοίπων του υποδείγματος της προηγούμενης περιόδου.

Η μοντελοποίηση της δεσμευμένης διακύμανσης των  $\varepsilon_t$  έχει ως εξής:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \cdot \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2 \quad (6.5.1)$$

Η μέθοδος της μεγίστης πιθανοφάνειας έδωσε τις εξής εκτιμήσεις για τους συντελεστές των παραπάνω σχέσεων:

**Μοντελοποίηση Μέσου: ~ ARMA(1,1)**

**Μοντελοποίηση Δεσμευμένης Διακύμανσης: ~ GARCH(1,2)**

**Κατανομή των Σφαλμάτων: Gaussian**

**Εκτίμηση Συντελεστών**

Συντελεστής	Τιμή	Τυπ. σφάλμα.	t-value	p-value
$\mu$	-0.002667	0.003340	-0.79841	0.424635
$\varphi_1$	0.993962	0.001441	689.92233	0.000000
$\theta_1$	-1.000000	0.019497	-51.28967	0.000000
$b_1$	0.034713	0.009897	3.50745	0.000452
$\alpha_0$	0.000003	0.000002	1.87487	0.060811
$\alpha_1$	0.158249	0.124775	1.26828	0.204699
$\beta_1$	0.805854	0.939761	0.85751	0.391163
$\beta_2$	0.000000	0.846271	0.00000	1.000000

**Έλεγχος κανονικότητας στα κατάλοιπα με Shapiro test**

W = 0.9886

p-value = 0.06462

**Έλεγχος αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων με Ljung-Box test**

Q= 15.44  
df = 10  
p-value = 0.05106

**Έλεγχος αυτοσυσχέτισης στα τετράγωνα των καταλοίπων με Ljung-Box test**

Q= 4.564  
df = 10  
p-value = 0.8030

Σε αυτή την περίπτωση παρατηρούμε πως η μηδενική υπόθεση περί κανονικότητας των τιμών των υπερβαλλουσών αποδόσεων γίνεται αποδεκτή εφόσον το  $p\text{-value}=0.06$  είναι μεγαλύτερο από το 0,05. Συνεπώς, στην περίπτωση των υπερβαλλουσών αποδόσεων του δείκτη ExEMN η κανονική κατανομή είναι η κατάλληλη στατιστική κατανομή για τη μοντελοποίηση του μέσου των αποδόσεων τους.

Σχετικά με τον έλεγχο για ύπαρξη αυτοσυσχέτισης στις τιμές των καταλοίπων, το  $p\text{-value}=0.051$  είναι μεγαλύτερο από το 0.05 σύμφωνα με το Ljung-Box test για χρονικό διάστημα 10 περιόδων. Συνεπώς, δεν απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση δηλαδή συμπεραίνουμε πως δεν υπάρχει πρόβλημα αυτοσυσχέτισης στις τιμές των καταλοίπων.

Τέλος, σύμφωνα με τον έλεγχο για την ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας, παρατηρούμε πως το  $p\text{-value}=0.8030$  είναι μεγαλύτερο από το 0.05 σύμφωνα με το Ljung-Box test για χρονικό διάστημα 10 περιόδων. Συνεπώς τα προβλήματα της αυτοσυσχέτισης και ετεροσκεδαστικότητας που παρατηρήθηκαν στις τιμές των υπερβαλλουσών αποδόσεων του δείκτη ExEMN εξαλείφθηκαν μέσω της μοντελοποίησης του μέσου σύμφωνα με τη σχέση (6.5) και της μοντελοποίησης της δεσμευμένης διακύμανσης βάσει της σχέσης (6.5.1).



## Επίλογος

Στην παρούσα εργασία ασχοληθήκαμε με την μοντελοποίηση των αποδόσεων των hedge funds. Πιο συγκεκριμένα, είναι γνωστό, ότι οι αποδόσεις των hedge funds δεν ακολουθούν την κανονική κατανομή και ότι η διακύμανση των τιμών τους μεταβάλλεται στον χρόνο.

Οπότε εξετάσαμε εναλλακτικές στατιστικές κατανομές για την μοντελοποίηση των αποδόσεων και υποδείγματα μεταβαλλόμενης διακύμανσης ώστε να μοντελοποιήσουμε την δεσμευμένη διακύμανση.

