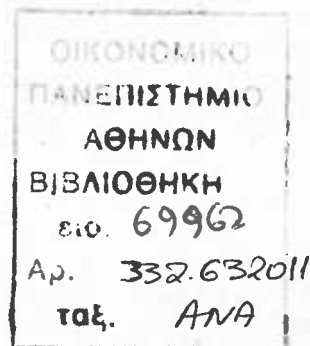


ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΤΗ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΚΑΙ ΤΡΑΠΕΖΙΚΗ ΓΙΑ ΣΤΕΛΕΧΗ



ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ



ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Της Αναγνωστοπούλου Σοφίας

Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΣΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΟΥ VAR ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟ ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟ

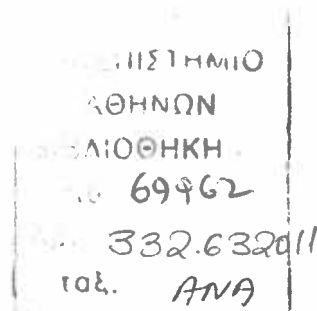
Επιβλέπων Καθηγητής: Αθανάσιος Επίσκοπος

Αθήνα, Απρίλιος 2001



ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΤΗ
ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΚΑΙ ΤΡΑΠΕΖΙΚΗ ΓΙΑ
ΣΤΕΛΕΧΗ**



ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Της Αναγνωστοπούλου Σοφίας

**Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΣΤΟΝ
ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΟΥ VAR ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟ
ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟ**

Επιβλέπων Καθηγητής: Αθανάσιος Επίσκοπος

Αθήνα, Απρίλιος 2001



ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΤΗ
ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΚΑΙ ΤΡΑΠΕΖΙΚΗ
ΓΙΑ ΣΤΕΛΕΧΗ

ΤΙΤΛΟΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ

ΟΝΟΜΑ ΦΟΙΤΗΤΗ

Διατριβή υποβληθείσα
προς μερική εκπλήρωση των απαραίτητων προϋποθέσεων
για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος

Αθήνα, Απρίλιος 2001



Εγκρίνουμε τη διατριβή του /της ...ΑΝΔΡΕΑΣ ΣΤΟΠΟΥΛΟΣ...ΣΟΦΙΑΣ

Όνομα Υπεύθυνου καθηγητή: ΑΘΑΝΑΣΙΟΣ ΕΠΙΣΚΩΠΟΣ

A. Episkopos
ΥΠΟΓΡΑΦΗ

Όνομα Εξεταστή καθηγητή: Δρ. Γεωργίου Ζωφίου

Γ. Ζωφίου
ΥΠΟΓΡΑΦΗ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ



Πρόλογος

Η συνολική εκτίμηση των διαφορετικών και επικίνδυνων θέσεων στα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα γίνεται με κάποιο Value At Risk (VAR) μέτρο. Το VAR ορίζεται ως το μέγιστο ποσό απώλειας μιας συγκεκριμένης θέσης ή ενός χαρτοφυλακίου που εκτιμάται για ένα δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης και αφορά ένα συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα. Δεδομένης της μεγάλης χρησιμότητας του VAR ως μέτρο εκτίμησης κινδύνου, είναι σημαντική η ανάπτυξη μεθόδων υπολογισμού του, καθώς και η ύπαρξη μέτρων ελέγχου της ακρίβειας των μετρήσεων του.

Η εργασία αυτή ασχολείται με τον υπολογισμό του VAR με τη μέθοδο προσομοίωσης Monte Carlo τόσο για μεμονωμένες θέσεις όσο και για ένα χαρτοφυλάκιο μετοχών. Στη συνέχεια γίνεται επαλήθευση του μοντέλου προσομοίωσης με χρήση στατιστικών μεθόδων. Για τα παραπάνω χρησιμοποιούνται δεδομένα από το ελληνικό χρηματιστήριο και απορρέουν συμπεράσματα για την εγκυρότητα του μοντέλου καθώς και για τη συμπεριφορά του ελληνικού χρηματιστηρίου.

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα Καθηγητή Αθανάσιο Επίσκοπο για την καθοδήγηση και τις πολύτιμες συμβουλές του καθώς και τον Κυριάκο Αττικούρη για τη βοήθεια του στην συλλογή των δεδομένων.



Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1.

Εισαγωγή 1

- 1.1 Η Μέθοδος της Προσομοίωσης στον Υπολογισμό του VAR 1
- 1.2 Στόχοι 2
- 1.3 Δομή της Εργασίας 3

Κεφάλαιο 2.

Εισαγωγή στο VAR 5

- 2.1 Εισαγωγή 5
- 2.2 Υπολογισμός VAR, Χρήσεις 6
- 2.3 Μέθοδοι Υπολογισμού VAR 7
- 2.4 Εφαρμογές του VAR 9

Κεφάλαιο 3.

Ανάλυση Δεδομένων 10

- 3.1 Εισαγωγή 10
- 3.2 Δεδομένα 10
 - 3.2.1 Επιλογή Μετοχών/Δεικτών 11
 - 3.2.2 Χρονικές Περίοδοι 13
- 3.3 Περιγραφική Στατιστική Ανάλυση 14
 - 3.3.1 Περίοδος 23/2/1999 – 4/2/2000 14
 - 3.3.2 Περίοδος 7/2/2000 – 12/2/2001 17
- 3.4 Συσχετίσεις 19
 - 3.4.1 Περίοδος 23/2/1999 – 4/2/2000 19



3.4.2	Περίοδος 7/2/2000 – 12/2/2001	20
3.5	Έλεγχος για Κανονικότητα	21
3.5.1	Περίοδος 23/2/1999 – 4/2/2000	21
3.5.1.1	Δείκτης FTASE-20	21
3.5.1.2	Εθνική Τράπεζα (ΕΤΕ)	22
3.5.1.3	Οργανισμός Τηλεπικοινωνιών (ΟΤΕ)	23
3.5.1.4	Δείκτης Παράλληλης	23
3.5.1.5	Μετοχή ΔΙΕΚΑΤ	23
3.5.1.6	Μετοχή Metrolife	24
3.5.2	Περίοδος 7/2/2000 – 12/2/2001	31
3.5.2.1	Δείκτης FTASE-20	31
3.5.2.2	Μετοχή Εθνικής Τράπεζας	31
3.5.2.3	Μετοχή Οργανισμού Τηλεπικοινωνιών	31
3.5.2.4	Δείκτης Παράλληλης	32
3.5.2.5	Μετοχή ΔΙΕΚΑΤ	32
3.5.2.6	Μετοχή Metrolife	32
3.6	Συμπεράσματα	36

Κεφάλαιο 4.

Προσομοίωση Monte Carlo 37

4.1	Εισαγωγή	37
4.2	Μέθοδος Monte Carlo	37
4.2.1	Πλεονεκτήματα της Μεθόδου	38
4.2.2	Μειονεκτήματα της Μεθόδου	38
4.3	Περιγραφή Σεναρίου	39
4.4	Βήματα Υπολογισμού	41
4.4.1	Επιλογή Παραμέτρων	41
4.4.2	Προσομοίωση της Μεταβολής Τιμής	41
4.4.3	Δημιουργία Τυχαίων Αριθμών	43

- 4.4.5 Αποτίμηση Χαρτοφυλακίου 45
- 4.5 Αποτελέσματα 46
 - 4.5.1 Σχόλια 46
- 4.6 Συμπεράσματα 53

Κεφάλαιο 5.

Επαλήθευση του Μοντέλου Προσομοίωσης 54

- 5.1 Εισαγωγή 54
- 5.2 Μέθοδοι Επαλήθευσης Μοντέλων 55
 - 5.2.1 Backtesting με Εξαιρέσεις 55
 - 5.2.1.1 Επαλήθευση Βασισμένη στο Ρυθμό Αστοχιών 56
 - 5.2.1.2 Επαλήθευση υπό Συνθήκη 58
 - 5.2.2 Μοντέλο Κατανομής Προβλέψεων 58
 - 5.2.3 Παραμετρικά Μοντέλα 59
- 5.3 Δεδομένα 59
 - 5.3.1 Υπολογισμός Αριθμού Αστοχιών 59
 - 5.3.2 Εύρεση Διαστημάτων Εμπιστοσύνης 61
 - 5.3.3 Αποδοχή ή Απόρριψη του Μοντέλου 62
 - 5.3.4 Αναθεώρηση του VAR 64
- 5.4 Συμπεράσματα 66

Κεφάλαιο 6.

Χρήση Πρόβλεψης για Βελτίωση του Μοντέλου 68

- 6.1 Εισαγωγή 68
- 6.2 Υπολογισμός VAR 68
- 6.3 Υπολογισμός Αστοχιών 72
- 6.4 Υπολογισμός Απόρριψης – Αποδοχής του Μοντέλου 73
- 6.5 Μεθοδολογία Προβλέψεων 75



- 6.5.1 Εκτίμηση GARCH 76
- 6.5.2 Η Μέθοδος του Κινητού Μέσου Εκθετικού Βάρους 77
- 6.5.3 Θεωρητικές Μεταβλητότητες 78
- 6.5.4 Στοχαστικές Μεταβλητότητες 79
- 6.6 Συμπεράσματα 80

Κεφάλαιο 7.

Monte Carlo με Πολλαπλές Μεταβλητές 82

- 7.1 Εισαγωγή 82
- 7.2 Περιγραφή Σεναρίου 82
- 7.3 Βήματα Υπολογισμού 84
 - 7.3.1 Επιλογή Παραμέτρων 84
 - 7.3.2 Προσομοίωση της Μεταβολής Τιμής 85
 - 7.3.3 Δημιουργία Τυχαίων Αριθμών 86
 - 7.3.4 Προσομοίωση με Πολλαπλές Μεταβλητές 86
 - 7.3.5 Αποτίμηση Χαρτοφυλακίου 89
- 7.4 Αποτελέσματα 90
 - 7.4.1 Αθροιστικό VAR 91
- 7.5 Backtesting 93
 - 7.5.1 Υπολογισμός Αριθμού Αστοχιών 93
 - 7.5.2 Σχόλια 95
 - 7.5.3 Σύγκριση Απορρίψεων με το Αθροιστικό VAR 95
 - 7.5.4 Σύγκριση Απορρίψεων με Δεδομένα Δεύτερης Περιόδου 96
- 7.6 Συμπεράσματα 97

Κεφάλαιο 8.

Συμπεράσματα 98

- 8.1 Περίληψη 98



8.2 Συμπεράσματα 100



Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Η Μέθοδος της Προσομοίωσης στον Υπολογισμό του VAR

Ένα από τα σημαντικότερα επιτεύγματα της διαχείρισης κινδύνου τα τελευταία χρόνια είναι η δημιουργία καινούργιων μέτρων κινδύνου που σχεδιάστηκαν ειδικά για να μετρήσουν και να αθροίσουν διαφορετικές και επικίνδυνες θέσεις μέσα σ' ένα ολόκληρο χρηματοπιστωτικό ίδρυμα χρησιμοποιώντας ένα κοινό γενικευμένο πλαίσιο. Ένα από αυτά τα μέτρα ανέπτυξε η J.P. Morgan και λέγεται Value At Risk (VAR). Το VAR ορίζεται ως το μέγιστο ποσό απώλειας μιας συγκεκριμένης θέσης ή ενός χαρτοφυλακίου που εκτιμάται για ένα δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης και αφορά ένα συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα. Οι τεχνικές μέτρησης του VAR απευθύνονται σε διαφορετικού τύπου κινδύνους όπως για παράδειγμα κίνδυνος αγοράς, κίνδυνος συμπεριφοράς, πιστωτικός, λειτουργικός κίνδυνος. Από τα παραπάνω γίνεται φανερή η χρησιμότητα του VAR για τον υπολογισμό των ανοιγμάτων ενός χρηματοπιστωτικού ιδρύματος καθώς και του ποσού που πρέπει να δεσμευτεί για την αποφυγή χρεοκοπίας.

Η σημαντικότητα του VAR καθιστά απαραίτητη την εύρεση μεθόδων υπολογισμού του που θα δώσουν αξιόπιστα αποτελέσματα. Για την επιλογή της πιο κατάλληλης μεθόδου πρέπει πάντα να ισοσταθμιστεί το κόστος και ο χρόνος υπολογισμού με την ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Με δεδομένο ότι οι σημερινοί υπολογιστές έχουν



βελτιώσει πολύ την ταχύτητα τους και ότι η ακρίβεια είναι εξαιρετικά σημαντική ιδιαίτερα σε μη γραμμικά χαρτοφυλάκια, ψάχνουμε για μια ακριβή μέθοδο. Η μέθοδος της προσομοίωσης Monte Carlo δίνει καλά αποτελέσματα με μειονέκτημα τον μεγάλο χρόνο υπολογισμού. Η μέθοδος αυτή δημιουργεί μια κατανομή συχνοτήτων του VAR για ένα δεδομένο αριθμό σεναρίων. Στη συνέχεια επιλέγοντας κάποιο διάστημα εμπιστοσύνης μπορούμε να πάρουμε την αντίστοιχη τιμή VAR. Επειδή οι μέθοδοι υπολογισμού του VAR πάντα εμπεριέχουν κάποιο σφάλμα λόγω των παραδοχών που κάνουν, είναι πολύ σημαντική η χρήση μεθόδων επαλήθευσης. Στην περίπτωση που οι μετρήσεις του VAR δεν αποδειχθούν αξιόπιστες δεν έχει νόημα να χρησιμοποιούνται από τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα.

Ο σκοπός της εργασίας αυτής είναι η χρήση της προσομοίωσης για την μέτρηση του VAR. Για την εφαρμογή της μεθόδου χρησιμοποιήθηκαν πραγματικά δεδομένα από το ελληνικό χρηματιστήριο. Η χρήση του μοντέλου σε πραγματικά δεδομένα και μάλιστα του ελληνικού χρηματιστηρίου είναι πολύ σημαντική διότι η πορεία του είναι ιδιαίτερα ασταθής και μη προβλέψιμη.

1.2 Στόχοι

Οι βασικοί στόχοι της εργασίας συνοψίζονται παρακάτω:

- Ανάπτυξη της θεωρίας του VAR ως μέτρο υπολογισμού του μέγιστου ποσού απώλειας για οποιαδήποτε ξεχωριστή θέση καθώς και χαρτοφυλάκιο.
- Ανάπτυξη όλων των βημάτων υπολογισμού της προσομοίωσης Monte Carlo και χρήση του για τη μέτρηση VAR τόσο για μεμονωμένες αποδόσεις μετοχών όσο και για την αποτίμηση χαρτοφυλακίου.
- Έλεγχος του μοντέλου προσομοίωσης και χρήση στατιστικών μοντέλων για την αποδοχή ή απόρριψη του μοντέλου.
- Χρήση πραγματικών δεδομένων από το ελληνικό χρηματιστήριο και μελέτη της συμπεριφοράς των επιμέρους μετοχών για διαφορετικές κατηγορίες - μετοχές υψηλής κεφαλαιοποίησης και μετοχές της παράλληλης αγοράς - με σκοπό την καλύτερη μελέτη της συμπεριφοράς τους.
- Μελέτη της συμπεριφοράς των μετοχών ως προς τα όρια που ισχύουν στο ελληνικό χρηματιστήριο.

- Σύγκριση των αποτελεσμάτων που έχουν υπολογιστεί με βάση τα ιστορικά δεδομένα σε σχέση με τα πραγματικά δεδομένα και διερεύνηση χρήσης μεθόδων προβλέψεων.
- Μελέτη της επίδρασης των συσχετίσεων των μεταβλητών στο μέγεθος του κινδύνου και στην αύξηση της διαφοροποίησης του χαρτοφυλακίου.

1.3 Δομή της Εργασίας

Το υπόλοιπο της εργασίας αυτής έχει οργανωθεί ως εξής:

- Στο Κεφάλαιο 2 δίνεται ο ορισμός του VAR και ο τρόπος υπολογισμού του. Στη συνέχεια γίνεται συζήτηση για τον τρόπο καθορισμού των παραμέτρων υπολογισμού του VAR ανάλογα με τον λόγο χρήσης του. Επίσης δίνεται μια περιγραφή των διαφορετικών μεθόδων υπολογισμού του VAR και αναλύονται πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. Τέλος αναφέρονται οι εφαρμογές του VAR στα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα και οι μελλοντικές χρήσεις του.
- Στο Κεφάλαιο 3 γίνεται η περιγραφή των δεδομένων. Αρχικά γίνεται αναφορά στην άσκηση που έχει υλοποιηθεί για την επαλήθευση του μοντέλου. Εξηγείται αναλυτικά το δείγμα που έχουμε πάρει τόσο χρονικά όσο και από άποψη στοιχείων καθώς και ο τρόπος που θα χρησιμοποιηθούν τα δεδομένα για την επαλήθευση του Monte Carlo μοντέλου που αναπτύχθηκε. Στη συνέχεια γίνεται μια περιγραφική στατιστική ανάλυση των δεδομένων. Η ανάλυση αυτή περιλαμβάνει όλα τα μέτρα που καλύπτει η descriptive statistics και γίνεται μια μελέτη στο κατά πόσο τα δεδομένα μας ακολουθούν την κανονική κατανομή. Επίσης από την ανάλυση αυτή προκύπτουν οι συσχετίσεις και οι μεταβλητότητες για τα δεδομένα μας.
- Στο Κεφάλαιο 4 γίνεται ανάπτυξη της προσομοίωσης με τη μέθοδο Monte Carlo. Αρχικά εξηγείται θεωρητικά η μέθοδος και αναφέρονται πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. Στη συνέχεια γίνεται περιγραφή του σεναρίου που έχει υλοποιηθεί και αναλυτική περιγραφή της προσομοίωσης. Τα βήματα περιλαμβάνουν την επιλογή παραμέτρων, τη δημιουργία τυχαίων αριθμών, την προσομοίωση της μεταβολής τιμής και τέλος την αποτίμηση. Σε κάθε βήμα εξηγούνται οι παραδοχές που έχουν γίνει. Για κάθε στοιχείο

δίνεται η κατανομή του VAR που προκύπτει και υπολογίζεται η σχέση μεταξύ VAR και μεταβλητότητας. Τέλος σχολιάζονται τα αποτελέσματα σε σχέση με τα δεδομένα εισόδου (μεταβλητότητες- μέσοι).

- Στο Κεφάλαιο 5 αναπτύσσεται η διαδικασία επαλήθευσης Backtesting. Αρχικά γίνεται μια αναφορά στις μεθόδους επαλήθευσης μοντέλων δίνοντας ιδιαίτερη βάση στη μέθοδο που βασίζεται στον αριθμό αστοχιών που είναι και η μέθοδος που θα χρησιμοποιηθεί και εξηγείται ο τρόπος υπολογισμού των διαστημάτων αποδοχής του μοντέλου. Στη συνέχεια υπολογίζεται ο αριθμός αστοχιών του μοντέλου συγκρίνοντας με τα πραγματικά δεδομένα και αποφασίζεται η αποδοχή ή απόρριψη του μοντέλου για τα διάφορα επίπεδα εμπιστοσύνης. Τα αποτελέσματα σχολιάζονται με βάση τα δεδομένα εισόδου (μεταβλητότητες - μέσοι). Τέλος γίνεται μια αναθεώρηση των αποτελεσμάτων με βάση τα όρια που έχει θέσει το ελληνικό χρηματιστήριο.
- Στο Κεφάλαιο 6 γίνεται μια επανάληψη των Κεφαλαίων 4 και 5 χρησιμοποιώντας τα πραγματικά δεδομένα, δηλαδή τις αποδόσεις που πραγματοποιήθηκαν την περίοδο στην οποία μετράμε το VAR. Στη συνέχεια γίνεται μια σύγκριση με τα αρχικά αποτελέσματα που υπολογίστηκαν και με τα δεδομένα εισόδου (μεταβλητότητες - μέσοι). Η σύγκριση των αποτελεσμάτων γίνεται για να διερευνηθεί η ανάγκη χρήσης μεθοδολογιών προβλέψεων για τα δεδομένα εισόδου. Τέλος γίνεται μια σύντομη αναφορά στις τεχνικές προβλέψεων και σύγκριση των πλεονεκτημάτων τους σε σχέση με τη μέθοδο που έχει χρησιμοποιηθεί στην προσομοίωση.
- Στο Κεφάλαιο 7 γίνεται χρήση της μεθόδου Monte Carlo για την περίπτωση του χαρτοφυλακίου. Αρχικά περιγράφεται η σύνθεση του χαρτοφυλακίου και στη συνέχεια εκτελούνται τα βήματα της προσομοίωσης. Ας σημειωθεί ότι θα πρέπει να συμπεριληφθούν οι συσχετίσεις μεταξύ των μεταβλητών. Στη συνέχεια γίνεται σύγκριση με το VAR που προκύπτει αν αθροίσουμε το VAR της κάθε μετοχής ξεχωριστά. Τέλος γίνεται επαλήθευση του μοντέλου και μετράται η αποδοχή ή απόρριψη του μοντέλου.
- Τέλος στο Κεφάλαιο 8 δίνεται μια περίληψη της εργασίας δίνοντας έμφαση στα κυριότερα συμπεράσματα που απορρέουν κατά τη διάρκεια της ανάλυσης.



Κεφάλαιο 2

Εισαγωγή στο VAR

2.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει αναφορά στο Value At Risk (VAR) και στη χρησιμότητα του για την εκτίμηση του κινδύνου. Αρχικά πρέπει να δώσουμε ένα ορισμό για το VAR. Το VAR περιγράφει το χειρότερο ποσοστό απώλειας που μπορεί να επιτευχθεί σε κάποιο χρονικό ορίζοντα για ένα δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης. Ένας πιο τυπικός ορισμός είναι ότι το VAR περιγράφει την κατανομή των κερδών και απωλειών για το χρονικό ορίζοντα που εξετάζουμε, Jorion (1997).

Στη συνέχεια θα προσπαθήσουμε να σκιαγραφήσουμε το VAR με ένα παράδειγμα υπολογισμού του για αποδόσεις. Σε ένα διάγραμμα απεικονίζουμε τις αποδόσεις ενός τίτλου για ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα. Στη συνέχεια κατασκευάζουμε διαστήματα που μεταβάλλονται κατά αύξουσα σειρά και μετράμε τον αριθμό των παρατηρήσεων που πέφτει σε κάθε διάστημα. Έτσι κατασκευάζουμε μια κατανομή πιθανότητας για τις μηνιαίες αποδόσεις που μετρά πόσες παρατηρήσεις έχουν εμφανιστεί στο παρελθόν για το κάθε εύρος. Στη συνέχεια αντιστοιχίζουμε κάθε απόδοση με μια πιθανότητα εμφάνισης μιας χαμηλής τιμής. Για να μπορέσουμε να υπολογίσουμε το VAR για ένα συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο που περιέχει τις παραπάνω αποδόσεις βρίσκουμε το επίπεδο εμπιστοσύνης που μας ενδιαφέρει και αντιστοιχίζουμε την τιμή

απόδοσης για εκείνο το σημείο και στη συνέχεια πολλαπλασιάζουμε το ποσό που έχουμε επενδύσει. Το ποσό που προκύπτει είναι το μέγιστο ποσό ζημιάς (VAR) που μπορούμε να υποστούμε.

Γενικότερα για τον υπολογισμό του VAR λαμβάνουμε υπ' όψιν μας δύο πράγματα:

- Το επίπεδο εμπιστοσύνης για το οποίο θέλουμε να εκτιμήσουμε το VAR. Η επιλογή αυτή είναι πολύ σημαντική και καθορίζει την ακρίβεια με την οποία θέλουμε να υπολογίσουμε τον κίνδυνο. Ιδανικά θα θέλαμε απόλυτο επίπεδο εμπιστοσύνης (99,9%) αλλά το αποτέλεσμα που θα παίρναμε δεν θα ήταν ρεαλιστικό διότι η κατανομή των κερδών-απωλειών δεν μπορεί να προσδιοριστεί με ακρίβεια στα άκρα.
- Ένα δεύτερο σημαντικό σημείο είναι ο καθορισμός του χρονικού ορίζοντα για τον οποίο θέλουμε να εκτιμήσουμε το VAR. Είναι προφανές ότι όσο μεγαλύτερος είναι ο χρονικός ορίζοντας τόσο πιο δύσκολο είναι να υπολογίσουμε το VAR. Επίσης η σύνθεση του χαρτοφυλακίου μπορεί να αλλάξει ενώ κατά τον υπολογισμό του VAR υποθέτουμε σταθερό χαρτοφυλάκιο. Αυτό μειώνει την αντικειμενικότητα και ακρίβεια των μετρήσεων μας. Τελικά ο χρονικός ορίζοντας που επιλέγεται καθορίζεται από το είδος του χαρτοφυλακίου. Αν έχουμε χαρτοφυλάκιο επενδύσεων που είναι σχετικά σταθερό και αποτελείται από μακροπρόθεσμες επενδύσεις το VAR που υπολογίζουμε είναι πιο μακροχρόνιο (περίοδος 90 ημερών). Στην περίπτωση που έχουμε χαρτοφυλάκιο συναλλαγών το οποίο είναι πολύ ευμετάβλητο μας ενδιαφέρουν οι άμεσες απώλειες που μπορούμε να έχουμε οπότε ο χρονικός ορίζοντας μιας μέρας είναι αποδεκτός.

2.2 Υπολογισμός VAR, Χρήσεις

Για τον υπολογισμό του VAR ακολουθούνται τα παρακάτω βήματα:

- Ημερήσια αποτίμηση του χαρτοφυλακίου με τις τιμές αγοράς.
- Μέτρηση της μεταβλητότητας των παραμέτρων κινδύνου (τυπική απόκλιση).
- Απόφαση για το χρονικό ορίζοντα της μέτρησης VAR.
- Απόφαση για το επίπεδο εμπιστοσύνης μέτρησης του VAR.

- Υπολογισμός του VAR χρησιμοποιώντας τις παραπάνω πληροφορίες.

Από τα παραπάνω οι τυπικές αποκλίσεις των παραμέτρων κινδύνου καθώς και η ημερήσια αποτίμηση είναι γνωστά ενώ αντίθετα το επίπεδο εμπιστοσύνης και ο χρονικός ορίζοντας καθορίζονται από το σκοπό χρήσης του VAR, Jorion (1997). Η πιο σημαντική χρήση του VAR είναι σαν αντικειμενικό μέτρο σύγκρισης μεταξύ διαφορετικών αγορών. Επειδή η χρήση του VAR σε αυτή την περίπτωση είναι συγκριτική δεν έχει σημασία ούτε ο χρονικός ορίζοντας ούτε το επίπεδο εμπιστοσύνης. Μια άλλη χρήση του VAR είναι σαν μέτρο υπολογισμού της χειρότερης απώλειας που μπορεί να παρουσιαστεί σε ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα. Σε αυτή την περίπτωση για τον καθορισμό του χρονικού ορίζοντα θα πρέπει να εξεταστεί η ρευστότητα του χαρτοφυλακίου. Όταν έχουμε στοιχεία με μεγάλη ρευστότητα υπολογίζεται το VAR με χρονικό ορίζοντα μιας μέρας ενώ σε ποιο σταθερά χαρτοφυλάκια χρησιμοποιείται μεγαλύτερος ορίζοντας. Τέλος το VAR χρησιμοποιείται για να θέσει το απαραίτητο κεφάλαιο για την αποφυγή χρεοκοπίας. Στην περίπτωση αυτή η επιλογή του επιπέδου εμπιστοσύνης σχετίζεται με το κόστος μιας απώλειας μεγαλύτερης από το VAR, ενώ ο χρονικός ορίζοντας καθορίζεται από το χρόνο που απαιτείται για την κίνηση ανάκαμψης από τη στιγμή που εμφανίζονται απώλειες.

2.3 Μέθοδοι Υπολογισμού VAR

Για τον υπολογισμό του VAR έχουν αναπτυχθεί διάφορες μέθοδοι οι οποίες μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες ανάλογα με τον τρόπο που πραγματοποιούν την αποτίμηση, Jorion (1997). Η πρώτη ομάδα χρησιμοποιεί την τοπική αποτίμηση ενώ η δεύτερη την πλήρη αποτίμηση. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούν την τοπική αποτίμηση κάνουν αποτίμηση του κινδύνου του χαρτοφυλακίου μια φορά. Μια τέτοια μέθοδος είναι η Delta-Normal μέθοδος. Αντίθετα οι μέθοδοι που χρησιμοποιούν την πλήρη αποτίμηση υπολογίζουν τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου τόσες φορές όσος είναι και ο αριθμός των σεναρίων που εκτελούνται. Τέτοιες μέθοδοι είναι η ιστορική προσομοίωση και η προσομοίωση Monte Carlo. Να σημειωθεί ότι σ' αυτή την εργασία θα αναπτυχθεί η μέθοδος Monte Carlo. Αυτή η κατηγοριοποίηση δείχνει την βασική ανταλλαγή μεταξύ

ταχύτητας και ακρίβειας. Η ταχύτητα είναι σημαντική για πολύ μεγάλα χαρτοφυλάκια που επηρεάζονται από πολλούς παράγοντες κινδύνου και εμπεριέχουν πολλές συσχετίσεις. Αντίθετα η ακρίβεια είναι πολύ σημαντική σε χαρτοφυλάκια που περιλαμβάνουν μη γραμμικά στοιχεία.

Η Delta-Normal Μέθοδος χρησιμοποιεί την αποτίμηση δέλτα και υπολογίζει μόνο την πρώτη παράγωγο. Στην πράξη υποθέτουμε κανονική κατανομή και θεωρούμε ότι το VAR του χαρτοφυλακίου προκύπτει από το άνοιγμα του προϊόντος και το VAR του υποκείμενου προϊόντος και δίνεται από τον τύπο:

$$VAR = \Delta_0 | \times VAR_s = \Delta_0 | \times (\alpha \sigma^2_0)$$

όπου Δ_0 είναι η πρώτη μερική παράγωγος και το α καθορίζεται από το επίπεδο εμπιστοσύνης, για παράδειγμα 1.645 για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%.

Ο παραπάνω τύπος επιβεβαιώνει τη γραμμικότητα της μεθόδου. Είναι φανερό ότι στην περίπτωση που τα προϊόντα του χαρτοφυλακίου δεν μεταβάλλονται με γραμμικό τρόπο η μέθοδος δεν δίνει αξιόπιστα αποτελέσματα.

Η μέθοδος της ιστορικής προσομοίωσης θεωρεί ένα ιστορικό δείγμα των αποδόσεων των προϊόντων του χαρτοφυλακίου και υπολογίζει τις υποθετικές αποδόσεις για κάθε σενάριο χρησιμοποιώντας τις ιστορικές μεταβολές των τιμών σε κάθε επίπεδο τιμών. Το VAR στη συνέχεια δίνεται από την συνολική κατανομή των υποθετικών αποδόσεων αντιστοιχίζοντας σε κάθε σενάριο το ίδιο το βάρος. Το μεγάλο πλεονέκτημα της μεθόδου είναι η απλότητα της. Επίσης επειδή δεν χρησιμοποιεί κάποιο μοντέλο αποτίμησης δεν πλήττεται από τους περιορισμούς που υπόκεινται στο μοντέλο. Το βασικό της μειονέκτημα είναι ότι στηρίζεται αποκλειστικά στις ιστορικές παρατηρήσεις και θεωρεί ότι οι μελλοντικές μεταβολές εξηγούνται πλήρως από το παρελθόν. Επίσης δίνει το ίδιο βάρος σε κάθε ιστορική παρατήρηση και δεν μετρά την χρονική σειρά των παρατηρήσεων.

Τέλος η μέθοδος Monte Carlo υπολογίζει τις μελλοντικές αποδόσεις των τιμών των προϊόντων του χαρτοφυλακίου χρησιμοποιώντας μια στοχαστική συνάρτηση. Στην



συνάρτηση αυτή συμμετέχουν η τυπική απόκλιση και ο μέσος των μεταβλητών καθώς και μια τυχαία μεταβλητή. Στην περίπτωση του χαρτοφυλακίου οι τυχαίες μεταβλητές εμπεριέχουν τις συσχετίσεις μεταξύ των μεταβλητών. Η μέθοδος αυτή είναι αρκετά ακριβής. Το βασικό της μειονέκτημα είναι ο μεγάλος χρόνος υπολογισμού. Επίσης η στοχαστική συνάρτηση μπορεί να μην περιγράψει πλήρως την μεταβολή των μεταβλητών. Στο Κεφάλαιο 4 γίνεται αναλυτική περιγραφή της μεθόδου.

2.4 Εφαρμογές του VAR

Αρχικά το VAR χρησιμοποιήθηκε σαν εργαλείο για την αναφορά του χρηματοοικονομικού κινδύνου, Jorion (1997). Για τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα ήταν πολύ βολική η χρήση ενός κοινού μέτρου κινδύνου το οποίο θα μπορούσαν να το χρησιμοποιήσουν από τη διεύθυνση μέχρι τους μετόχους. Η χρήση αυτή του VAR είναι καθαρά παθητική γιατί χρησιμοποιείται αποκλειστικά για την αναφορά του κινδύνου.

Στην συνέχεια τα πιστωτικά ιδρύματα άρχισαν να χρησιμοποιούν το VAR σαν εργαλείο ελέγχου του κινδύνου. Για παράδειγμα τα όρια που προκύπτουν από το VAR χρησιμοποιήθηκαν για να θέσουν όρια απόδοσης στους χρηματιστές. Από την πλευρά της επιχείρησης το VAR επιτρέπει τον έλεγχο του συνολικού κινδύνου από ανοίγματα συμπεριλαμβάνοντας την διαφοροποίηση που επιτυγχάνεται λόγω των συσχετίσεων των προϊόντων.

Τέλος το VAR έχει άρχισε να χρησιμοποιείται για ενεργή διαχείριση του κινδύνου. Τα πιστωτικά ιδρύματα μπορούν να το χρησιμοποιήσουν για να αποφασίσουν τον βαθμό υποκατάστασης (trade-off) μεταξύ κινδύνου και απόδοσης και να υπολογίσουν το μέγιστο κεφάλαιο που θα δεσμευθεί για την αποφυγή χρεοκοπίας. Επίσης οι χρηματιστές μπορούν να ελεγχθούν σε σχέση με την απόδοσή τους, συμπεριλαμβανομένου του ρίσκου που παίρνουν. Τέλος τα συστήματα VAR μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εύρεση περιοχών με μεγάλη αξία συνυπολογίζοντας και τον κίνδυνο.

Κεφάλαιο 3

Ανάλυση Δεδομένων

3.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει περιγραφή του σεναρίου που έχει υλοποιηθεί και μια στατιστική περιγραφή των δεδομένων. Επίσης θα εξηγηθεί ο σκοπός που επιλέχτηκαν τα συγκεκριμένα δεδομένα και θα αναλυθεί η συμπεριφορά τους στο διάστημα που εξετάζεται.

3.2 Δεδομένα

Ο σκοπός της εργασίας είναι να βασιστεί σε πραγματικά δεδομένα για να είναι όσο το δυνατόν πιο ρεαλιστικά τα αποτελέσματα και μάλιστα να απευθύνονται στην ελληνική πραγματικότητα. Για το σκοπό αυτό επιλέχτηκαν δεδομένα από το ελληνικό χρηματιστήριο. Επειδή στο χρηματιστήριο παραγώγων δεν υπάρχουν πολλά στοιχεία λόγω της μικρής ιστορίας του, πήραμε δεδομένα μόνο από το χρηματιστήριο αξιών. Για την επιλογή των δεδομένων έπρεπε να καθοριστούν οι εξής παράγοντες:

- Η περίοδος για την οποία θα γίνει η ανάλυση.
- Οι μετοχές/δείκτες που θα επιλεγούν.

3.2.1 Επιλογή Μετοχών/Δεικτών

Για να έχουμε μια συνολική εικόνα του ελληνικού χρηματιστηρίου και να γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων θεωρήθηκε σκόπιμο να συμπεριληφθούν μετοχές από διαφορετικούς κλάδους. Καταλήξαμε να επιλέξουμε μετοχές που απαρτίζουν το δείκτη FTASE-20 και μετοχές που ανήκουν στο δείκτη της παράλληλης αγοράς. Το κριτήριο επιλογής των δύο διαφορετικών δεικτών ήταν η κεφαλαιοποίηση τους. Οι μετοχές του δείκτη FTASE-20 ανήκουν στις μετοχές υψηλής κεφαλαιοποίησης και συνεπώς είναι λιγότερο ευμετάβλητες ενώ αντίθετα οι μετοχές της παράλληλης έχουν μικρότερη κεφαλαιοποίηση και σημειώνουν μεγαλύτερες διακυμάνσεις. Επίσης οι μετοχές της παράλληλης, επειδή δεν ανήκουν σε ένα μεμονωμένο κλάδο, είναι πιο δύσκολο να ακολουθούν μια συγκεκριμένη τάση λόγω της πορείας του κλάδου. Ακόμη κρίθηκε απαραίτητο να χρησιμοποιηθούν δεδομένα των δεικτών των κατηγοριών που εξετάζονται γιατί ο δείκτης περιέχει τη γενική εικόνα της κατηγορίας και ταυτόχρονα δεν πλήττεται από ακραίες τιμές λόγω της ποικιλίας των μετοχών που έχει η σύνθεσή του.

Δείκτης FTASE-20	Δείκτης Παράλληλης
ALPHA BANK/R	COR-FIL/RP
ALTEC INFORM/R	COR-FIL/R
BNK OF PIRAEUS/R	DIEKAT/R
COM/CIAL BNK/R	EKTER/R
LAMBRAKIS/R	EPIPHANIA/R
EFG EUROBANK/R	KREKA
EGNATIA BANK/R	METROLIFE/R
ATTICA HOLDINGS	MOURIADES
HELLENIC TECHN/R	S.SIGALAS/R
HELL.PETROL/R	
COCA-COLA	
INTRACOM/R	
INTRASOFT/R	
MINOAN LINES/R	
MYTILINEOS/R	
NATL. BANK GR/R	
OTE/R	
PANAFON/R	
TITAN CEMENT/R	
VIOHALCO	

Πίνακας 3.1

Ειδικότερα, το κριτήριο επιλογής των μετοχών μέσα στον κλάδο ήταν η κεφαλαιοποίηση τους, όπου ως κεφαλαιοποίηση ορίζεται το σύνολο των μετοχών που είναι διαθέσιμες στην αγορά επί την τιμή της μετοχής. Βάσει του κριτηρίου αυτού επιλέχθηκαν οι μετοχές με τη μεγαλύτερη κεφαλαιοποίηση, γιατί αυτές είναι που δημιουργούν το μεγαλύτερο τζίρο και επηρεάζουν την αγορά περισσότερο. Θα πρέπει επίσης να επισημανθεί ότι για λόγους απλότητας επιλέχθηκαν οι μετοχές που απαρτίζουν αυτή τη στιγμή τους δύο δείκτες και όχι ιστορικά για όλη την περίοδο που εξετάζουμε. Για την καλύτερη κατανόηση και εκτίμηση των αποτελεσμάτων, στον Πίνακα 3.1 παραθέτουμε τη σύνθεση των δύο δεικτών. Ένα άλλο θέμα που πρέπει να θίξουμε είναι ο αριθμός των μετοχών που επιλέχθηκαν. Η μη ύπαρξη ικανοποιητικού αριθμού ιστορικών δεδομένων μας οδήγησε στην επιλογή δύο μετοχών ανά κλάδο. Οι χρονικές περιόδους που εξετάστηκαν αναλύονται στην επόμενη ενότητα.

Τελικά οι μετρήσεις έγιναν για τις παρακάτω μετοχές και δείκτες:

- Δείκτης FTASE-20 ή δείκτης υψηλής κεφαλαιοποίησης που απαρτίζεται από τις είκοσι μετοχές που έχουν απαριθμηθεί στον Πίνακα 3.1.
- Μετοχή της Εθνικής Τράπεζας ΕΤΕ που συμμετέχει με ποσοστό 25,18% στο δείκτη FTASE-20.
- Μετοχή του Οργανισμού Τηλεπικοινωνιών που συμμετέχει με ποσοστό 10,34% στο δείκτη FTASE-20.
- Δείκτης της παράλληλης που απαρτίζεται από τις εννιά μετοχές της παράλληλης και έχουν απαριθμηθεί στον Πίνακα 3.1.
- Μετοχή ΔΙΕΚΑΤ της παράλληλης αγοράς που συμμετέχει με ποσοστό 1,28% στο δείκτη της παράλληλης.
- Μετοχή METROLIFE της παράλληλης αγοράς που συμμετέχει με ποσοστό 1,89% στο δείκτη της παράλληλης αγοράς.