Για να μοντελοποιήσουμε την δεσμευμένη διακύμανση των τιμών των αποδόσεων των hedge funds, χρησιμοποιήσαμε τα μοντέλα ARCH και GARCH, ενώ λόγω της αυτοσυσχέτισης και της ετεροσκεδαστικότητας που παρατηρήσαμε στους δείκτες που μελετήσαμε, χρησιμοποιήσαμε τα ARMA υποδείγματα για την μοντελοποίηση του μέσου των αποδόσεων. Στα μοντέλα μας επιλέξαμε ως ερμηνευτική μεταβλητή έναν παράγοντα από αυτούς που έχουν χρησιμοποιηθεί στη διεθνή αρθρογραφία για την μοντελοποίηση των αποδόσεων των hedge funds.

Αφού ελέγξαμε την κανονικότητα των καταλοίπων του επιλεγμένου μοντέλου μας απορρίψαμε την υπόθεση της κανονικότητας και καταλήξαμε στη χρήση κατανομών όπως η Student-t και η Generalized Error distribution για την μοντελοποίηση του μέσου των αποδόσεων το οποίο είναι το βασικό αποτέλεσμα της εργασίας αυτής.

Είναι φανερό ότι η σύνθεση πρόσφατων οικονομετρικών τεχνικών με τη χρηματοοικονομική θεωρία αποτελεί ένα από τα βασικά αντικείμενα που απασχολούν την σύγχρονη επιστημονική κοινότητα.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

### Γ) Σημαντικές στατιστικές κατανομές:

#### a) Normal / Gaussian Distribution

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μίας τυχαίας μεταβλητής  $X$  που κατανέμεται κανονικά με μέσο  $\mu$  και διακύμανση  $\sigma^2$  [ $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ], δίνεται από τη σχέση:

$$f(x|\mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma(2\pi)^{\frac{1}{2}}} e^{-\left[\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]}, \quad -\infty < x < \infty$$

Οι κύριες στατιστικές ιδιότητες της κατανομής είναι οι εξής:

**Συμμετρία:** Η τιμή του συντελεστή ασυμμετρίας στην περίπτωση της μεταβλητής  $X$  όπου  $X \sim N(\mu_\chi, \sigma_\chi^2)$  ισούται με:

$$\text{Skew}(X) = \frac{E((X-\mu_\chi)^3)}{\sigma_\chi^3} = 0$$

Συνεπώς η κανονική κατανομή είναι συμμετρική. Το γεγονός αυτό έχει ως αποτέλεσμα να ισχύουν οι εξής ιδιότητες:

- i. Η διάμεσος ισούται με τη μέση τιμή.
- ii. Το ποσοστό των τιμών που είναι μικρότερο της τιμής  $\mu_\chi - \alpha\sigma_\chi$  είναι ίσο με το ποσοστό των τιμών που υπερβαίνουν τη τιμή  $\mu_\chi + \alpha\sigma_\chi$ .

**Κύρτωση:** Η τιμή του συντελεστή κύρτωσης για τη τυχαία μεταβλητή  $X$  όπου  $X \sim N(\mu_\chi, \sigma_\chi^2)$  ισούται με:

$$\text{Kurt}(X) = \frac{E((X-\mu_\chi)^4)}{\sigma_\chi^4} = 3$$

**Σχήμα:** Οι τιμές του μέσου και της διακύμανσης είναι αυτές που καθορίζουν το σχήμα της κανονικής κατανομής. Διαφορετικές τιμές για το μέσο και τη διακύμανση μας δίνουν μία διαφορετική κανονική κατανομή. Το κέντρο της κατανομής καθορίζεται από τη τιμή του μέσου ενώ το εύρος της κατανομής από τη τιμή της διακύμανσης.

**Διαστήματα Εμπιστοσύνης :** Το 68% των τιμών ανήκει στο διάστημα μεταξύ των τιμών  $\mu_\chi - \sigma_\chi$  και  $\mu_\chi + \sigma_\chi$  . Αντίστοιχα το 95% των τιμών ανήκει στο διάστημα μεταξύ των  $\mu_\chi - 2\sigma_\chi$  και  $\mu_\chi + 2\sigma_\chi$  ενώ το 99.7% των τιμών ανήκει στο διάστημα μεταξύ των  $\mu_\chi - 3\sigma_\chi$  και  $\mu_\chi + 3\sigma_\chi$  .