Ο Πίνακας 3.2 παραθέτει τις τέσσερις μετοχές και την κεφαλαιοποίησή τους. Να σημειωθεί επίσης ότι η κεφαλαιοποίηση καθώς και η σύνθεση των δεικτών είναι

δεδομένα που συλλέχθηκαν στις 16/2/2001 ενώ αντίθετα τα ποσοστά συμμετοχής στους δείκτες ισχύουν για την ημερομηνία 15/3/2001.

Μετοχή	Κεφαλαιοποίηση
Εθνική Τράπεζα (ΕΤΕ)	8767.41
Οργανισμός Τηλεπικοινωνιών	8417.71
ΔΙΕΚΑΤ	73.77
MetroLife	96.07

Πίνακας 3.2

3.2.2 Χρονικές Περίοδοι

Για την επιλογή της περιόδου προσπαθήσαμε να συλλέξουμε όσο το δυνατόν περισσότερα ιστορικά δεδομένα για να έχουμε πιο αξιόπιστα αποτελέσματα. Περιοριστικοί παράγοντες για την επιλογή πολύ μεγάλης χρονικής περιόδου ήταν η μικρή ιστορία κάποιων μετοχών (με μεγάλη κεφαλαιοποίηση) και επίσης τα ελλειπή στοιχεία που διαθέτουν οι τράπεζες πληροφοριών. Τελικά καταλήξαμε σε ιστορικά στοιχεία δύο περίπου χρόνων και συγκεκριμένα από **23/2/1999** έως **12/2/2001**. Επίσης έπρεπε να καθοριστεί το διάστημα που θα χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό του Value At Risk (VAR) καθώς και το διάστημα που θα κρατήσουμε για την επαλήθευση (Backtesting). Θεωρήθηκε σκόπιμο το διάστημα μεταξύ των δύο περιόδων να είναι η ημερομηνία αλλαγής των ορίων των ημερήσιων διακυμάνσεων των μετοχών από 8% σε 10%. Η αλλαγή αυτή είναι της τάξης του 25%. Ο διαχωρισμός αυτός υποψιαζόμαστε ότι θα έχει ενδιαφέρουσες επιπτώσεις στο μοντέλο μας. Η ημερομηνία αλλαγής των ορίων είναι η 7/2/2000 οπότε οι δύο περίοδοι που εξετάζουμε είναι:

- **1η περίοδος:** από 23/2/1999 έως 4/2/2000, και
- **2η περίοδος:** από 7/2/2000 έως 12/2/2001

Αξίζει να σημειωθεί ότι η δεύτερη περίοδος μπορεί επίσης να χωριστεί σε δύο υποπεριόδους βάσει της νέας αλλαγής των ορίων από 10% σε 12% που έλαβε χώρα την 31/7/2000. Η αλλαγή αυτή πιστεύουμε ότι δεν θα έχει μεγάλη επίπτωση στα αποτελέσματα μας γιατί είναι μικρότερης τάξης (20%) και επιπλέον δεν έχουμε πολλά δεδομένα για να καταλήξουμε σε κάποιο συμπέρασμα.

3.3 Περιγραφική Στατιστική Ανάλυση

Με τη βοήθεια του πακέτου Excel υπολογίσαμε τις αποδόσεις για όλες τις μετοχές και τους δείκτες. Επειδή θέλουμε να δουλέψουμε με το υπόδειγμα συνεχούς χρόνου η εξέλιξη των τιμών υπολογίστηκε με βάση τις λογαριθμικές αποδόσεις και δίνεται από τον τύπο:

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$$

όπου το $\ln(P_t)$ είναι ο νεπέριος λογάριθμος του P_t , J.P. Mrgan (1996). Ο κυριότερος λόγος που χρησιμοποιούμε αποδόσεις και όχι τιμές είναι διότι οι αποδόσεις μας δίνουν τις μεταβολές για ένα συγκεκριμένο επίπεδο τιμών οπότε είναι και συγκρίσιμες.

Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας την λειτουργία 'Ανάλυση Δεδομένων' του Excel και ειδικότερα την Περιγραφική Στατιστική Ανάλυση βγάλαμε αποτελέσματα για τις κατανομές των δεδομένων μας.

3.3.1 Περίοδος 23/2/1999 – 4/2/200

Για την πρώτη περίοδο οι στατιστικές μεταβλητές συνοψίζονται στον Πίνακα 3.3. Στη συνέχεια σχολιάζουμε τις παρακάτω μεταβλητές:

- **Μέσος:** Παρατηρούμε ότι ο μέσος για όλες τις μετοχές και δείκτες είναι πολύ κοντά στο 0 (ο μέσος που αντιστοιχεί στην κανονική κατανομή). Μια παρατήρηση είναι ότι υπάρχει μια ομαδοποίηση των μετοχών και του δείκτη στον οποίο συμμετέχουν. Επίσης ας επισημανθεί ότι οι μετοχές της παράλληλης μαζί με το δείκτη έχουν ελαφρώς πιο μεγάλο μέσο, πράγμα που σημαίνει ότι στο διάστημα που εξετάζουμε έχουν μεγαλύτερες αποδόσεις.
- **Τυπική Απόκλιση:** Οι τυπικές αποκλίσεις είναι 2,3%, 2,6% και 2,5% για το δείκτη FTASE-20 και τις μετοχές ΕΤΕ, ΟΤΕ αντίστοιχα ενώ είναι 3,6%, 4,8% και 4,6% για το δείκτη της Παράλληλης, και τις μετοχές ΔΙΕΚΑΤ, Metrolife

αντίστοιχα. Και πάλι παρατηρούμε μια ομαδοποίηση των μετοχών που συμμετέχουν στην ίδια κατηγορία. Επίσης βλέπουμε ότι η μεταβλητότητα των δύο δεικτών είναι μικρότερη από τις αντίστοιχες μεταβλητότητες των μετοχών. Αυτό οφείλεται στο ότι οι συσχετίσεις μεταξύ των μετοχών δεν είναι τέλειες (μικρότερες < από 1) οπότε έχουμε διαφοροποίηση στο χαρτοφυλάκιο (κάθε δείκτης μπορεί να θεωρηθεί ως χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από τις μετοχές που τον απαρτίζουν) με αποτέλεσμα οι μεταβλητότητες να συμψηφίζονται.

	<i>FTASE-20</i>	<i>Παράλληλη</i>	<i>ETE</i>	<i>OTE</i>	<i>ΔΙΕΤΚΑΤ</i>	<i>MetroLife</i>
Μέσος	0,001593581	0,007395984	0,001096	0,00033	0,007974523	0,004861431
Τυπικό Σφάλμα	0,001489271	0,002365187	0,00172	0,00165	0,003121529	0,002982273
Διάμεσος	-2,81133E-05	0,006664547	-0,00138	-0,00148	0,008161206	0,004191792
Κορυφή	#N/A	0	0	0	0	0
Τυπική Απόκλιση	0,023023577	0,03656491	0,026592	0,02546	0,048257664	0,046104828
Διακύμανση	0,000530085	0,001336993	0,000707	0,00065	0,002328802	0,002125655
Κύρτωση	3.827043	2.941891	3.855884	3.40636	2.024323	2.228612
Συντ. Συμμετρίας	0,205497706	-0,457714005	0,608541	0,2829	-0,139621041	-0,025800831
Jarque-Bera	8.472469	8.274272	21.86132	4.79226	10.24655	5.951786
Πιθανότητα	0.014462	0.015969	0.000018	0.09107	0.005956	0.051002
Εύρος	0,147977622	0,158972834	0,151183	0,1602	0,161239343	0,160358553
Ελάχιστος	0,079336129	-0,083343261	-0,07408	-0,08326	-0,083777927	-0,083384096
Μέγιστος	0,068641493	0,075629573	0,077102	0,07694	0,077461416	0,076974457
Άθροισμα	0,380865849	1,767640105	0,261879	0,07864	1,905910976	1,161881984
Μέγεθος Δείγματος	239	239	239	239	239	239

Πίνακας 3.3

- **Κύρτωση:** Η κύρτωση είναι ένα μέτρο το οποίο μας δείχνει την περιεκτικότητα της κατανομής στα άκρα. Για την κανονική κατανομή ισχύει ότι η κύρτωση είναι ίση με 3. Όταν η κύρτωση είναι μεγαλύτερη από 3 τότε η κατανομή είναι πιο 'μυτερή' (λεπτόκυρτη) σε σχέση με την κανονική, Pindyck (1998). Στην περίπτωση που είναι μικρότερη από 3 τότε η κατανομή είναι πιο 'ξαπλωμένη' (πλατύκυρτη) σε σχέση με την κανονική. Από τον Πίνακα 3.3 βλέπουμε ότι οι

μετοχές ΕΤΕ, ΟΤΕ καθώς και ο δείκτης FTASE-20 έχουν κύρτωση μεγαλύτερη από 3 (λεπτόκυρτες) ενώ οι μετοχές ΔΙΕΚΑΤ, Metrolife καθώς και ο δείκτης της παράλληλης έχουν κύρτωση μικρότερη από 3 (πλατύκυρτες).

- **Συντ. Συμμετρίας:** Ο συντελεστής συμμετρίας είναι ένα μέτρο το οποίο μας δίνει ένδειξη για τη συμμετρία της κατανομής. Είναι 0 σε όλες τις συμμετρικές κατανομές συμπεριλαμβανομένης της κανονικής. Επομένως η σύγκριση με το 0 είναι ένα μέτρο για να δούμε κατά πόσο τα δεδομένα μας προσεγγίζουν την κανονική κατανομή. Διαπιστώνουμε ότι ο συντελεστής συμμετρίας είναι αρκετά κοντά στο 0 σε όλες τις περιπτώσεις. Επίσης παρατηρούμε ότι είναι θετικός για τις μετοχές ΕΤΕ, ΟΤΕ και FTASE-20 που σημαίνει ότι η κατανομή έχει μεγαλύτερη επιμήκυνση στο θετικό άκρο ενώ αντίθετα για τις υπόλοιπες μετοχές είναι αρνητικός που σημαίνει ότι η κατανομή έχει μεγαλύτερη επιμήκυνση στο αρνητικό άκρο. Στην περίπτωση μας έχουμε μεγαλύτερη συγκέντρωση σε ακραίες θετικές αποδόσεις στις μετοχές του FTASE-20 και μεγαλύτερη συγκέντρωση σε ακραίες αρνητικές αποδόσεις στις μετοχές της παράλληλης.
- **Jarque-Bera:** Το τεστ κανονικότητας Jarque-Bera μας δίνει αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης της κανονικής κατανομής με πιθανότητες 0.014462 για το δείκτη FTASE-20, 0.015969 για το δείκτη της Παράλληλης, 0.000018 για τη μετοχή της Εθνικής, 0.091070 για τη μετοχή του ΟΤΕ, 0.005956 για τη μετοχή ΔΙΕΚΑΤ και 0.051002 για τη μετοχή Metrolife. Το αποτέλεσμα του Jarque-Bera τεστ είναι συνάρτηση της κύρτωσης και του συντελεστή συμμετρίας, οπότε το στοιχείο με κύρτωση πιο κοντά στο 3 και συντελεστή συμμετρίας πιο κοντά στο 0 έχει μεγαλύτερη πιθανότητα αποδοχής της μηδενικής υπόθεσης της κανονικότητας.
- **Ελάχιστος:** Εδώ παρατηρούμε ότι ο ελάχιστος στις περισσότερες περιπτώσεις είναι μέσα στα όρια που ισχύουν στο ελληνικό χρηματιστήριο για την περίοδο αυτή (δηλαδή -8%) και σχεδόν όλες τις φορές έχει αγγίξει το κατώτατο όριο. Επίσης αξιωματικά επισημαίνεται ότι στις περιπτώσεις που έχουμε ελάχιστο μεγαλύτερο από -8% οφείλεται στο ότι οι αποδόσεις υπολογίζονται με υπόδειγμα συνεχούς χρόνου (ln) παρόλο που τα δεδομένα μας είναι διακριτά (ημερήσιες παρατηρήσεις).

- **Μέγιστος:** Για τον μέγιστο ισχύουν περίπου τα ίδια πράγματα με τη διαφορά ότι δεν εξαντλείται το ανώτατο όριο σε όλες τις περιπτώσεις (για παράδειγμα ο μέγιστος του δείκτη FTASE-20) και επίσης δεν ξεπερνιέται το +8% όπως στην περίπτωση του κατώτερου ορίου. Γενικότερα το ότι αγγίζονται τα όρια είναι μια ένδειξη της συγκέντρωσης των κατανομών στα άκρα.

3.3.2 Περίοδος 7/2/2000 – 12/2/2001

Για την δεύτερη περίοδο οι στατιστικές μεταβλητές συνοψίζονται στον Πίνακα 3.4.

	FTASE – 20	Παράλληλη	ETE	OTE	ΔΙΕΚΑΤ	Metrolife
Μέσος	-0,001735959	-0,007387721	-0,00097	-0,00171	-0,00584	-0,00657
Τυπικό Σφάλμα	0,001252231	0,002559782	0,00141	0,001403	0,002792	0,002569
Διάμεσος	-0,002464959	-0,009790012	-0,00246	-0,00182	-0,00737	-0,00922
Κορυφή	#N/A	#N/A	0	0	0	0
Τυπική Απόκλιση	0,020035696	0,04095651	0,022558	0,02245	0,044672	0,041109
Διακύμανση	0,000401429	0,001677436	0,000509	0,000504	0,001996	0,00169
Κύρτωση	7.524066	2.883149	7.494611	5.832362	2.861683	3.238678
Συντ. Συμμετρίας	0,519057291	0,201281197	0,679323	-0,0821	0,345448	0,322047
Jarque-Bera	229.6776	1.854022	234.9421	85.85513	5.236138	4.981016
Πιθανότητα	0.000000	0.395735	0.000000	0.000000	0.072944	0.082868
Εύρος	0,18285375	0,198259733	0,208705	0,187711	0,216671	0,199702
Ελάχιστος	-0,09604792	-0,1038204	-0,09815	-0,105	-0,10344	-0,10451
Μέγιστος	0,08680583	0,094439333	0,110553	0,082712	0,113231	0,095192
Άθροισμα	-0,444405461	-1,891256675	-0,24737	-0,43829	-1,49581	-1,68099
Μέγεθος Δείγματος	256	256	256	256	256	256

Πίνακας 3.4

Τα αποτελέσματα της δεύτερης περιόδου συνδέονται άμεσα με την αύξηση των ορίων από 8% σε 10% και επίσης με την γενική πτώση των τιμών στο ελληνικό χρηματιστήριο. Γενικά παρατηρούμε και πάλι την κατηγοριοποίηση των αποτελεσμάτων μας ανά κλάδο. Παρακάτω γίνεται μια σύγκριση των αποτελεσμάτων της δεύτερης περιόδου με την πρώτη:

- **Μέσος:** Παρατηρούμε μια μετατόπιση του μέσου προς τα αριστερά και αλλαγή του προσήμου σε αρνητικό. Αυτό ισχύει για όλα τα δεδομένα μας αλλά ιδιαίτερα για το δείκτη και τις μετοχές της παράλληλης έχουμε πολύ μεγαλύτερη μετατόπιση. Αυτό είναι μια ένδειξη της μεγαλύτερης αστάθειας των μετοχών αυτών. Η αλλαγή του προσήμου μετατοπίζει τις κατανομές αριστερά που σημαίνει ότι σημειώνονται αρνητικές αποδόσεις.
- **Τυπική Απόκλιση:** Για τις τυπικές αποκλίσεις (μεταβλητότητες) παρατηρούμε μια γενική μείωση εκτός από το δείκτη της παράλληλης που αυξήθηκε η μεταβλητότητα του. Αυτό μπορούμε να το συσχετίσουμε με την αύξηση του ορίου από 8% σε 10% που οδήγησε σε μια εκτόνωση των τιμών με συνέπεια οι αυξομειώσεις να είναι πιο ομαλές. Η αύξηση της μεταβλητότητας του δείκτη της παράλληλης θα μπορούσε να αποδοθεί στην αλλαγή της σύνθεσης του διότι είναι ένας από τους δείκτες που αναδιαρθρώνεται συχνά λόγω της συχνής εισόδου/εξόδου μετοχών από το συγκεκριμένο κλάδο.
- **Κύρτωση:** Παρατηρούμε ότι η κύρτωση έχει αυξηθεί σε όλες τις περιπτώσεις. Για τις μετοχές ΕΤΕ, ΟΤΕ και δείκτη FTASE-20 έχει ξεπεράσει πολύ το 3 (είναι κοντά στο 7) που σημαίνει ότι η κατανομή τους γίνεται πιο ‘μυτερή’ (λεπτόκυρτη) ενώ αντίθετα οι μετοχές της παράλληλης πλησιάσαν πολύ κοντά στο 3 (η Metrolife μάλιστα το ξεπέρασε) που δείχνει ότι οι κατανομές τους έπαψαν να είναι πλατύκυρτες. Γενικότερα, μειώθηκε η πυκνότητα στα άκρα (ειδικότερα στις μετοχές της παράλληλης) ενώ αντίθετα αυξήθηκε η κατανομή γύρω από το μέσο (ειδικότερα για τις μετοχές του FTASE-20). Και εδώ πάλι παρατηρούμε την επίδραση της αλλαγής των ορίων στην εξομάλυνση των κατανομών. Αντίθετα τα όρια πιέζουν πολλές φορές τις μετοχές να κλείνουν κατ’επανάληψη στα άκρα, ιδιαίτερα σε περιόδους έντονης ανόδου ή πτώσης.
- **Συντ. Συμμετρίας:** Ο συντελεστής συμμετρίας είναι θετικός για όλα τα στοιχεία εκτός από τη μετοχή του ΟΤΕ που είναι αρνητικός. Ο θετικός συντελεστής συμμετρίας σημαίνει επιμήκυνση του θετικού άκρου ενώ αρνητικός συντελεστής συμμετρίας σημαίνει επιμήκυνση του αρνητικού άκρου. Γενικότερα ο συντελεστής συμμετρίας αυξήθηκε σε όλες τις περιπτώσεις εκτός από τον ΟΤΕ

που μειώθηκε. Κατά απόλυτη τιμή πιο κοντά στο 0 (που σημαίνει και πιο κοντά στην κανονική κατανομή) είναι η μετοχή του ΟΤΕ και ο δείκτης της παράλληλης.

- **Jarque-Bera:** Το τεστ κανονικότητας Jarque-Bera απορρίπτει την μηδενική υπόθεση της κανονικής κατανομής με πιθανότητα 100% για τις μετοχές ΕΤΕ, ΟΤΕ και FTASE-20 ενώ αντίθετα έχουμε αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης για τις μετοχές της παράλληλης με πιθανότητα 0.07 και 0.08 ενώ αντίστοιχα και το δείκτη της παράλληλης έχουμε πιθανότητα 0.40. Οι απορρίψεις που είχαμε στις μετοχές ΕΤΕ, ΟΤΕ και στο δείκτη FTASE-20 είναι απόρροια της πολύ μεγάλης κύρτωσης που εμφάνισαν ενώ αντίθετα οι μετοχές της παράλληλης απαλλάχτηκαν από τη συγκέντρωση στα άκρα (fat tails) οπότε έδωσαν αποτελέσματα πιο κοντά στην κανονική κατανομή.
- **Ελάχιστος:** Ο ελάχιστος για όλες τις μετοχές και δείκτες έχει φτάσει στο κατώτερο όριο του που είναι το 10%. Σε κάποιες περιπτώσεις έχει ξεπεραστεί το όριο διότι στη δεύτερη περίοδο συμπεριλαμβάνεται και η αλλαγή των ορίων από 10% σε 12%.
- **Μέγιστος:** Ας σημειωθεί εδώ ότι το μέγιστο ποσοστό αύξησης το έχουν αγγίξει με τη σειρά η ΕΤΕ, η ΔΙΕΚΑΤ και η ΜΕΤΡΟΛΙΦΕ ενώ αντίστοιχα οι υπόλοιπες άγγιζαν περίπου το 9%.

3.4 Συσχετίσεις

Με τη βοήθεια του Excel χρησιμοποιώντας την επιλογή ‘Συσχετίσεις από την ‘Ανάλυση Δεδομένων’ υπολογίσαμε τις συσχετίσεις μεταξύ των μεταβλητών (μετοχών και δεικτών).

3.4.1 Περίοδος 23/2/1999 – 4/2/2000

Οι συσχετίσεις για την πρώτη περίοδο δίνονται στον Πίνακα 3.5 όπου παρατήρουμε να υπάρχει μεγάλη συσχέτιση μεταξύ των δεικτών και των μετοχών που τους απαρτίζουν καθώς επίσης και μεταξύ των μετοχών που βρίσκονται στην ίδια κατηγορία. Επίσης παρατηρείται μικρή συσχέτιση μεταξύ των μετοχών που ανήκουν σε διαφορετική

κατηγορία καθώς και μεταξύ των δεικτών και των μετοχών της άλλης κατηγορίας. Γενικότερα, πάντα υπάρχει μια θετική συσχέτιση που δείχνει την γενική τάση της ελληνικής αγοράς και επηρεάζει όλες τις μετοχές και δείκτες. Επίσης ας σημειωθεί ότι γενικότερα είναι μεγαλύτερες οι συσχετίσεις μεταξύ δεικτών και μετοχών, είτε πρόκειται για την ίδια κατηγορία, είτε όχι σε σχέση με τις συσχετίσεις μεταξύ των μετοχών. Αυτό ισχύει διότι ο δείκτης είναι λιγότερο ευμετάβλητος και λόγω της σύνθεσης του έχει απαλλαχτεί μερικώς από την αστάθεια και τους παράγοντες που μπορούν να πλήξουν μια μεμονωμένη μετοχή. Το μεγαλύτερο βαθμό συσχέτισης τον παρατηρούμε μεταξύ της μετοχής της Εθνικής και του δείκτη FTASE-20 (0,8975) ενώ ο μικρότερος βαθμός συσχέτισης παρατηρείται μεταξύ της μετοχής ΔΙΕΚΑΤ και ΟΤΕ (0,2716).

	<i>FTASE-20</i>	<i>Παράλληλη</i>	<i>ΕΤΕ</i>	<i>ΟΤΕ</i>	<i>ΔΙΕΚΑΤ</i>	<i>MetroLife</i>
FTASE 20	1					
Παράλληλη	0,537250832	1				
ΕΤΕ	0,897247318	0,359440559	1			
ΟΤΕ	0,706309047	0,3163898	0,586665	1		
ΔΙΕΚΑΤ	0,452270841	0,753093721	0,296442	0,261994	1	
MetroLife	0,477181402	0,777326989	0,345941	0,303899	0,530639	1

Πίνακας 3.5

3.4.2 Περίοδος 7/2/2000 – 12/2/2001

Οι συσχετίσεις αντίστοιχα για την δεύτερη περίοδο δίνονται στον Πίνακα 3.6.

	<i>FTASE-20</i>	<i>Παράλληλης</i>	<i>ΕΤΕ</i>	<i>ΟΤΕ</i>	<i>ΔΙΕΚΑΤ</i>	<i>MetroLife</i>
FTASE-20	1					
Παράλληλη	0,703737812	1				
ΕΤΕ	0,914933321	0,54050137	1			
ΟΤΕ	0,779649382	0,486265779	0,643288	1		
ΔΙΕΚΑΤ	0,657879132	0,893279351	0,521044	0,476387	1	
MetroLife	0,672562427	0,828660476	0,512365	0,490975	0,657609	1

Πίνακας 3.6

Στη δεύτερη περίοδο παρατηρούμε μια γενική αύξηση στις συσχετίσεις σε σχέση με την πρώτη περίοδο. Αυτό δηλώνει ότι η πορεία όλων των μετοχών έχει την τάση και κινείται

προς την ίδια κατεύθυνση. Βλέπουμε επίσης ότι οι αυξήσεις που παρατηρήθηκαν στις συσχετίσεις έγιναν ανάλογα με τις συσχετίσεις της προηγούμενης περιόδου οπότε δεν άλλαξε ο βαθμός συσχέτισης μεταξύ των μεταβλητών σε καμιά περίπτωση. Και σε αυτή την περίοδο το μεγαλύτερο βαθμό συσχέτισης τον έχει η μετοχή της Εθνικής (ΕΤΕ) με το δείκτη FTASE-20 (0,9143) το οποίο είναι αναμενόμενο λόγω της μεγάλης συμμετοχής της μετοχής στο δείκτη. Αντίθετα ο μικρότερος βαθμός συσχέτισης παρατηρείται μεταξύ της μετοχής της ΔΙΕΚΑΤ με της μετοχής του ΟΤΕ (0,48) που θα μπορούσε να αποδοθεί στον διαφορετικό κλάδο που ανήκουν καθώς και στη μικρότερη συμμετοχή στους αντίστοιχους δείκτες.

3.5 Έλεγχος για Κανονικότητα

Στην ενότητα αυτή θα γίνει μια γραφική απεικόνιση των κατανομών των αποδόσεων και θα συγκριθούν με τις αντίστοιχες κανονικές κατανομές. Για το σκοπό αυτό για κάθε μετοχή ή δείκτη κατασκευάζουμε την αντίστοιχη κανονική κατανομή θεωρώντας το μέσο και την τυπική απόκλιση των εμπειρικών κατανομών. Στη συνέχεια δημιουργούμε διαγράμματα με τις δύο κατανομές και σχολιάζουμε τις αποκλίσεις της εμπειρικής κατανομής από την κανονική. Επίσης δημιουργούμε την αθροιστική συνάρτηση συχνότητας για την εμπειρική και κανονική κατανομή και απεικονίζουμε την αθροιστική συνάρτηση συχνότητας της εμπειρικής κατανομής σαν συνάρτηση της αθροιστικής συνάρτησης συχνότητας. Αυτό το διάγραμμα μας βοηθά να δούμε την πορεία της εμπειρικής κατανομής σε σχέση με την κανονική. Όσο πιο κοντά στη διαγώνιο είναι η εμπειρική αθροιστική συνάρτηση συχνότητας τόσο πιο κοντά είναι στην κανονική κατανομή. Θα ξεκινήσουμε με την πρώτη περίοδο και στη συνέχεια θα σχολιαστούν οι διαφορές που παρουσιάζονται στη δεύτερη περίοδο.

3.5.1 Περίοδος 23/2/1999 – 4/2/2000

3.5.1.1 Δείκτης FTASE-20

Για το δείκτη FTASE-20 η κατανομή συχνοτήτων παρουσιάζεται στο *Διάγραμμα 3.1*. Από το διάγραμμα διαπιστώνουμε ότι η εμπειρική κατανομή είναι αρκετά κοντά στην

αντίστοιχη κανονική με κάποιες αποκλίσεις. Βλέπουμε ότι έχουμε μεγαλύτερη συγκέντρωση στα άκρα σε σχέση με την κανονική κατανομή καθώς επίσης και μεγαλύτερη συγκέντρωση γύρω από τη μέση τιμή. Επίσης, παρατηρείται μεγαλύτερη συγκέντρωση στις θετικές τιμές πράγμα που το έχει αποδείξει και η θετική συμμετρία καθώς και μικρότερη συγκέντρωση στα άκρα πράγμα που έχουμε ήδη σχολιάσει από την κύρωση. Επίσης το θετικό άκρο της κατανομής έχει μια κλίση προς τα πάνω που αποδεικνύει πίεση των τιμών στο ανώτατο όριο λόγω του μικρού ημερήσιου ποσοστού ανόδου.

Στο *Διάγραμμα 3.2* βλέπουμε την αθροιστική εμπειρική κατανομή σαν συνάρτηση της αθροιστικής κανονικής κατανομής και διαπιστώσουμε κατά πόσο η εμπειρική ταυτίζεται (επικαλύπτεται) από την κανονική κατανομή. Αν η εμπειρική κατανομή ταυτίζεται με την κανονική τότε η απόκλιση της συνάρτησης είναι ίση με τη μονάδα ($X=Y$) όπου X η αντίστοιχη τιμή της κανονικής κατανομής. Από το διάγραμμα μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι έχουμε αποκλίσεις από την κανονική κατανομή ειδικότερα όσο πλησιάζουμε προς το μέσο. Επίσης μεγαλύτερες διαφορές παρουσιάζονται στις αρνητικές αποδόσεις.

3.5.1.2 Εθνική Τράπεζα (ΕΤΕ)

Η συμπεριφορά της μετοχής της Εθνικής Τράπεζας όπως διαπιστώνουμε από τα διαγράμματα είναι αντίστοιχη με αυτή του δείκτη. Παρατηρούμε μια μεγαλύτερη συγκέντρωση τιμών γύρω από το μέσο σε σχέση με την κανονική κατανομή καθώς επίσης και μια συγκέντρωση στα άκρα. Επίσης βλέπουμε ότι ενώ το άκρο των αρνητικών αποδόσεων ταυτίζεται με αυτό της κανονικής κατανομής, το άκρο των θετικών αποδόσεων έχει τάση για απεριόριστη άνοδο η οποία περιορίζεται από τα ορία. Επίσης αξίζει να σημειωθεί ότι η κατανομή της μετοχής της εθνικής έχει μεγαλύτερη συμμετρία σε σχέση με αυτή του δείκτη. Στο *Διάγραμμα 3.4* διαπιστώνουμε την μεγαλύτερη συγκέντρωση της κατανομής στο μέσο.

3.5.1.3 Οργανισμός Τηλεπικοινωνιών (ΟΤΕ)

Από το *Διάγραμμα 3.5* βλέπουμε ότι η κατανομή της μετοχής του ΟΤΕ είναι αρκετά κοντά στην κανονική κατανομή και μάλιστα σε γενικές γραμμές ακολουθεί τη συμπεριφορά του δείκτη FTASE-20. Και εδώ έχουμε μεγαλύτερη συγκέντρωση γύρω από το μέσο με τη διαφορά ότι υπάρχει κλίση της κατανομής προς τα αριστερά που σημαίνει συγκέντρωση στις αρνητικές τιμές. Επίσης έχουμε μεγάλη πύκνωση στο θετικό άκρο πράγμα που δείχνει απεριόριστη τάση ανόδου που δεν μπορεί να εκδηλωθεί λόγω των ορίων. Τέλος στο αρνητικό άκρο έχουμε μια τάση για μεγαλύτερη πτώση.

Στο *Διάγραμμα 3.6* παρατήρουμε μεγαλύτερη συγκέντρωση στα άκρα και κυρίως στο άνω άκρο που επιβεβαιώνει την τάση για απεριόριστη άνοδο. Επίσης παρατηρούνται μικρότερες τιμές στην υπόλοιπη κατανομή σε σχέση με την κανονική κατανομή.

3.5.1.4 Δείκτης Παράλληλης

Η κατανομή του δείκτη της παράλληλης φαίνεται στο *Διάγραμμα 3.7*. Βλέπουμε ότι αποκλίνει αρκετά από την κανονική κατανομή και παρουσιάζει πολύ περισσότερες αυξομειώσεις. Όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις παρατηρούμε μια συγκέντρωση τιμών γύρω από το μέσο καθώς επίσης και στα δύο άκρα με αποτέλεσμα η κύρτωση να είναι πολύ διαφορετική από το 3. Μάλιστα έχουμε μεγαλύτερη πυκνότητα στο αρνητικό άκρο γι'αυτό και η συμμετρία είναι αρνητική. Επίσης μπορούμε να δούμε πολύ μεγαλύτερες αυξομειώσεις σε σχέση με την κανονική που δείχνει απότομη μεταβολή των αποδόσεων.

Από το *Διάγραμμα 3.8* μπορούμε επίσης να παρατηρήσουμε τη συγκέντρωση τιμών στα άκρα. Επίσης είναι φανερό ότι η εμπειρική κατανομή δεν ταυτίζεται με την κανονική και βλέπουμε ότι παρουσιάζονται μεγάλες αποκλίσεις (η πορεία της εμπειρικής δεν ακολουπά καθόλου την κανονική).

3.5.1.5 Μετοχή ΔΙΕΚΑΤ

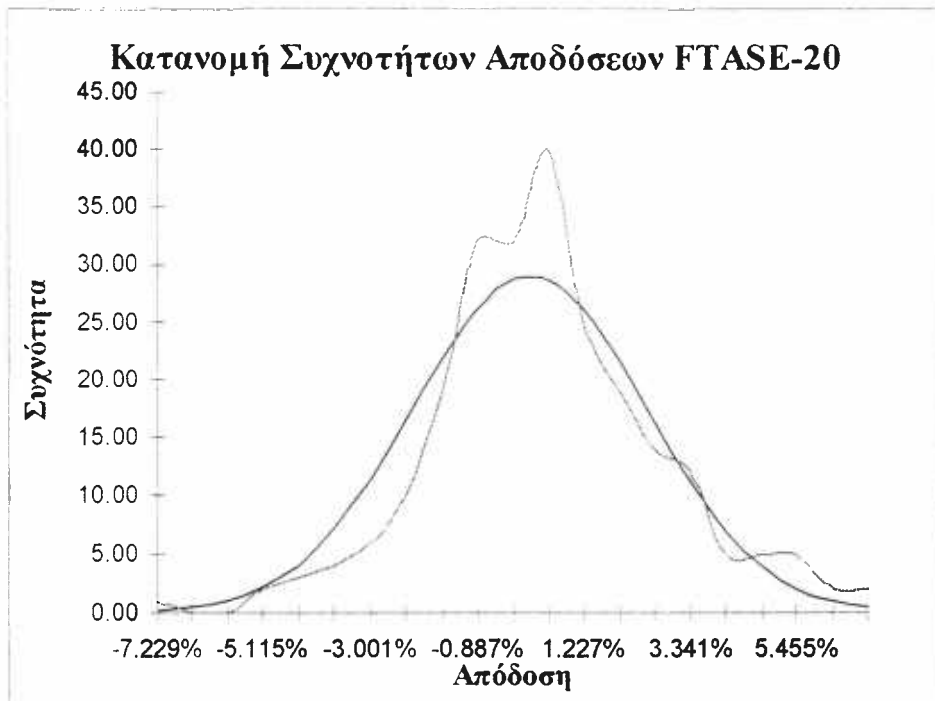
Στο *Διάγραμμα 3.9* παρατηρούμε μεγάλες αποκλίσεις από την κανονική κατανομή καθώς επίσης μεγάλες διακυμάνσεις των αποδόσεων. Επίσης δεν υπάρχει ιδιαίτερη

συγκέντρωση γύρω από το μέσο και μάλιστα παρατηρούμε την ίδια συχνότητα σε μέσο και άκρα, που δείχνει ίδια πιθανότητα εμφάνισης όλου του εύρους των αποδόσεων. Τέλος, είναι εμφανής η μεγάλη συγκέντρωση τιμών στα άκρα (πλατύκυρτη) πράγμα το οποίο έχει δείξει και η κύρτωση. Η μεγάλη συγκέντρωση στα άκρα οφείλεται και πάλι στα μικρά όρια (8%). Επίσης παρατηρούμε ότι στο θετικό άκρο η συνάρτηση τείνει στο άπειρο, πράγμα που δηλώνει τάση για απεριόριστη άνοδο (η μετοχή συνήθιζε να κλειδώνει θετικά στο ανώτατο όριο για συνεχόμενες συνεδριάσεις). Στο *Διάγραμμα 3.10* βλέπουμε επίσης τη μεγάλη συγκέντρωση στα άκρα (ιδιαίτερα στο θετικό άκρο) και ότι οι τιμές της κατανομής δεν βρίσκονται στην ίδια ευθεία με αυτές της κανονικής κατανομής.

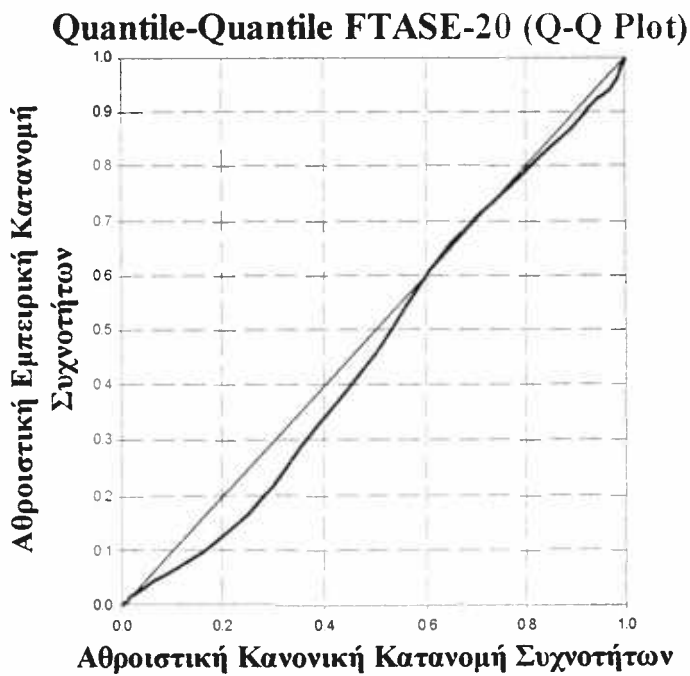
3.5.1.6 Μετοχή Metrolife

Στο *Διάγραμμα 3.11* βλέπουμε τη συμπεριφορά της μετοχής της MetroLife όπου παρατηρούμε πολλές ομοιότητες με την κατανομή της ΔΙΕΚΑΤ. Και εδώ παρατηρείται ίδια συχνότητα εμφάνισης τιμών στο μέσο όσο και στα άκρα και μια μεγάλη συγκέντρωση στα άκρα. Ειδικότερα στο θετικό άκρο έχουμε τάση για απεριόριστη άνοδο. Στο *Διάγραμμα 3.12* βλέπουμε και πάλι τις αποκλίσεις από την κανονική κατανομή είτε προς τα πάνω είτε προς τα κάτω και επίσης τη μεγάλη συγκέντρωση στα άκρα.

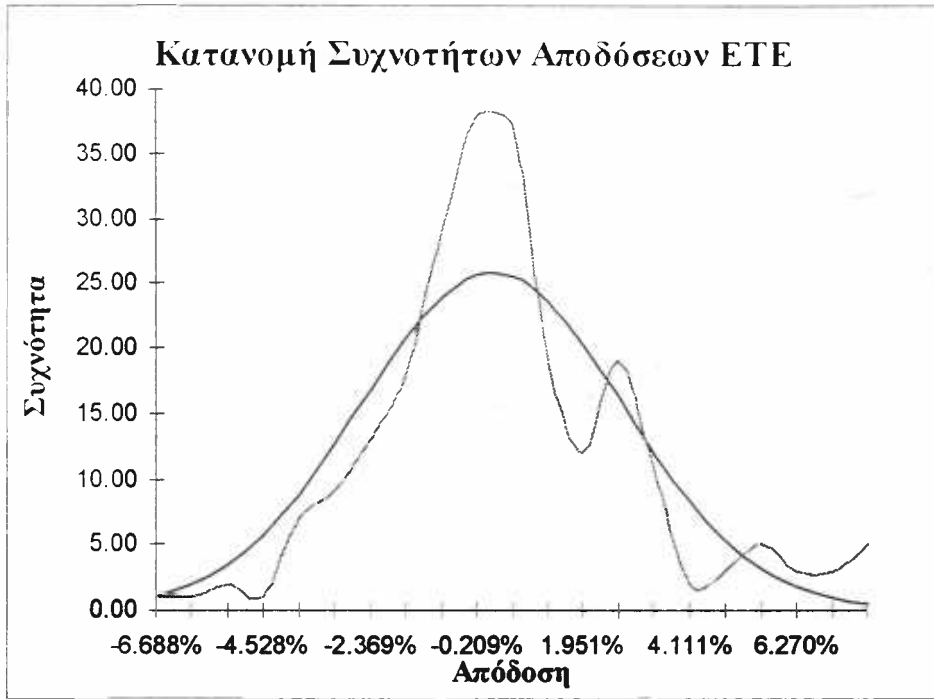
Γενικότερα παρατηρούμε ίδια συμπεριφορά των μετοχών που βρίσκονται στην ίδια κατηγορία καθώς και του δείκτη στον οποίο συμμετέχουν. Οι δείκτες είναι πάντα λιγότερο ευμετάβλητοι και έχουν πιο ομαλές διακυμάνσεις. Στις μετοχές του FTASE-20 παρατηρούμε μια μεγαλύτερη συγκέντρωση στο μέσο ενώ αντίθετα στις μετοχές της παράλληλης βλέπουμε ίδιο βαθμό συγκέντρωσης στο μέσο όσο και στα άκρα πράγμα που δείχνει τη μεγαλύτερη αστάθεια της παράλληλης αγοράς.