### b) Student – t Distribution

Έστω  $X$  μία τυχαία μεταβλητή που κατανέμεται σύμφωνα με τη Student-t κατανομή με  $v$  βαθμούς ελευθερίας. Για  $v \geq 2$  ισχύει ότι  $E(X)=0$  και για  $v > 2$  η διακύμανση της μεταβλητής  $X$  ισούται με :  $Var(X) = v/ v-2$ . Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας σε αυτή την περίπτωση, δίνεται από τη σχέση:

$$f(X) = \frac{\Gamma(\frac{v+1}{2})}{\Gamma(\frac{v}{2})\sqrt{(v-2)\pi}} \left(1 + \frac{X^2}{v-2}\right)^{-\frac{(v+1)}{2}}, v > 2$$

όπου  $\Gamma(X)$  η συνάρτηση Γάμμα.

Οι κύριες στατιστικές ιδιότητες της κατανομής είναι οι εξής:

**Συμμετρία:** Η τιμή του συντελεστή ασυμμετρίας και στην περίπτωση της student-t κατανομής είναι ίση με το μηδέν. Επομένως η student-t είναι μία συμμετρική κατανομή.

**Κύρτωση:** Η τιμή του συντελεστή κύρτωσης εξαρτάται από το πλήθος των βαθμών ελευθερίας ( $v$ ) . Συγκεκριμένα, όπως επισημαίνουν οι Verhoeven και McAleer (2003), η student-t κατανομή είναι λεπτόκυρτη, δηλαδή έχει περισσότερο παχιές ουρές από ότι η κανονική κατανομή στην περίπτωση όπου ισχύει ότι:  $4 < v \leq 25$ .

Στην περίπτωση που το πλήθος των βαθμών ελευθερίας ξεπερνά τους τριάντα, η student-t κατανομή προσεγγίζει την κανονική κατανομή.

### c) Generalised Error Distribution

Στην περίπτωση που μία τυχαία μεταβλητή  $X$  κατανέμεται σύμφωνα με τη Generalised Error Distribution με  $v$  βαθμούς ελευθερίας, με τη τιμή του μέσου να ισούται με το μηδέν και τη τιμή της διακύμανσης να είναι ίση με 1, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$F(X) = \frac{v \cdot \exp\left[-\frac{1}{2} \cdot \frac{|x|^v}{\lambda}\right]}{\lambda \cdot 2^{\frac{v+1}{v}} \cdot \Gamma\left(\frac{1}{v}\right)}, \text{ όπου } \lambda = \left[ \frac{2^{(-\frac{2}{v})} \cdot \Gamma\left(\frac{1}{v}\right)}{\Gamma\left(\frac{3}{v}\right)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Οι κύριες στατιστικές ιδιότητες της κατανομής είναι οι εξής:

**Συμμετρία:** Η Generalised Error Distribution είναι συμμετρική καθώς η τιμή του συντελεστή ασυμμετρίας ισούται με το μηδέν.

**Κύρτωση:** Όπως και στην περίπτωση της student-t κατανομής, το πλήθος των βαθμών ελευθερίας είναι αυτό που καθορίζει τη τιμή του συντελεστή κύρτωσης. Στην περίπτωση όπου  $v = 2$ , η Generalised Error Distribution ταυτίζεται με την κανονική κατανομή.

Όπως αναφέρουν οι Verhoeven και MacAleer (2003), εάν  $v < 2$ , η τιμή του συντελεστή κύρτωσης υπερβαίνει τη τιμή του τρία με αποτέλεσμα η Generalised Error Distribution να έχει περισσότερο παχιές ουρές από ότι η κανονική κατανομή. Τέλος, εάν  $v > 2$ , η Generalised Error Distribution έχει λιγότερο παχιές ουρές σε σύγκριση με την κανονική κατανομή.

## II) Έλεγχος Στατιστικής Σημαντικότητας Συντελεστών:

Με τον έλεγχο σημαντικότητας ελέγχουμε αν ο συντελεστής  $\beta$  είναι σημαντικά διαφορετικός από το μηδέν. Για τον έλεγχο αυτής της υπόθεσης, χρησιμοποιούμε ως στατιστική ελέγχου την  $t$ , οπότε, εφόσον η μεδέν υπόθεση είναι  $\beta = 0$ , έπεται ότι

$$t = \frac{\beta_{est}}{S_{\beta_{est}}}$$

Για α επίπεδο σημαντικότητας, η μηδέν υπόθεση απορρίπτεται αν:

$$|t| = \frac{\beta_{est}}{S_{\beta_{est}}} \geq t_{T-2, \alpha/2}$$

### **III) Shapiro – Wilk test**

Ο έλεγχος κανονικότητας των Shapiro και Wilk είναι πολύ γνωστός έλεγχος καλής προσαρμογής για την κανονική κατανομή. Έστω  $x_1, x_2, \dots, x_n$  δείγμα  $n$  παρατηρήσεων πάνω στην τυχαία μεταβλητή  $X$ , της οποίας η άγνωστη συνάρτηση κατανομής είναι:

$$F_x(x), x \in \mathbb{R}$$

Οι προς έλεγχο υποθέσεις είναι:

$H_0$ : η  $F_x(x)$  είναι συνάρτηση κατανομής της κανονικής κατανομής με άγνωστη μέση τιμή και διασπορά.

$H_1$ : η  $F_x(x)$  είναι συνάρτηση κατανομής μίας μη κανονικής κατανομής.

Η στατιστική συνάρτηση για τον έλεγχο των υποθέσεων αυτών είναι η:

$$W = \frac{\left(\sum_{i=1}^n a_i x_{(i)}\right)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

όπου  $x_{(i)}$  είναι η  $i$  παρατήρηση του διατεταγμένου κατά αύξουσα τάξη μεγέθους δείγματος,  $n$  είναι ένας ακέραιος αριθμός περίπου ίσος με  $N/2$  και  $a_i, i = 1, 2, \dots, n$  είναι σταθεροί συντελεστές. Εξαρτάται, δηλαδή, η  $W$  τόσο από τις τετραγωνικές αποκλίσεις των παρατηρήσεων  $x_{(i)}$  από τον μέσο τους, όσο και από τις αποκλίσεις που έχουν στο διατεταγμένο δείγμα η πρώτη (ελάχιστη) παρατήρηση από την τελευταία (μέγιστη) παρατήρηση, η δεύτερη από την προτελευταία κ.ο.κ.

### **IV) Ljung-Box Έλεγχος για αυτοσυσχέτιση**

Οι Ljung και Box (1978) ήταν αυτοί που πρότειναν το συγκεκριμένο έλεγχο για την πιθανή ύπαρξη αυτοσυσχέτισης στις τιμές μιας τυχαίας μεταβλητής. Η στατιστική έλεγχου υπολογίζεται βάσει των εκτιμώμενων τιμών των συντελεστών αυτοσυσχέτισης για ένα ορισμένο χρονικό διάστημα. Συγκεκριμένα, η εκτιμώμενη τιμή του συντελεστή αυτοσυσχέτισης για τη τυχαία μεταβλητή  $t$ , με συνολικό αριθμό παρατηρήσεων  $T$ , για χρονικό διάστημα  $L$  περιόδων υπολογίζεται ως εξής:

$$\hat{\rho}_l = \frac{\sum_{t=l+1}^T (r_t - \bar{r}) \cdot (r_{t-1} - \bar{r})}{\sum_{t=l}^T (r_t - \bar{r})^2}, \quad 0 \leq l < T - 1.$$

Η μηδενική υπόθεση περί μη ύπαρξης αυτοσυσχέτισης στις τιμές της τυχαίας μεταβλητής  $r_t$  συνεπάγεται πως οι τιμές όλων των συντελεστών αυτοσυσχέτισης για ένα χρονικό διάστημα  $m$  περιόδων είναι ίσες με το μηδέν έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης ότι τουλάχιστον μία εκ των τιμών των υπό εξέταση συντελεστών αυτοσυσχέτισης είναι διάφορη του μηδενός.

Η στατιστική ελέγχου των Ljung και Box δίνεται από τη σχέση:

$$Q = T(T + 2) \sum_{l=1}^m \frac{\hat{\rho}_l^2}{T-l}$$

και οι τιμές της ακολουθούν την κατανομή  $X^2$  με  $m$  βαθμούς ελευθερίας. Η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται στην περίπτωση που η τιμή της στατιστικής ελέγχου υπερβαίνει την κριτική τιμή της κατανομής για επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας ίσο με  $\alpha$  ( $X^2_{m,\alpha}$ ).

## ***Βιβλιογραφία***

**Agarwal, V.,N.Naik(2000)** “On Taking the Alternative Route: Risks, Rewards, Style and Performance Persistence of Hedge Funds”, *Journal of Alternative Investments*, vol.2, 6-23.

**Agarwal, V.,N.Naik (2004)** “Risks and Portfolio Decisions Involving Hedge Funds”, *the Review of Financial Studies*, vol. 18, 63-98.