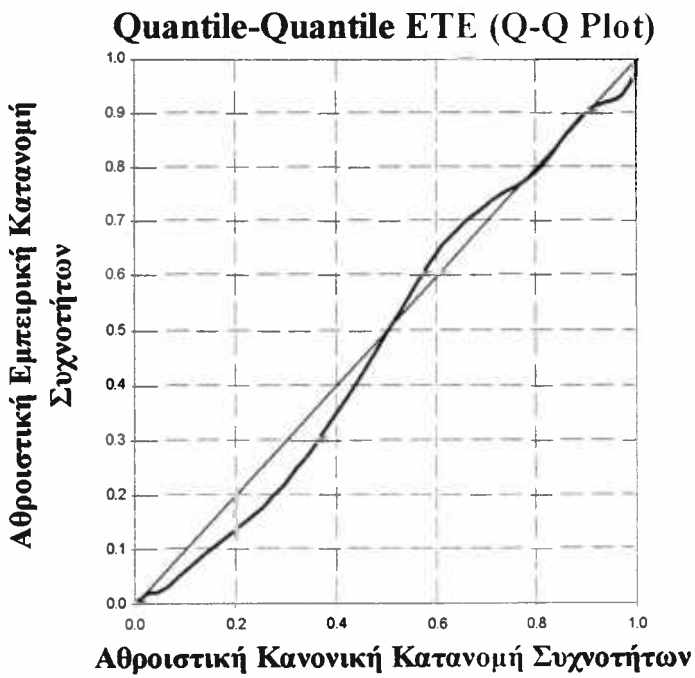
Διάγραμμα 3.1



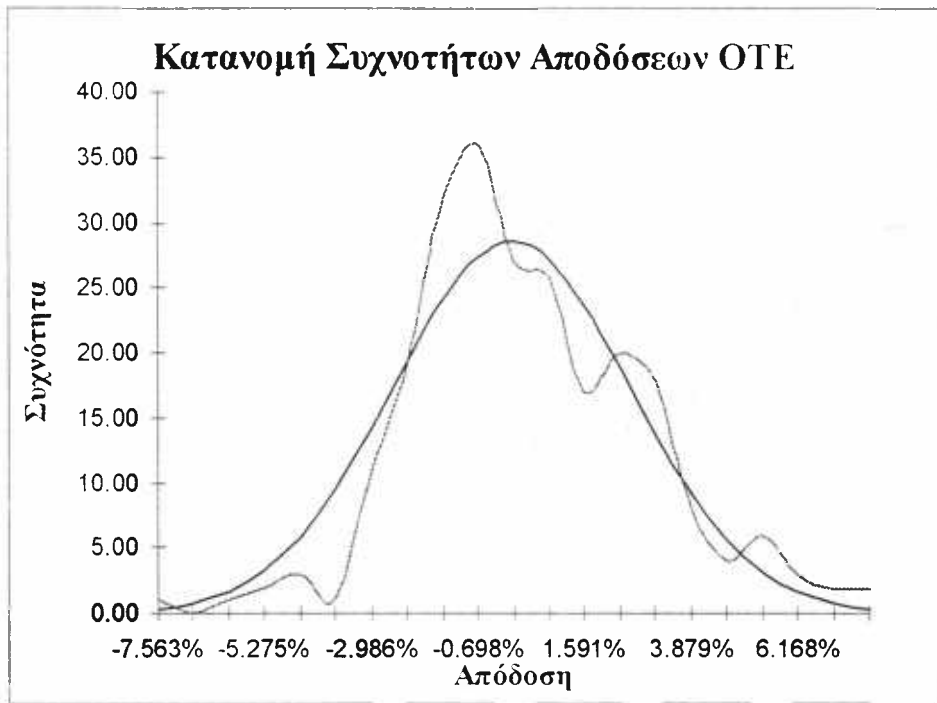
Διάγραμμα 3.2 (FTASE-20)



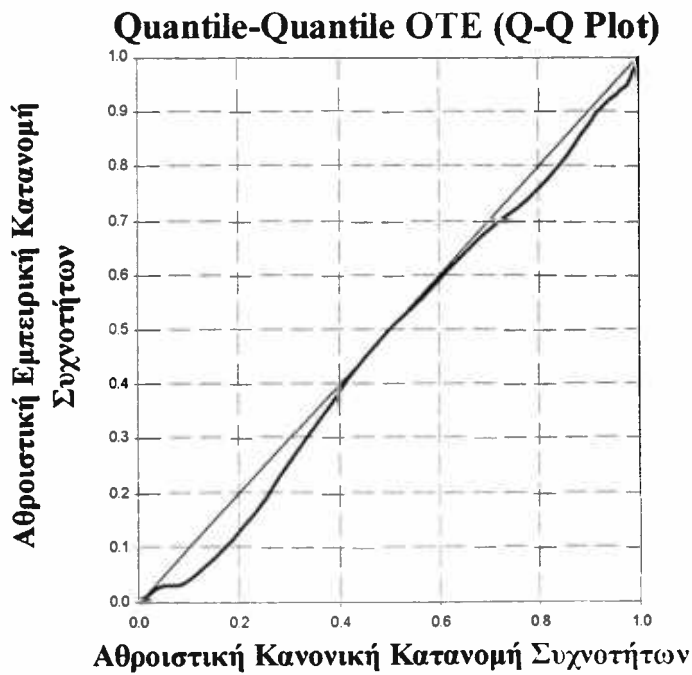
Διάγραμμα 3.3



Διάγραμμα 3.4



Διάγραμμα 3.5

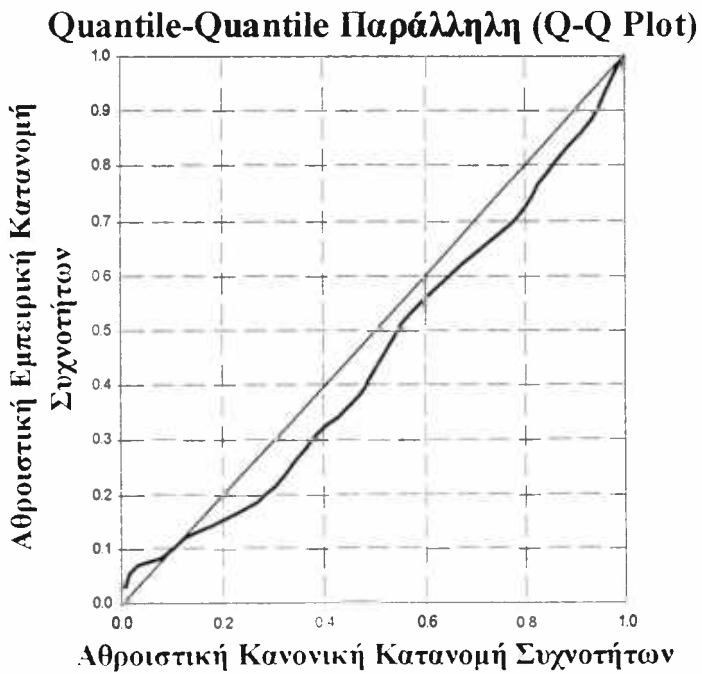


Διάγραμμα 3.6

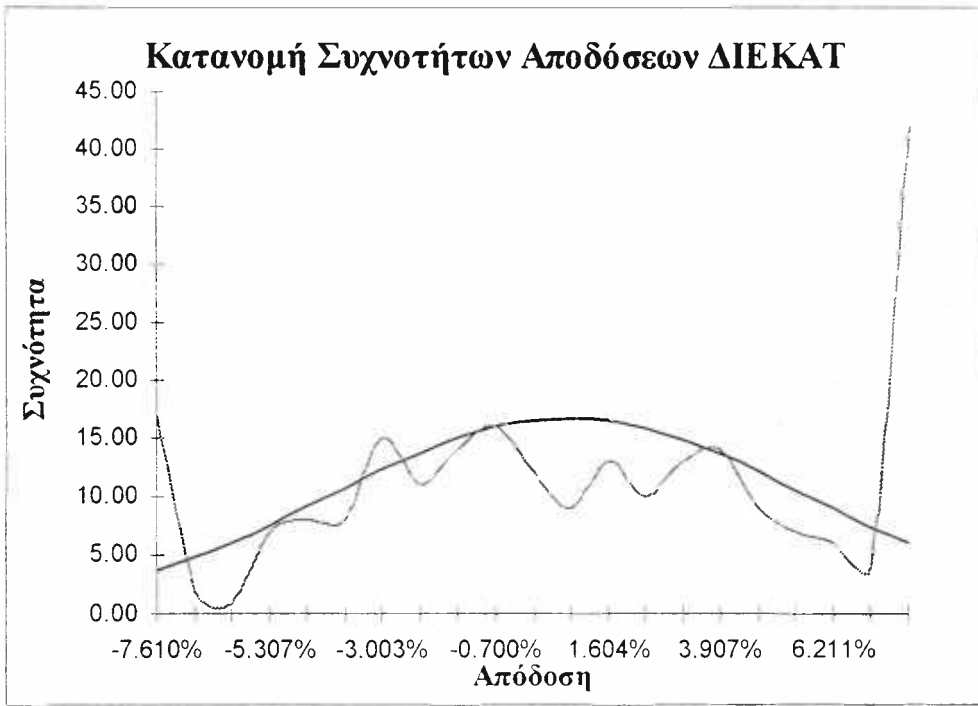




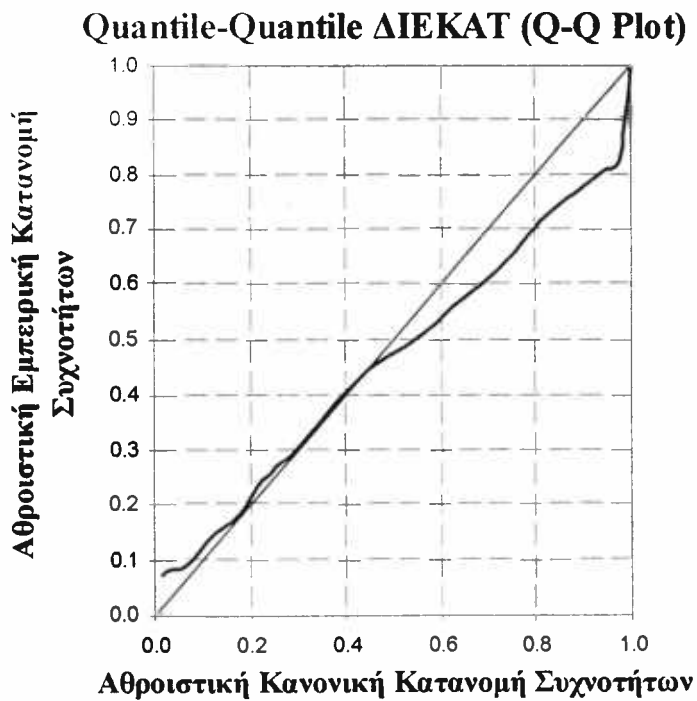
Διάγραμμα 3.7



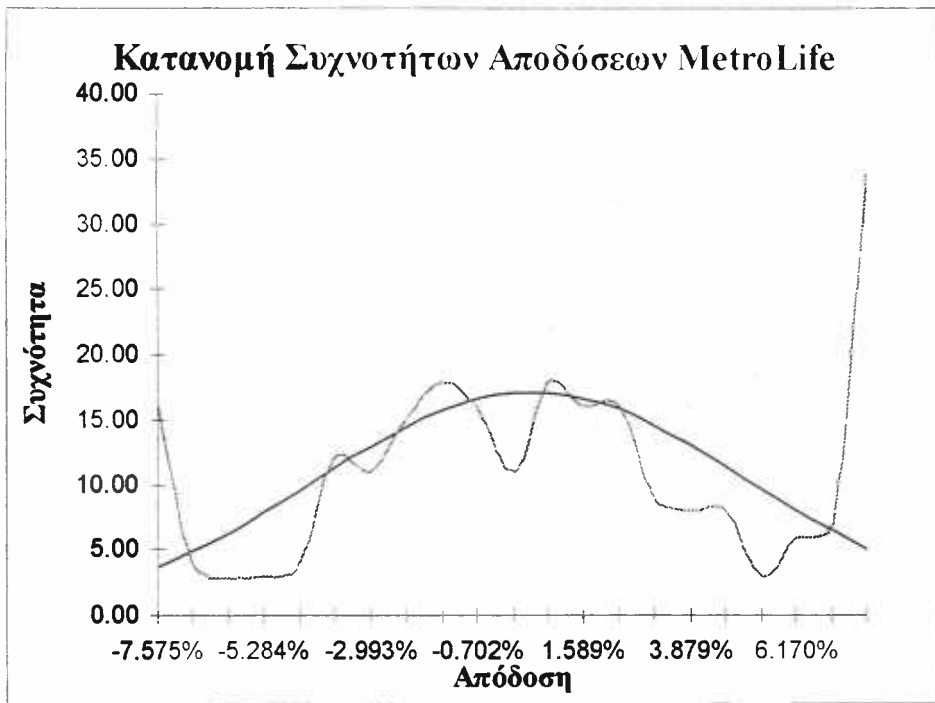
Διάγραμμα 3.8



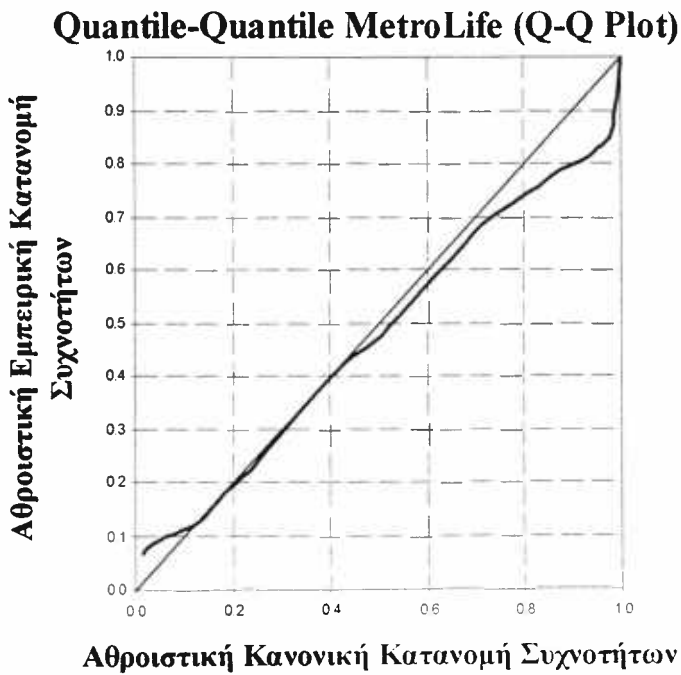
Διάγραμμα 3.9



Διάγραμμα 3.10



Διάγραμμα 3.11



Διάγραμμα 3.12



3.5.2 Περίοδος 7/2/2000 – 12/2/2001

Για τη δεύτερη περίοδο παραθέτουμε τα διαγράμματα των κατανομών των μετοχών και δεικτών και σχολιάζονται οι μεταβολές σε σχέση με την πρώτη περίοδο.

3.5.2.1 Δείκτης FTASE-20

Στο δείκτη FTASE-20 παρατηρούμε μια εξομάλυνση της κατανομής των αποδόσεων που οδηγεί σε μια καλύτερη προσέγγιση της κανονικής κατανομής. Και σε αυτή την περίοδο έχουμε μεγαλύτερη συγκέντρωση γύρω από το μέσο ενώ και στα δύο άκρα έχει μειωθεί η συγκέντρωση. Επίσης παρατηρούμε την μετατόπιση του μέσου προς τα αριστερά (αρνητική τιμή). Την εξομάλυνση της κατανομής μπορούμε να την αποδώσουμε στην αύξηση των ορίων.

3.5.2.2 Μετοχή Εθνικής Τράπεζας

Η κατανομή της μετοχής της Εθνικής επίσης παρουσιάζει βελτίωση και πλησιάζει την κανονική κατανομή. Παρατηρούμε ότι αυξάνεται η συγκέντρωση γύρω από το μέσο πράγμα το οποίο έδειξε και η αύξηση της κύρτωσης ενώ αντίθετα έχουμε μείωση της συγκέντρωσης στα άκρα. Επίσης ισχύει όπως και με το δείκτη η μετατόπιση του μέσου προς τα αριστερά.

3.5.2.3 Μετοχή Οργανισμού Τηλεπικοινωνιών

Παρόμοια στη μετοχή του ΟΤΕ βλέπουμε μια εξομάλυνση και καλύτερη προσέγγιση της κανονικής κατανομής. Μειώνεται η συγκέντρωση στα άκρα και στο θετικό άκρο παρατηρούμε μεγαλύτερη συχνότητα σε σχέση με το αρνητικό. Αυξάνεται η συγκέντρωση γύρω από το μέσο ενώ παράλληλα βλέπουμε μια τάση στο θετικό τμήμα της κατανομής. Παρατηρούμε επίσης ότι αντίθετα με την προηγούμενη περίοδο έχουμε μεγαλύτερη συγκέντρωση σε θετικές τιμές.

3.5.2.4 Δείκτης Παράλληλης

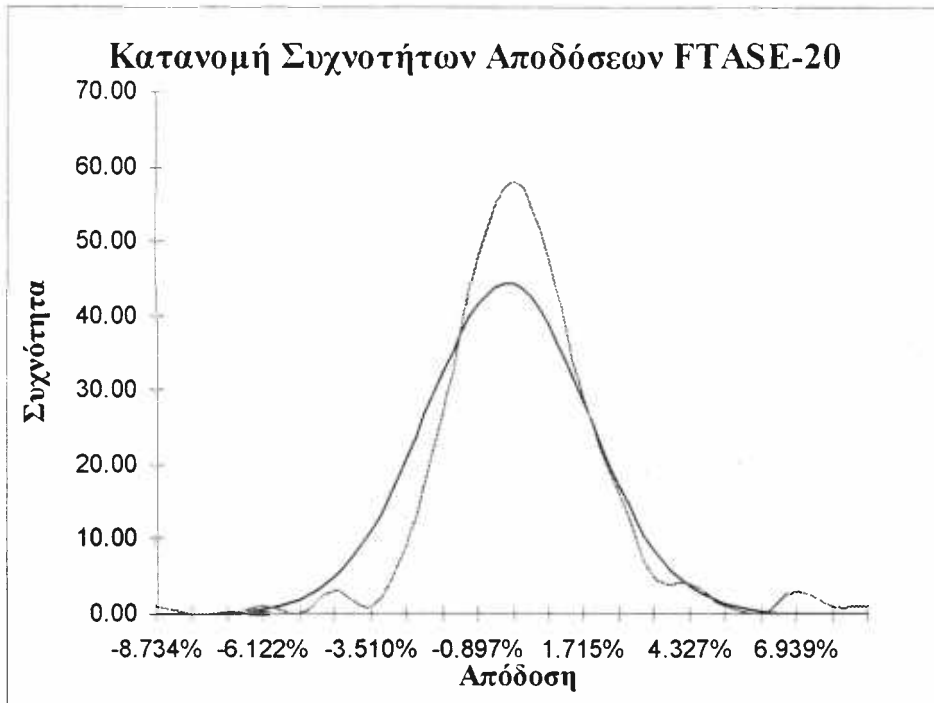
Η κατανομή του δείκτη της παράλληλης δεν παρουσιάζει ιδιαίτερη βελτίωση και βλέπουμε μεγάλη απόκλιση από την κανονική κατανομή. Η συχνότητα των διακυμάνσεων εξακολουθεί να είναι ιδιαίτερα μεγάλη στα άκρα ενώ παρατηρείται μια μεγαλύτερη συγκέντρωση γύρω από το μέσο. Επίσης βλέπουμε μια αύξηση στη συγκέντρωση στο θετικό άκρο που δείχνει την τάση για θετική μεταβολή πέρα από τα όρια ενώ αντίθετα στο αρνητικό άκρο η πτώση είναι ελεγχόμενη.