**Bollerslev (1986)**, “Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity”, *Journal of Econometrics* 31, 307-327.

**Brooks, C., H.Kat (2002)** “The Statistical Properties of Hedge Fund Index Returns and Their Implications for Investors”, *Journal of Alternative Investments*, vol.5(Fall), 26-44.

**Capocci, D.,G.Hubner(2004)** “An Analysis of Hedge Fund Performance”, *Journal of Empirical Finance*, vol.11, 55-89.

**Carhart,M.(1997)** “On persistence in mutual fund performance”, *Journal of Finance*, vol.52, 57-82.

**Engle, R.(1982)** “Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of Variance of U.K. Inflation”, *Econometrica*, vol. 50, 987-1007.

**Fama, E., F. French (1993)** “Common risk factors in the returns on stocks and bonds, *Journal of Financial Economics*”, vol.33, 3-56.

**Favre, L.,A. Rinaldo (2003)** “How to Price Hedge Funds: from Two - to Four – Moment CAPM”, EDHEC Risk and Asset Management Research Centre.

**Financial Markets Department of Bank of Japan (2005)** “Recent Developments in Hedge Funds”, Bank of Japan.

**Fung, W.,D.A. Hsieh (2000)** “Performance Characteristics of Hedge Funds and Commodity Funds: Natural versus Spurious Biases”, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol.35.291-307.

**Fung, W.,D.A. Hsieh (1997)** “Empirical characteristics of dynamic trading strategies: The case of hedge funds”, *Review of financial studies*, vol.10, 275-302.

**Henn, J.,I.Meier (2005)** “Performance Analysis of Hedge Funds”, University of Basel.

**Jarque, C. M., a. K. Ber (1987)** “A Test for Normality of Observations and Regression Residuals”, *International Statistical Review*, vol. 55, 163-172.

**Ljung, G., G. Box (1978)** “On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models”, *Biometrika*, vol. 65, 297-303.

**Liang, B.(1999)** “On the performance of hedge funds”, *Financial Analysis Journal* vol.55, 72-85.

**Liang, B.(2001)** “Hedge Fund Performance: 1990 – 1999”, *Financial Analysis Journal* vol. 57, 11-18.

**Lintner, J. (1965)** “The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolio and capital budgets”, *Review of Economics and Statistics*, vol. 47, 13-37.

**Lo, A. (2002)** “The Statistics of Shape Ratios”, *Financial Analysis Journal*, 2002, vol. 58, 36-52.

**Lo, A.,M. Getmansky and I. Makarov (2004)** “An Econometric Analysis of Serial Correlation and Illiquidity in Hedge Fund Returns”, *Journal of Financial Economics*, vol. 74, 529-609.

**Malkiel, B.,A. Saha (2005)** “Hedge Funds: Risk and Return”, *Financial Analysts Journal*, vol. 61, 80-88.

**Nelson (1991)**, “Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach.” *Econometrica*, 59, pp. 347-370.

**Pindyck, R.S., D. L. Rubinfeld (1998)** “Econometric Models and Econometric Forecasts”, McGraw Hill.

**Posthuma, N.,P.J.Van Der Sluis(2003)** “A Reality Check on Hedge Fund Returns”, Working Paper.

**Rechsteiner, M.,T. Della Casa (2004)** “Hedge fund indices: RMF Hedge Fund research”, RMF Investment Management, Switzerland.

**Sharpe, W.F.(1964)** “Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk”, *Journal of Finance*, vol. 19, 425-442.

**Tsay, S.R.(2002)** “Analysis of financial time series”, John Wiley & Sons.

**Van Hedge Fund Advisors, LLC (2004)** “Financial Advisors: Their need for hedge funds accelerates the solution”, Van Hedge Fund Advisors, Nashville TN.

**Verhoeven, P., M. McAleer (2003)** “Fat Tails and Asymmetry in Financial Volatility Models”, Discussion Paper, University of Western Australia.

**Vrontos Spyridon D., Ioannis D. Vrontos, Daniel Giamouridis (2008)** “Hedge fund pricing and model uncertainty”, *Journal of Banking & Finance* 32.

**William Fung, David A. Hsieh (1999)** “A primer on hedge funds”, *Journal of Empirical Finance*, 309–331.

**William Fung, David A Hsieh (2004)** “Hedge Fund Benchmarks: A Risk-Based Approach”, *Financial Analysts Journal*.

**Zivot, E., J.Wang (2003)** Modelling Financial Time Series with S-Plus, Insightful Corporation.