3.5.2.5 Μετοχή ΔΙΕΚΑΤ

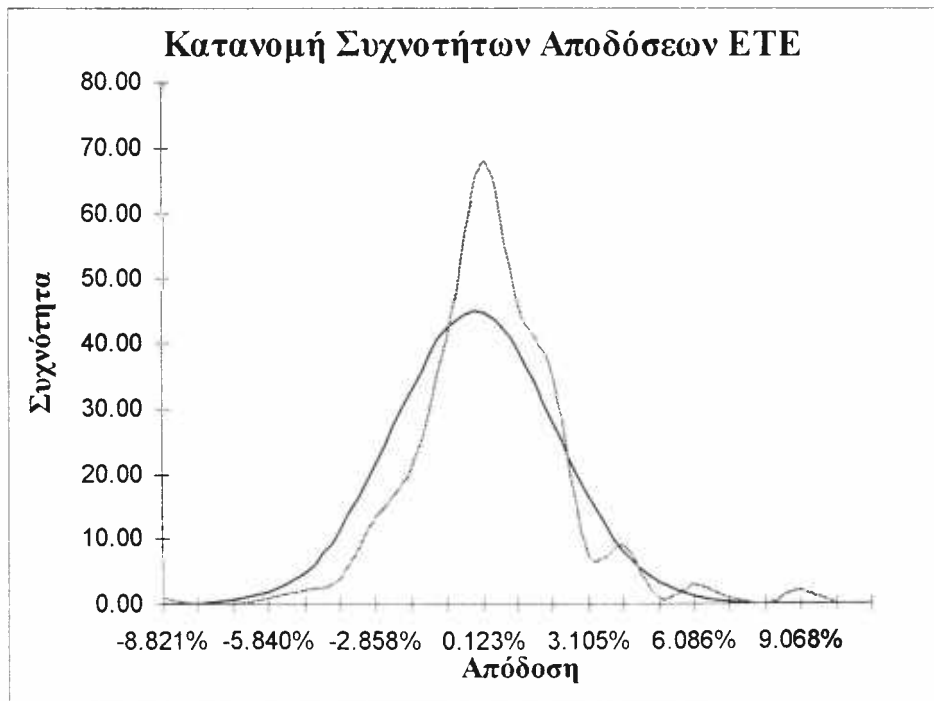
Η κατανομή της ΔΙΕΚΑΤ βλέπουμε να παρουσιάζει μικρότερες αυξομειώσεις. Επίσης στο θετικό άκρο δεν ισχύει πλέον η τάση για απεριόριστη άνοδο ενώ αντίθετα η συχνότητα στο αρνητικό άκρο τείνει να πλησιάζει το 0. Τέλος παρατηρούμε μια μεγαλύτερη συγκέντρωση στις αρνητικές τιμές.

3.5.2.6 Μετοχή MetroLife

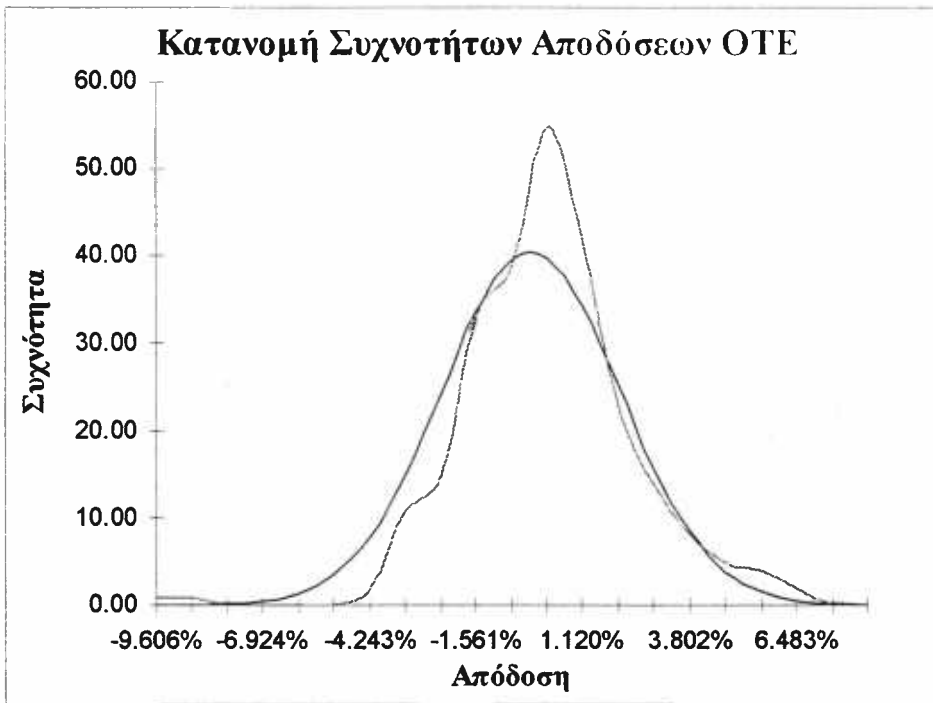
Η συμπεριφορά της MetroLife είναι τελείως διαφορετική σε σχέση με την πρώτη περίοδο. Η συγκέντρωση στα άκρα μειώνεται σχετικά ενώ αντίθετα αυξάνεται η συγκέντρωση γύρω από το μέσο. Επίσης παρατηρούμε ότι μειώνεται η συχνότητα εμφάνισης ακραίων θετικών τιμών που σημαίνει ότι η αύξηση των ορίων οδήγησε στην εκτόνωση των μεταβολών των τιμών.



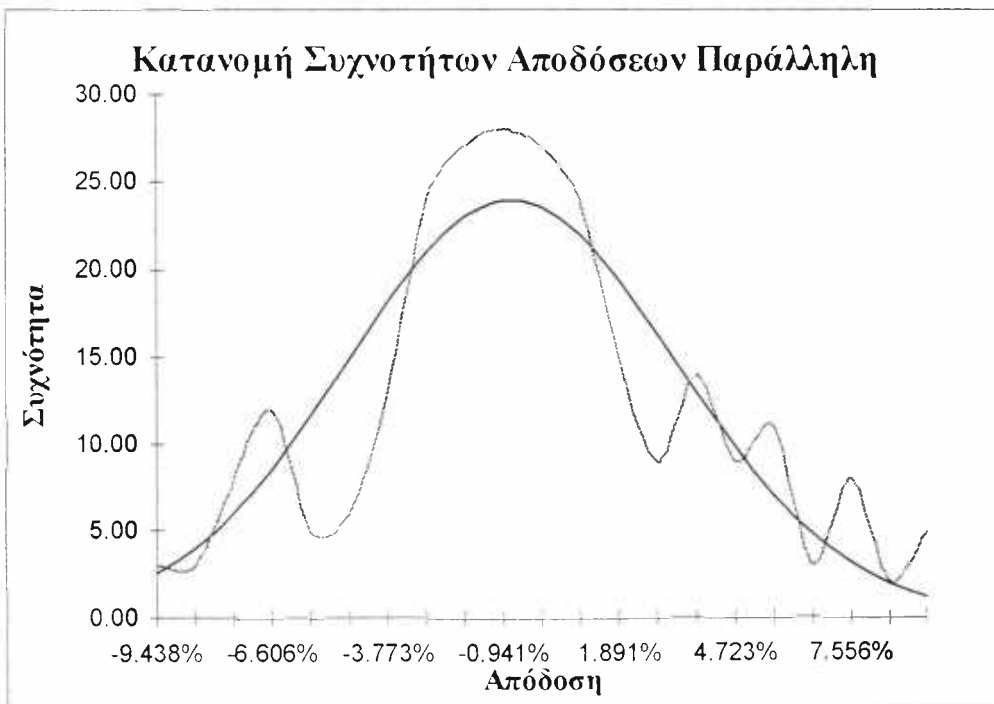
Διάγραμμα 3.13



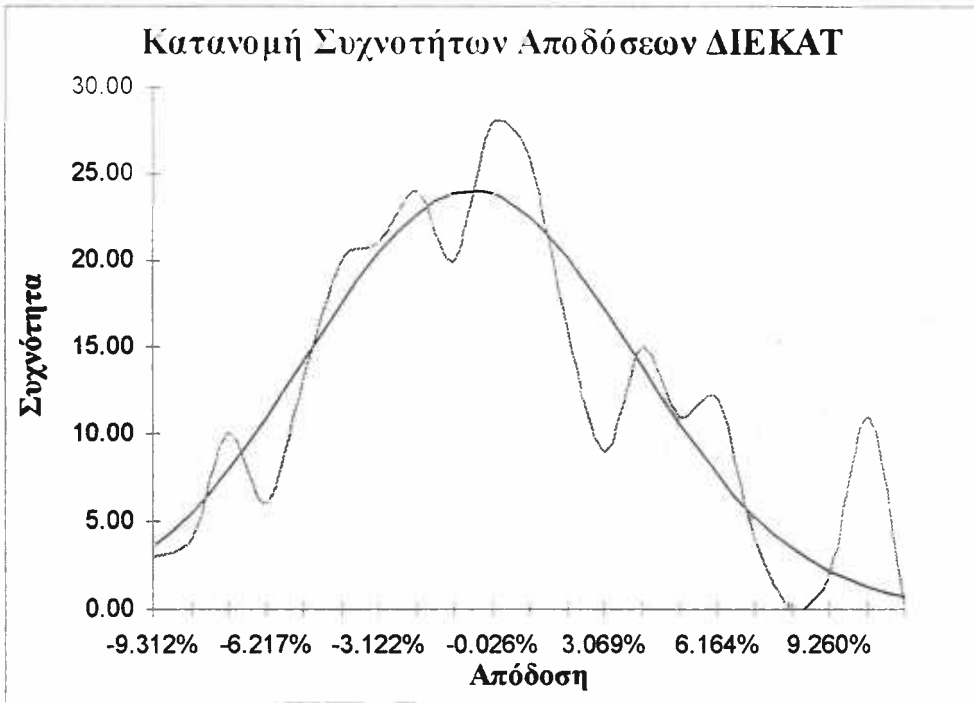
Διάγραμμα 3.14



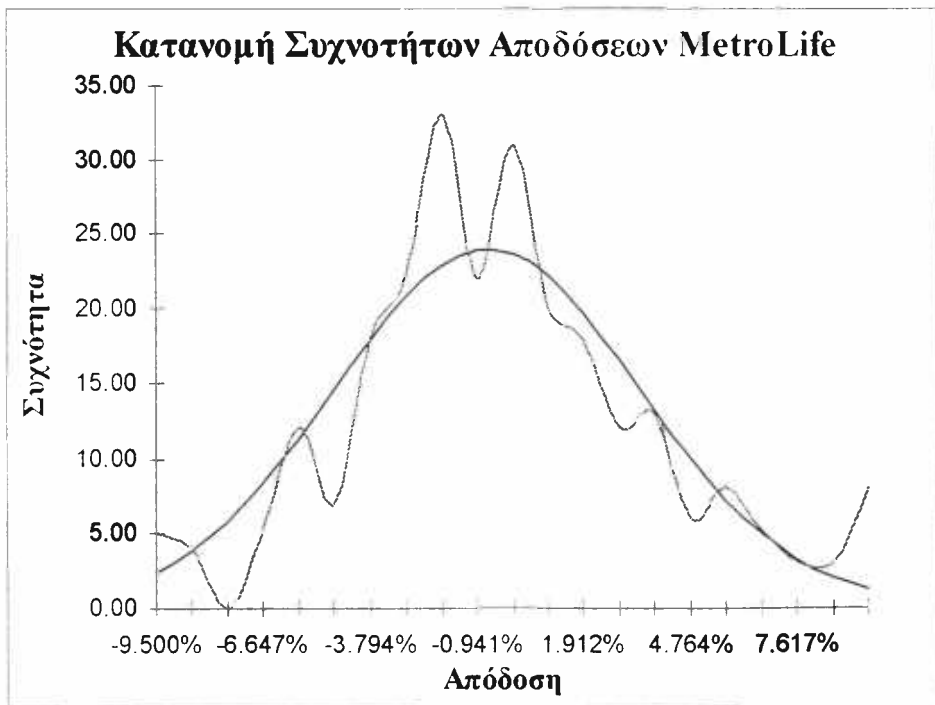
Διάγραμμα 3.15



Διάγραμμα 3.16



Διάγραμμα 3.17



Διάγραμμα 3.18

3.6 Συμπεράσματα

Στην ενότητα αυτή έγινε παρουσίαση των δεδομένων. Αρχικά έγινε μια συζήτηση για τον τρόπο επιλογής των δεδομένων και συγκεκριμένα η χρονική περίοδος που εξετάστηκε καθώς και τα στοιχεία (μετοχές / δείκτες) που επιλέχτηκαν. Τα δεδομένα μοιράστηκαν σε δύο περιόδους με τα δεδομένα της πρώτης περιόδου να αποτελούν τα ιστορικά στοιχεία ενώ αντίθετα τα δεδομένα της δεύτερης περιόδου τα πραγματικά στοιχεία. Στη συνέχεια υπολογίστηκαν στατιστικά στοιχεία για τις αποδόσεις των μετοχών και των δεικτών και για τις δύο περιόδους. Κατά την πρώτη περίοδο όλα τα στοιχεία παρουσίασαν θετικούς μέσους που είναι δείγμα των θετικών αποδόσεων. Οι τυπικές αποκλίσεις ήταν μεγαλύτερες για τις μετοχές και το δείκτη της παράλληλης που δείχνει τη μεγαλύτερη διακύμανση των μετοχών αυτών. Επίσης οι κατανομές τους ήταν πιο πλατύκυρτες σε σχέση με την κανονική κατανομή, που δείχνει μεγάλες συγκεντρώσεις στα άκρα, και η συμμετρία τους αρνητική. Αντίθετα οι κατανομές των μετοχών και του δείκτη FTASE-20 είναι πιο λεπτόκυρτες σε σχέση με την κανονική που δείχνει μεγάλη συγκέντρωση γύρω από το μέσο. Όσον αφορά τις συσχετίσεις διαπιστώνουμε το μεγάλο βαθμό συσχέτισης μεταξύ των μετοχών και των δεικτών στους οποίους συμμετέχουν καθώς επίσης και των μετοχών που ανήκουν στον ίδιο κλάδο το οποίο έχει μεγάλη σημασία στο σωστό υπολογισμό του VAR. Κατά τη δεύτερη περίοδο έχουμε για όλα τα στοιχεία μετατόπιση του μέσου σε αρνητικές τιμές. Επίσης σημειώνεται μείωση της τυπικής απόκλισης που είναι δείγμα της εξομάλυνσης των κατανομών. Οι κατανομές των μετοχών και του δείκτη της παράλληλης παύουν να είναι πλατύκυρτες ενώ αντίθετα οι κατανομές των μετοχών και του δείκτη FTASE-20 γίνονται περισσότερο λεπτόκυρτες. Τέλος αυξάνονται οι συσχετίσεις μεταξύ όλων των στοιχείων. Γενικότερα, διαπιστώθηκε η αστάθεια των μετοχών και του δείκτη της παράλληλης (μεγάλες διακυμάνσεις) ενώ αντίθετα οι μετοχές και ο δείκτης FTASE-20 είχαν πιο ομαλή συμπεριφορά. Επίσης είδαμε την ανοδική πορεία όλων των στοιχείων (θετικός μέσος) κατά την πρώτη περίοδο ενώ αντίθετα είχαμε καθοδική πορεία κατά τη δεύτερη περίοδο (αρνητικός μέσος). Επίσης η μείωση της τυπικής απόκλισης τη δεύτερη περίοδο είναι ένδειξη της επίδρασης της αλλαγής (ανόδου) των ορίων και της εκτόνωσης των τιμών.

Κεφάλαιο 4

Προσομοίωση Monte Carlo

4.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει ανάπτυξη της μεθοδολογίας προσομοίωσης Monte Carlo και θα εξηγηθεί η διαδικασία εφαρμογής στα δεδομένα για τον υπολογισμό του Value At Risk (VAR). Αρχικά θα γίνει μια περιγραφή της μεθόδου και θα σχολιαστούν πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της μεθόδου. Στη συνέχεια θα περιγραφεί το σενάριο που έχει υλοποιηθεί και θα εξηγηθούν αναλυτικά τα βήματα υπολογισμού. Τέλος θα σχολιαστούν τα αποτελέσματα που προέκυψαν για το VAR.

4.2 Μέθοδος Monte Carlo

Η προσομοίωση με τη μέθοδο Monte Carlo καλύπτει ένα μεγάλο εύρος πιθανών τιμών για οικονομικές μεταβλητές λαμβάνοντας υπ' όψιν της τις συσχετίσεις, Jorion (1997). Η μέθοδος εκτελείται σε δύο βήματα. Στο πρώτο καθορίζεται μια στοχαστική συνάρτηση μεταβολής των οικονομικών μεταβλητών και στη συνέχεια γίνεται επεξεργασία των μεταβλητών βάσει αυτής της συνάρτησης. Οι παράμετροι της μεταβλητότητας και των συσχετίσεων προκύπτουν από ιστορικά στοιχεία ή από θεωρητικές τιμές που δίνει η αποτίμηση δικαιωμάτων. Στη συνέχεια, οι μεταβολές των τιμών προσομοιώνονται για όλες τις μεταβλητές που έχουν συμπεριληφθεί. Για το χρονικό ορίζοντα που έχουμε



θέσει, το χαρτοφυλάκιο αποτιμάται καθημερινά χρησιμοποιώντας την πλήρη αποτίμηση. Οι “ψεύδο” αποδόσεις που έχουμε υπολογίσει χρησιμοποιούνται για να μεταφράσουν των κατανομή των αποδόσεων από την οποία θα προκύψει το VAR. Η διαφορά της μεθόδου Monte Carlo από την προσομοίωση που βασίζεται σε ιστορικά στοιχεία είναι ότι οι υποθετικές μεταβολές στις τιμές για κάθε προϊόν δημιουργούνται από τυχαίες τροχιές που παράγει η στοχαστική συνάρτηση αντί να προέρχονται από δείγμα ιστορικών στοιχείων.

4.2.1 Πλεονεκτήματα της Μεθόδου

Η ανάλυση Monte Carlo είναι η πιο δυναμική μέθοδος για τον υπολογισμό του VAR. Έχει τη δυνατότητα να υπολογίσει ένα μεγάλο εύρος εκροών και κινδύνων, συμπεριλαμβάνοντας το μη γραμμικό κίνδυνο τιμής, τον κίνδυνο της μεταβλητότητας και ακόμη τον κίνδυνο του μοντέλου. Είναι αρκετά ευέλικτη για να ενσωματώσει τη διαφοροποίηση του χρόνου στη μεταβλητότητα, μεγάλη συγκέντρωση στα άκρα και εξεζητημένα σενάρια. Η προσομοίωση δημιουργεί την συνολική κατανομή πιθανοτήτων και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να εξετάσει για παράδειγμα την αναμενόμενη απώλεια πέρα από το VAR. Η προσομοίωση Monte Carlo επίσης μπορεί να ενσωματώσει το πέρασμα του χρόνου, το οποίο θα δημιουργήσει αλλαγές στη δομή του χαρτοφυλακίου. Αυτό συμπεριλαμβάνει την μείωση της αξίας των δικαιωμάτων με το χρόνο, την καθημερινή εκκαθάριση των κινητών, σταθερών χρηματικών ροών ή ακόμη το αποτέλεσμα των προκαθορισμένων στρατηγικών συναλλαγών και αντιστάθμισης κινδύνου. Τα χαρακτηριστικά αυτά είναι ιδιαίτερα σημαντικά όσο μεγαλώνει ο χρονικός ορίζοντας και αυτό έχει ιδιαίτερη σημασία για τον πιστωτικό κίνδυνο.

4.2.2 Μειονεκτήματα της Μεθόδου

Το μεγαλύτερο μειονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ο μεγάλος χρόνος υπολογισμού. Αν δημιουργήσουμε 1.000 επαναλήψεις για ένα χαρτοφυλάκιο 1.000 προϊόντων, ο συνολικός αριθμός των αποτιμήσεων φτάνει σε 1 εκατομύριο. Επιπλέον αν η αποτίμηση

των στοιχείων του χαρτοφυλακίου σε μια ορισμένη χρονική στιγμή απαιτεί προσομοίωση, η μέθοδος περιλαμβάνει 'αποτίμηση μέσα στην αποτίμηση'.

Η μέθοδος αυτή είναι η πιο ακριβή να υλοποιηθεί από την άποψη των συστημάτων και της δύσκολης υλοποίησης. Γι' αυτό πολλές φορές προτιμάται η αγορά συστημάτων και όχι η υλοποίηση τους από το ίδιο το χρηματοπιστωτικό ίδρυμα.

Μια άλλη αδυναμία της μεθόδου είναι ο κίνδυνος του μοντέλου. Το Monte Carlo στηρίζεται σε μια συγκεκριμένη στοχαστική συνάρτηση για την προσομοίωση των παραγόντων κινδύνου καθώς και για την αποτίμηση προϊόντων όπως δικαιώματα και υποθήκες. Το αποτέλεσμα είναι ότι έτσι πέφτουμε στο σφάλμα ότι το μοντέλο μπορεί να είναι λάθος. Για να ελέγξουμε αν τα αποτελέσματα είναι συμβατά με τις αλλαγές στο μοντέλο τα αποτελέσματα της προσομοίωσης θα πρέπει να συμπληρωθούν από μια ανάλυση ευαισθησίας.

Τέλος οι εκτιμήσεις του VAR υπόκεινται στη διαφοροποίηση του δείγματος, το οποίο περιορίζεται από τον αριθμό των επαναλήψεων. Για παράδειγμα ας θεωρήσουμε την περίπτωση που όλες οι παράμετροι είναι κανονικοί και οι πληρωμές γραμμικές. Η Delta-Normal προσέγγιση θα μας δώσει σωστή εκτίμηση για το VAR σε ένα μόνο βήμα. Αντίθετα η προσομοίωση Monte Carlo στο πρώτο βήμα θα δώσει μόνο μια εκτίμηση που θα αυξάνεται με τον αριθμό των επαναλήψεων.

Συμπερασματικά, η μέθοδος MC είναι η πιο αξιόπιστη μέθοδος για τη μέτρηση του κινδύνου με την προϋπόθεση ότι το μοντέλο μας είναι σωστό. Αν ισχύει αυτό μπορούμε να μετρήσουμε ακόμη και τον πιστωτικό κίνδυνο.

4.3 Περιγραφή Σεναρίου

Στην εργασία αυτή χρησιμοποιείται η μέθοδος προσομοίωσης Monte Carlo για τον υπολογισμό του VAR των αποδόσεων μετοχών και δεικτών. Στο κεφάλαιο 3 έγινε η ανάλυση των δεδομένων. Όπως αναφέρθηκε τα δεδομένα μας αποτελούνται από

τέσσερις μετοχές εκ των οποίων οι δύο συμμετέχουν στο δείκτη υψηλής κεφαλαιοποίησης FTASE-20 και είναι η μετοχή της Εθνικής Τράπεζας (ΕΤΕ) καθώς και η μετοχή του Οργανισμού Τηλεπικοινωνιών (ΟΤΕ). Οι άλλες δύο μετοχές ανήκουν στην παράλληλη αγορά και συμμετέχουν στο δείκτη της παράλληλης και είναι η ΔΙΕΚΑΤ και η Metrolife. Επίσης στα δεδομένα μας συμπεριλαμβάνονται και οι ίδιοι οι δείκτες FTASE-20 και ο δείκτης της Παράλληλης. Η χρήση της μεθοδολογίας Monte Carlo για τον υπολογισμό του VAR θα γίνει για αυτά τα έξι προϊόντα.

Για λόγους απλότητας θεωρήσαμε κάθε μετοχή και δείκτη ως ξεχωριστό χαρτοφυλάκιο. Αυτή είναι και η πιο απλή περίπτωση διότι έχουμε να κάνουμε με προσομοίωση μιας τυχαίας μεταβλητής οπότε δεν έχουμε να ασχοληθούμε με συσχετίσεις μεταξύ των θέσεων του χαρτοφυλακίου και έτσι ο αλγόριθμος υπολογισμού μειώνεται κατά ένα βήμα. Στο Κεφάλαιο 7 θα εφαρμοστεί η μέθοδος για την περίπτωση του χαρτοφυλακίου. Επίσης το VAR υπολογίστηκε με χρονικό ορίζοντα μιας μέρας το οποίο ως γνωστόν κάνει και πιο ακριβή τη μέτρηση μας. Η επιλογή της μιας μέρας έγινε διότι θέλουμε να μετρήσουμε το ποσοστό απωλειών των αποδόσεων σε μεμονωμένες μετοχές και δείκτες. Δεν έχουμε να κάνουμε με χαρτοφυλάκιο όπου μας ενδιαφέρει η καθημερινή αποτίμηση των θέσεων των στοιχείων που συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο. Επίσης ο υπολογισμός του VAR θα γίνει για όλα τα επίπεδα εμπιστοσύνης. Όσον αφορά τον αριθμό των βημάτων επιλέγουμε $N = 10.000$ που είναι ένα αρκετά μεγάλο νούμερο έτσι ώστε οι μετρήσεις να είναι ακριβείς. Όπως θα εξηγηθεί και στην ενότητα που αναπτύσσεται η δημιουργία τυχαίων αριθμών, για να εξασφαλίσουμε την ανεξαρτησία των τυχαίων αριθμών θα πρέπει να έχουμε μεγάλο αριθμό επαναλήψεων. Μετά από μετρήσεις καταλήξαμε ότι για αριθμό βημάτων 10.000 έχουμε καλά αποτελέσματα. Για τον υπολογισμό του VAR θα χρησιμοποιήσουμε τα αποτελέσματα που έχουμε υπολογίσει από την στατιστική ανάλυση για τυπικές αποκλίσεις, μέσους και συσχετίσεις. Στην επόμενη ενότητα δίνονται αναλυτικά οι υπολογισμοί του VAR.

4.4 Βήματα Υπολογισμού

4.4.1 Επιλογή Παραμέτρων

Το πρώτο βήμα της προσομοίωσης Monte Carlo είναι η επιλογή των παραμέτρων κινδύνου. Στην περίπτωση των δεδομένων μας έχουμε θεωρήσει κάθε προϊόν (μετοχή / δείκτης) ανεξάρτητα οπότε ουσιαστικά δημιουργήσαμε έξι ξεχωριστά χαρτοφυλάκια που το καθένα απαρτίζεται από μία μετοχή ή δείκτη. Στην περίπτωση αυτή –που είναι και η πιο απλή– δεν έχουμε να ασχοληθούμε με συσχετίσεις. Για κάθε ένα χαρτοφυλάκιο (μετοχή / δείκτης) υπάρχει μια παράμετρος κινδύνου που είναι η ίδια η μετοχή (δείκτης) οπότε ουσιαστικά έχουμε την προσομοίωση μιας τυχαίας μεταβλητής. Στο Κεφάλαιο 7 θα αναπτυχθεί η μέθοδος της προσομοίωσης για χαρτοφυλάκιο μετοχών και θα γίνει συζήτηση για τη μέθοδο επιλογής παραμέτρων.

4.4.2 Προσομοίωση της Μεταβολής Τιμής

Το επόμενο βήμα της προσομοίωσης είναι η επιλογή κάποιου στοχαστικού μοντέλου που θα περιγράψει τη συμπεριφορά των τιμών. Το μοντέλο που χρησιμοποιείται πιο συχνά είναι το μοντέλο Geometric Brownian Motion (GBM) το οποίο βασίζεται στη θεωρία αποτίμησης δικαιωμάτων, Jorion (1997). Το μοντέλο υποθέτει ότι οι μεταβολές στις τιμές των στοιχείων (μετοχών) δεν σχετίζονται με το χρόνο και περιγράφονται από τη σχέση:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dz \quad (1)$$

όπου το dz είναι μια απειροστική μεταβολή της διαδικασίας Weiner. Είναι τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέσο 0 και απόκλιση dt . Η μεταβλητή αυτή καθιστά τυχαία την τιμή S και δεν εξαρτάται από την ιστορικότητα της τιμής. Είναι Brownian με την έννοια ότι η απόκλιση της μειώνεται συνεχώς με το χρόνο, $V(dz) = dz$ και αυτό οδηγεί σε ξαφνικές αλλαγές. Επίσης η διαδικασία είναι γεωμετρική διότι όλες οι παράμετροι μεταβάλλονται με την παρούσα τιμή S_t .

Οι παράμετροι μ και σ αντιπροσωπεύουν την στιγμιαία κίνηση και την μεταβλητότητα στο χρόνο t , τα οποία μεταβάλλονται στο χρόνο. Για απλότητα θεωρούμε ότι οι παράμετροι αυτοί δεν μεταβάλλονται στο χρόνο.

Στην πράξη, η διαδικασία με μικρές μεταβολές dt μπορεί να προσεγγιστεί από διακριτές κινήσεις μήκους Δt . Ας ορίσουμε t την παρούσα χρονική στιγμή, T τον τελικό χρόνο και $\tau = T - t$ το χρονικό ορίζοντα του υπολογισμού του VAR. Για να δημιουργήσουμε μια σειρά τυχαίων αριθμών S_{t+i} για το διάστημα τ , το πρώτο πράγμα που κάνουμε είναι να χωρίσουμε το τ σε n διαστήματα με $\Delta t = \tau/n$. Αν ολοκληρώσουμε το dS/S σε ένα διάστημα θα έχουμε

$$\Delta S_t = S_{t-1}(\mu\Delta t + \sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t}) \quad (2)$$

Όπου το ε είναι μια τυχαία μεταβλητή που ανήκει στην κανονική κατανομή με μέσο 0 και τυπική απόκλιση 1. Μπορούμε να αποδείξουμε ότι αυτή η διαδικασία δημιουργεί ένα μέσο $E(\Delta S/S) = \mu\Delta t$, το οποίο μεγαλώνει με το χρόνο, όπως επίσης και η απόκλιση

$$V(\Delta S/S) = \sigma^2\Delta t$$

Για να προσομοιώσουμε την μεταβολή της τιμής S ξεκινάμε με το S_t και δημιουργούμε μια σειρά από ε για $i=1,2,\dots,n$. Μετά θέτουμε το $S_{t+1} = S_t + S_t(\mu\Delta t + \sigma\varepsilon_1\sqrt{\Delta t})$. Αντίστοιχα υπολογίζονται τα S_{t+2} και παρόμοια για τις υπόλοιπες μελλοντικές τιμές μέχρι να φτάσουμε στον χρονικό ορίζοντα, όπου τότε η τιμή $S_{t+n} = S_{t+\tau}$.

Εμείς θέλουμε να μετρήσουμε το ποσοστό ζημιάς των αποδόσεων των μετοχών και δεικτών οπότε από τη σχέση (2) μας ενδιαφέρει ο παράγοντας που μας δίνει το ποσοστό αύξησης (μείωσης) που είναι ο $\mu\Delta t + \sigma\varepsilon_1\sqrt{\Delta t}$. Το Δt είναι μονάδα αφού μετράμε το ημερήσιο VAR, το μ είναι ο μέσος της μετοχής (δείκτη) ενώ το σ είναι η τυπική απόκλιση. Οι τιμές του μέσου και της τυπικής απόκλισης είναι αυτές που έχουν υπολογιστεί για την περίοδο 23/2/1999–4/2/2000 και δίνονται στον Πίνακα 3.3. Τέλος,

ας σημειωθεί ότι οι μεταβολές των μετοχών περιγράφονται απόλυτα από το μοντέλο Brown (τα σοκ στις τιμές δεν αντιστρέφονται και οι τιμές κινούνται με τυχαία κίνηση, random walk).

4.4.3 Δημιουργία Τυχαίων Αριθμών

Η προσομοίωση Monte Carlo στηρίζεται στην τροχιά των τυχαίων κινήσεων ε μιας μεταβλητής με την απαιτούμενη κατανομή πιθανότητας. Η αριθμητική ανάλυση γίνεται σε δύο βήματα, Jorion (1997).

Το πρώτο βήμα για την γεννήτρια τυχαίων αριθμών είναι μία ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[0, 1]$, την οποία παράγει μια τυχαία μεταβλητή x . Για την ακρίβεια αυτοί οι αριθμοί είναι 'ψευδοτυχαίοι' διότι δημιουργούνται από κάποιο αλγόριθμο χρησιμοποιώντας κάποιο προκαθορισμένο κανόνα. Ξεκινώντας από τον ίδιο αριθμό βάσης (σπόρο), η σειρά που παράγεται μπορεί να επαναληφθεί.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι είναι πολύ δύσκολο να σχεδιάσουμε κάποιο αλγόριθμο που να παράγει αριθμούς που να είναι πραγματικά τυχαίοι. Οι καλά σχεδιασμένοι αλγόριθμοι παράγουν τροχιές αριθμών που φαίνονται να είναι ανεξάρτητοι στο χρόνο. Αυτό όμως δεν σημαίνει ότι είναι πραγματικά τυχαίοι. Οι σωστές γεννήτριες τυχαίων αριθμών θα πρέπει να περάσουν όλες τις δοκιμές ανεξαρτησίας γιατί διαφορετικά τα χαρακτηριστικά των τιμών που έχουν παραχθεί με προσομοίωση δεν θα υπακούουν στο μοντέλο.

Δυστυχώς τα περισσότερα λειτουργικά συστήματα υποστηρίζουν γεννήτριες τυχαίων αριθμών που δεν είναι πολύ ακριβείς. Οι περισσότεροι αλγόριθμοι παράγουν ίδιους αριθμούς μετά από μερικές επαναλήψεις. Οι καλοί αλγόριθμοί τείνουν να κυκλώνουν τις τιμές μετά από δισεκατομμύρια επαναλήψεις.

Στην περίπτωση που ο κύκλος είναι πολύ μικρός, οι συσχετίσεις στην διαδικασία δημιουργίας τιμών οφείλονται αποκλειστικά στην γεννήτρια τυχαίων αριθμών. Αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα, το εύρος των πιθανών τιμών του χαρτοφυλακίου να μην είναι

ακριβές και να οδηγηθούμε σε λάθος εκτίμηση του VAR. Για το λόγο αυτό είναι πολύ σημαντικό να διερευνήσουμε την ποιότητα του αλγορίθμου, ο οποίος τελικά θα καθορίσει και την επιτυχία της προσομοίωσης. Τα 10.000 βήματα που επιλέξαμε είναι ένα αρκετά μεγάλο νούμερο ώστε να αποφύγουμε την ανεξαρτησία των τυχαίων αριθμών.

Το επόμενο βήμα είναι η μετατροπή των τυχαίων αριθμών x που ανήκουν στην ομοιόμορφη κατανομή σε μια επιθυμητή κατανομή μέσω της αντίστροφης αθροιστικής κατανομής πιθανοτήτων (pdf), Broadie (1998). Για παράδειγμα η κανονική κατανομή έχει αντίστροφη αθροιστική κατανομή την $N(y)$ που παίρνει τιμές μεταξύ 0 και 1. Επομένως, για να δημιουργήσουμε μια τυχαία μεταβλητή που ανήκει στην κανονική κατανομή, αρκεί να υπολογίσουμε το y τέτοιο ώστε $x = N(y)$. Γενικότερα, κάθε συνάρτηση κατανομής μπορεί να δημιουργηθεί με την προϋπόθεση η συνάρτηση $N(y)$ είναι αντιστρέψιμη.

Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι για τη μετατροπή τυχαίων αριθμών ομοιόμορφα κατανεμημένων σε τυχαίους αριθμούς κανονικά κατανεμημένους. Οι μέθοδοι αυτές διαφέρουν ως προς την ταχύτητα, ακρίβεια και πολυπλοκότητα. Εμείς θα χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο Box-Muller η οποία παίρνει ένα ζευγάρι U_1, U_2 ανεξάρτητων ομοιόμορφων αριθμών και τους μετατρέπει στους αριθμούς x_1, x_2 που είναι ανεξάρτητοι και ακολουθούν την κανονική κατανομή με μέσο 0 και απόκλιση 1. Ο μετασχηματισμός που υπολογίζει τις x_1, x_2 μεταβλητές δίνεται παρακάτω:

$$x_1 = \sqrt{-2\text{Log}(U_1)} \cos(2U_2\pi)$$

$$x_2 = \sqrt{-2\text{Log}(U_1)} \sin(2U_2\pi)$$

Η μεγάλη χρήση της μεθόδου οφείλεται στην απλότητα της και όχι στην υπεροχή της. Είναι μάλλον αργή μέθοδος και επιπλέον αντιστοιχίζει μια γεννήτρια γραμμικών αριθμών σε αριθμούς με ελικοειδή διάταξη. Αυτό σημαίνει ότι η παραδοχή για την ανεξαρτησία των x_1, x_2 είναι μάλλον παρακινδυνεμένη. Από την άλλη, ένα από τα



πλεονεκτήματα της μεθόδου προκύπτει από τον αντίστροφο μετασχηματισμό της ομοιόμορφης κατανομής. Τέλος το βασικότερο πλεονέκτημα του μετασχηματισμού είναι ότι οι αριθμοί της κανονικής κατανομής που παράγονται βρίσκονται στο ίδιο ποσοστημόριο με αυτό των αριθμών που ανήκουν στην ομοιόμορφη κατανομή. Έτσι επιλέγοντας έναν αριθμό που αντιστοιχεί σε κάποιο επίπεδο εμπιστοσύνης, εξασφαλίζουμε ότι και ο αριθμός που προκύπτει από το μετασχηματισμό βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο εμπιστοσύνης.

Για τη δημιουργία των τυχαίων αριθμών χρησιμοποιείται η συνάρτηση Rnd() της γλώσσας Visual Basic. Επειδή ο αλγόριθμος Box-Muller μετασχηματίζει ένα ζεύγος αριθμών U_1, U_2 , η Rnd() καλείται δύο φορές για την δημιουργία δύο τυχαίων αριθμών από το 0 μέχρι το 1. Στη συνέχεια τις περιττές φορές που καλείται ο αλγόριθμος υπολογίζονται δύο τιμές x_1, x_2 ενώ τις άρτιες φορές χρησιμοποιείται η τιμή x_2 που έχει ήδη υπολογιστεί. Αυτό μειώνει το χρόνο υπολογισμού στο μισό (5.000 βήματα στην περίπτωση μας).

Τέλος η ανεξαρτησία των αριθμών που δημιουργήθηκαν από την Rnd() συνάρτηση ελέγχθηκε με το Excel μέσω της διαδικασίας 'Συσχετίσεις' της επιλογής 'Ανάλυση Δεδομένων' και αποδείχθηκε ότι δεν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ τους (μηδενικές συσχετίσεις).

4.4.5 Αποτίμηση Χαρτοφυλακίου

Η αποτίμηση του χαρτοφυλακίου είναι πολύ απλή διότι έχουμε μόνο μία θέση (μετοχή ή δείκτης) για κάθε χαρτοφυλάκιο (το χαρτοφυλάκιο είναι η ίδια η μετοχή), οπότε η συνολική αξία του χαρτοφυλακίου είναι η αξία της ίδιας της θέσης. Επίσης μας ενδιαφέρουν αποδόσεις, δηλαδή μεταβολές στις τιμές των θέσεων, οπότε δεν έχει νόημα να υπολογίσουμε την αξία της θέσης πολλαπλασιάζοντας αριθμό τεμαχίων με την τιμή της. Τελικά η αποτίμηση των απλουστευμένων χαρτοφυλακίων μας θα είναι οι τιμές του VAR που θα προκύψουν από την προσομοίωση και εκφράζουν το ποσοστό μεταβολής

των αποδόσεων. Στο Κεφάλαιο 7 θα γίνει αναλυτική περιγραφή της αποτίμησης σε χαρτοφυλάκιο μετοχών.

4.5 Αποτελέσματα

Αφού εκτελέσουμε τα βήματα που αναφέρθηκαν παραπάνω θα δημιουργήσουμε ένα πίνακα που θα έχει τόσες γραμμές όσες και ο αριθμός των επαναλήψεων που έχουμε επιλέξει (10.000 βήματα στην περίπτωση μας) και στήλες τόσες όσες είναι οι παράγοντες κινδύνου για όλα τα χαρτοφυλάκια που έχουμε φτιάξει (6 στήλες που είναι ο αριθμός των μετοχών / δεικτών). Οι τιμές που έχουμε υπολογίσει για τον αριθμό των βημάτων μας δίνουν μια κατανομή τιμών $F_1, F_2, \dots, F_{10000}$ για κάθε μετοχή / δείκτη. Στην συνέχεια ταξινομούμε την κάθε κατανομή κατά αύξουσα σειρά και αντιστοιχίζουμε σε κάθε τιμή μια πιθανότητα (επίπεδο εμπιστοσύνης), δίνοντας τη μεγαλύτερη πιθανότητα στη μικρότερη τιμή. Το εύρος των πιθανοτήτων είναι από το 0 μέχρι το 100. Επειδή η κατανομή μας έχει 10.000 τιμές η πιθανότητα θα μεταβάλλεται με βήμα $\frac{100}{10.000} = 0,05$.

Ο πίνακας με τις τιμές του VAR για τις μετοχές καθώς και το επίπεδο σημαντικότητας που αντιστοιχεί σε κάθε τιμή δίνεται στον Πίνακα 4.1. Για λόγους συντομίας παραθέτουμε τις τιμές VAR για τα επίπεδα εμπιστοσύνης από 90% ως 99% με βήμα 0,5. Άλλωστε γι' αυτά τα επίπεδα σημαντικότητας ενδιαφερόμαστε να μετρήσουμε το VAR.

4.5.1 Σχόλια

Στον Πίνακα 4.1 βλέπουμε τις τιμές του VAR για τα έξι προϊόντα για επίπεδο εμπιστοσύνης από 90% μέχρι 99% και με βήμα 0,5. Η πρώτη παρατήρηση είναι ότι το VAR είναι μεγαλύτερο για τις μετοχές της παράλληλης και τον δείκτη της παράλληλης ενώ αντίθετα οι μετοχές της υψηλής κεφαλαιοποίησης και ο δείκτης FTASE-20 έχουν μικρότερο VAR. Επίσης για τις μετοχές της παράλληλης υπάρχει μεγαλύτερη διακύμανση στο VAR σε σχέση με τις υπόλοιπες. Οι κατανομές για το VAR για όλες τις μετοχές και τους δύο δείκτες φαίνονται στο Διάγραμμα 4.1.

Από το Διάγραμμα 4.1 είναι φανερό ότι η κατανομή του δείκτη FTASE-20 είναι η πιο κοντινή στην κανονική κατανομή και έχει το μικρότερο ποσοστό απωλειών. Παρόμοια πορεία ακολουθούν και οι μετοχές ΕΤΕ και ΟΤΕ που συμμετέχουν στο δείκτη με τη διαφορά ότι η μετοχή του ΟΤΕ παρουσιάζει αριστερή συμμετρία (αρνητικές αποδόσεις) ενώ η μετοχή της ΕΤΕ παρουσιάζει δεξιά συμμετρία (θετικές αποδόσεις). Από την άλλη οι μετοχές της παράλληλης και ο αντίστοιχος δείκτης παρουσιάζουν μεγαλύτερες διακυμάνσεις. Επίσης σημειώνουν μεγαλύτερες τιμές στα άκρα (μεγαλύτερα κέρδη / απώλειες).

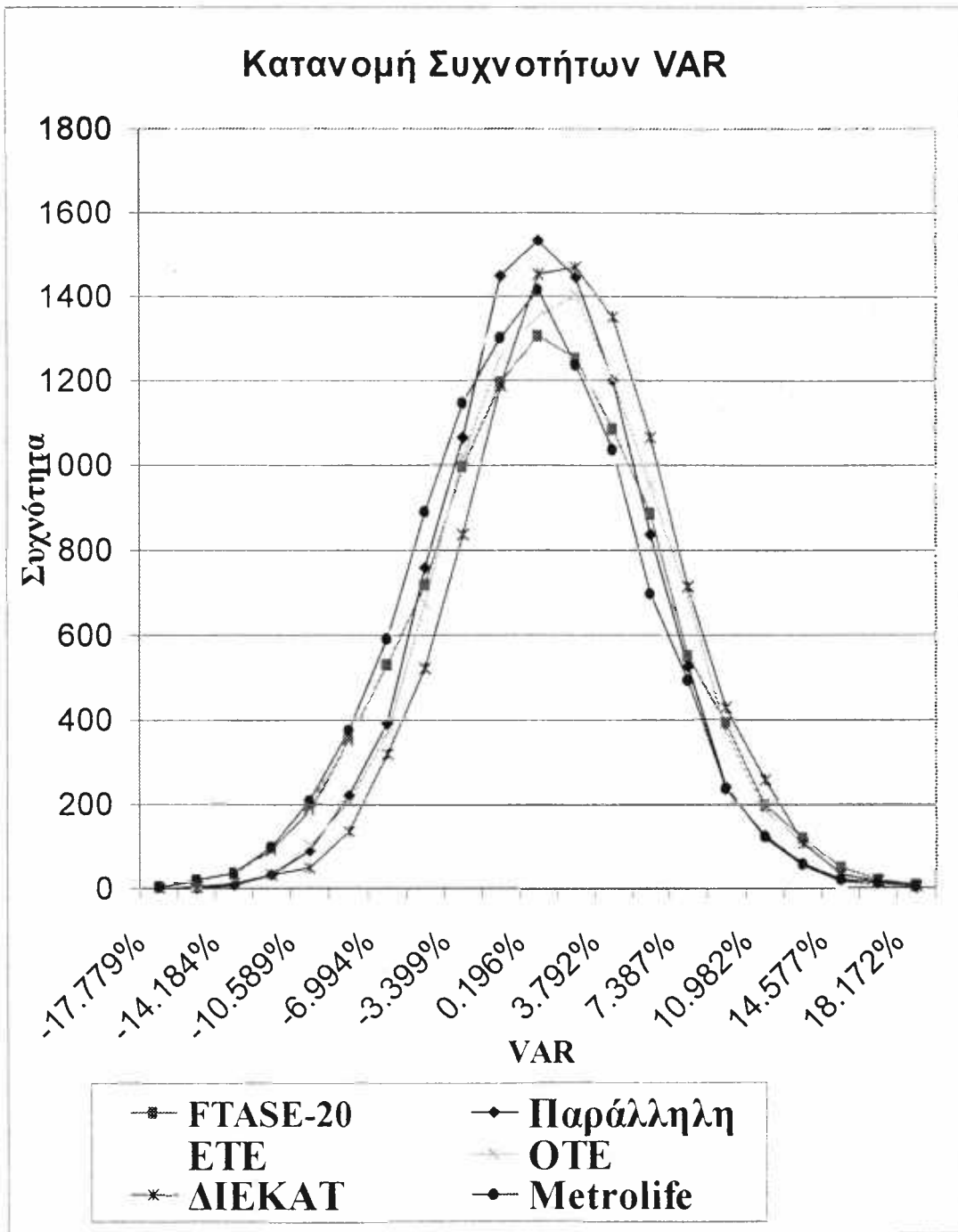
Επ. Εμπιστοσύνης	FTASE-20	ΕΤΕ	ΟΤΕ	Παράλληλη	ΔΙΕΚΑΤ	Metrolife
99,5	-5,15899147	-6,19856	-5,90433	-7,651886075	-10,5855	-10,22876067
98,5	-4,80740045	-5,67951	-5,54569	-7,17268956	-9,89118	-9,548990791
98	-4,55152752	-5,3703	-5,2147	-6,768509655	-9,19683	-8,982124103
97,5	-4,33891241	-5,09491	-5,01329	-6,447189203	-8,59918	-8,570474617
97	-4,17211965	-4,85296	-4,7794	-6,131641192	-8,24307	-8,250764281
96,5	-4,00787081	-4,66393	-4,60654	-5,931560329	-7,90313	-7,948747104
96	-3,88172534	-4,50417	-4,46096	-5,74744312	-7,6445	-7,65087945
95,5	-3,76297374	-4,36304	-4,32458	-5,515764819	-7,41086	-7,346654862
95	-3,60872396	-4,22205	-4,17022	-5,323688035	-7,15958	-7,132009684
94,5	-3,52126769	-4,08259	-4,03545	-5,1126843	-6,99063	-6,918803527
94	-3,42501429	-3,94909	-3,9297	-4,915122391	-6,76094	-6,729561057
93,5	-3,3516654	-3,83226	-3,82212	-4,765808822	-6,57442	-6,554059251
93	-3,27628325	-3,72933	-3,71434	-4,600639964	-6,36368	-6,382992065
92,5	-3,17296913	-3,61682	-3,61967	-4,46929807	-6,13273	-6,214012347
92	-3,1025708	-3,54148	-3,5321	-4,351880515	-5,96024	-6,037064178
91,5	-3,02603671	-3,46325	-3,459	-4,249317244	-5,81124	-5,874619927
91	-2,95643118	-3,39853	-3,3707	-4,141318002	-5,70792	-5,720484312
90,5	-2,87506643	-3,33171	-3,30488	-4,028089137	-5,58691	-5,58261668
90	-2,79708023	-3,25219	-3,25211	-3,910791718	-5,42633	-5,419001295

Πίνακας 4.1

Οι τιμές του VAR που υπολογίστηκαν είναι συνάρτηση του μέσου και της τυπικής απόκλισης και δίνονται από τον τύπο:

$$\Delta S / S = \mu \Delta t + \sigma \epsilon \Delta t$$

Στην περίπτωση που ο μέσος είναι θετικός θα έχουμε μετατόπιση της κατανομής του VAR προς τα δεξιά με αποτέλεσμα να παρουσιάζονται μικρότερες απώλειες ενώ



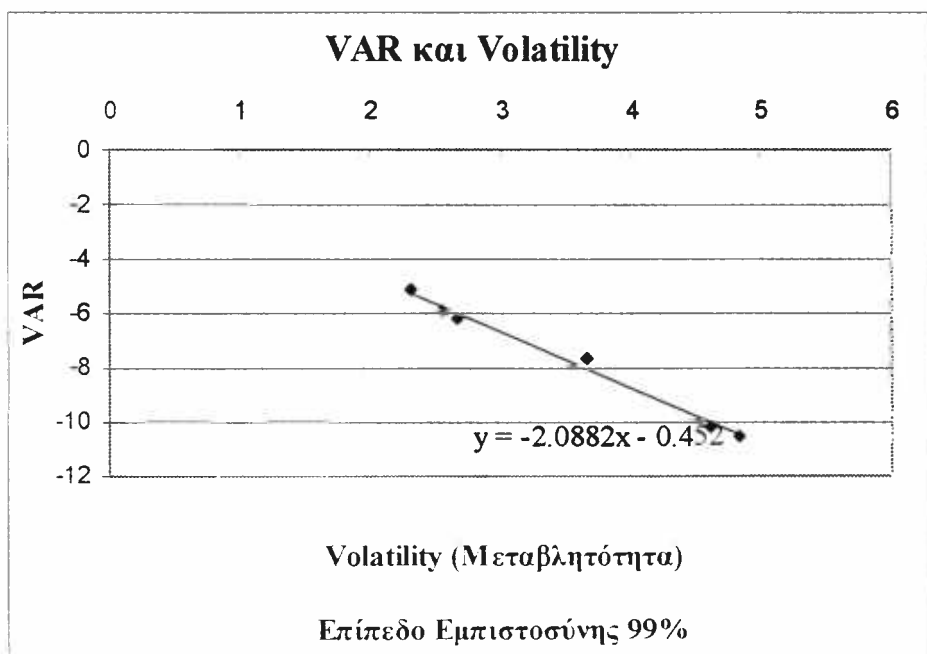
Διάγραμμα 4.1

αντίθετα ένας αρνητικός μέσος θα μετατοπίσει την κατανομή προς τα αριστερά. Από την άλλη, η Τυπική Απόκλιση επηρεάζει τον τρόπο που μεταβάλλεται η τιμή του VAR γύρω

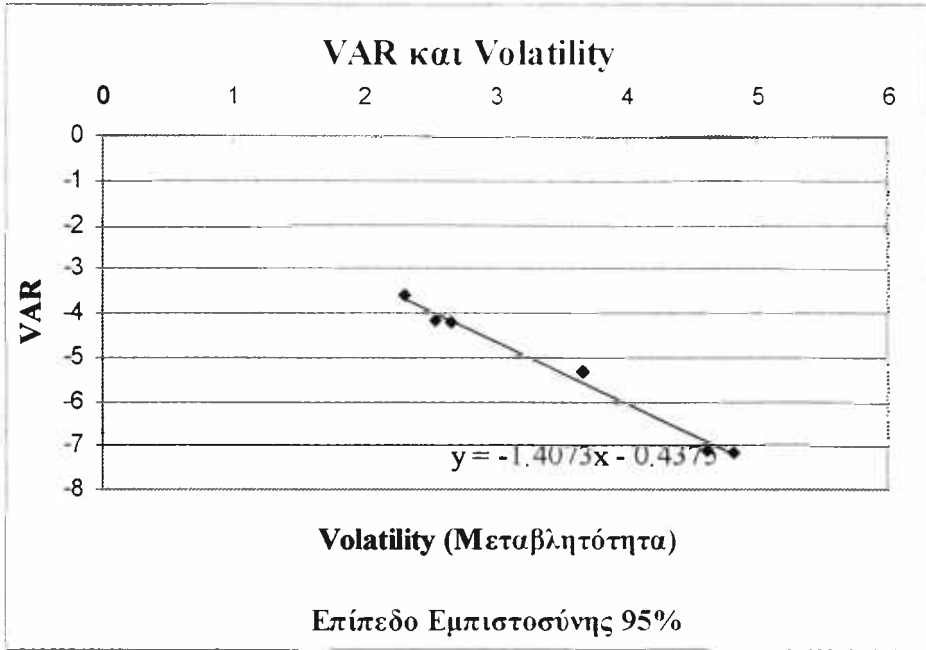


από το μέσο. Έτσι όσο μεγαλώνει η τυπική απόκλιση τόσο μεγαλύτερες διακυμάνσεις έχουμε στην τιμή του VAR και μεγαλύτερη συγκέντρωση στα άκρα. Επίσης υπάρχει μια θετική σχέση μεταξύ Τυπικής Απόκλισης και VAR (κατά απόλυτη τιμή) και βλέπουμε ότι αυξανόμενη της Τυπικής Απόκλισης αυξάνεται το VAR (έχουμε μεγαλύτερες απώλειες).

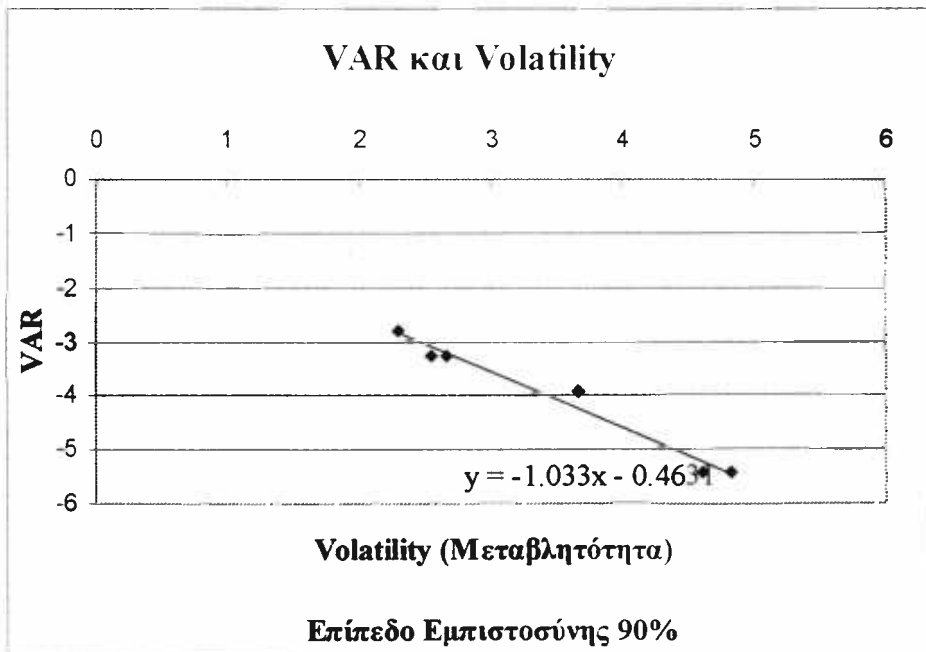
Για να μπορέσουμε να εξετάσουμε τη σχέση μεταξύ τυπικής απόκλισης, (μεταβλητότητας) και VAR δίνουμε τα παρακάτω διαγράμματα που απεικονίζουν το VAR σε συνάρτηση με τη μεταβλητότητα. Για τα διαγράμματα έχουν επιλεγεί τα διαστήματα εμπιστοσύνης 99, 95 και 90 τα οποία θεωρούνται τα πιο σημαντικά. Σε κάθε διάγραμμα τοποθετούμε στον άξονα του Y τις τιμές του VAR για τις μετοχές και τους δείκτες που αναφέρονται στο συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης και στον άξονα των X τις αντίστοιχες τιμές της μεταβλητότητας.



Διάγραμμα 4.2



Διάγραμμα 4.3



Διάγραμμα 4.4



Από τα Διαγράμματα 4.2, 4.3, και 4.4 διαπιστώνουμε την θετική σχέση (κατά απόλυτη τιμή) μεταξύ μεταβλητότητας και VAR. Βλέπουμε ότι η σχέση τους είναι γραμμική και η κλίση της είναι $-2,0882$, $-1,4073$ και $-1,033$ για τα επίπεδα 99, 95 και 90 αντίστοιχα. Παρατηρούμε επίσης ότι η κλίση αυξάνεται (κατ' απόλυτη τιμή) όσο αυξάνεται το επίπεδο εμπιστοσύνης. Αυτό φαίνεται λογικό διότι τα πολύ μεγάλα επίπεδα εμπιστοσύνης αντιστοιχούν στις ακραίες τιμές της κατανομής του VAR οι οποίες οφείλονται κατ' εξοχήν στη μεταβλητότητα. Αντίθετα όσο ελαττώνεται το επίπεδο εμπιστοσύνης μετατοπιζόμαστε σε πιο μικρές μεταβολές αποδόσεων που πλησιάζουν στο μέσο όρο της κατανομής.

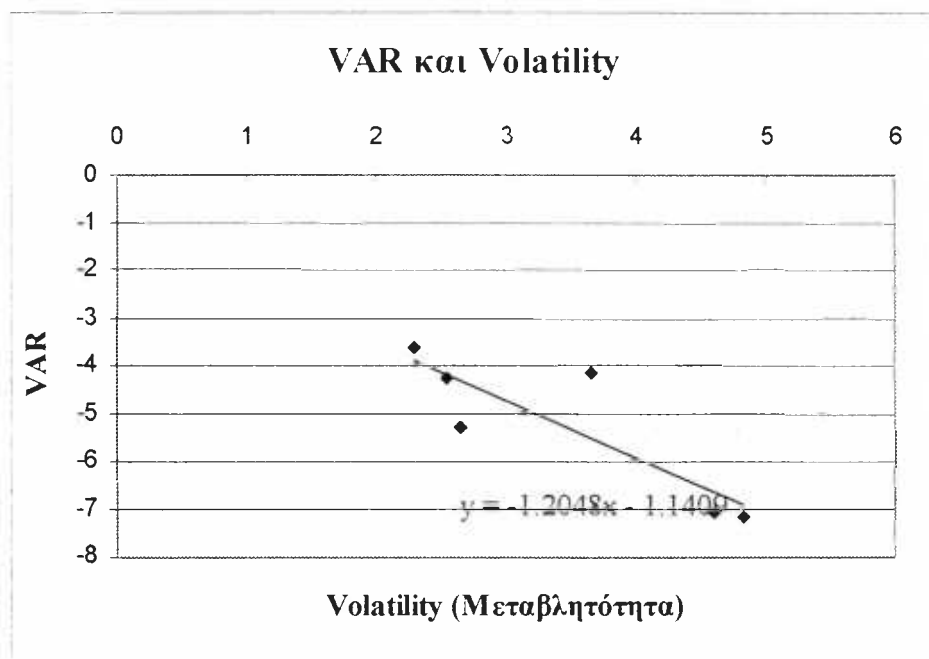
Τα παραπάνω διαγράμματα μπορούν να υπολογιστούν αν πάρουμε την θεωρητική τιμή του VAR που προκύπτει από τον τύπο: $VAR = \mu - 1.65\sigma$, Jorion (1997). Ο Πίνακας 4.2 δίνει τις θεωρητικές τιμές του VAR καθώς και τις τυπικές αποκλίσεις για τις έξι μεταβλητές και στη συνέχεια το Διάγραμμα 4.5 μας δίνει το θεωρητικό VAR σαν συνάρτηση της τυπικής απόκλισης.

	FTASE-20	Παράλληλη	ETE	OTE	ΔΙΕΚΑΤ	Metrolife
Τ.Απόκλιση(%)	2,3023577	3,656491	2,6592	2,5457	4,8257664	4,6104828
VAR(%)	-3,639532	-5,2936117	-	-	-	-
			4,27803	4,16752	7,1650623	7,1211536

Πίνακας 4.2

Από το Διάγραμμα 4.5 βλέπουμε ότι η κλίση που προκύπτει ($-1,204$), είναι πολύ κοντά στις παραπάνω αποκλίσεις και μάλιστα είναι μεταξύ της κλίσης που προέκυψε για 90% και 95% επίπεδο εμπιστοσύνης. Αυτό το αποτέλεσμα είναι σωστό διότι ο παράγοντας $z = 1.65$ αντιστοιχεί σε επίπεδο εμπιστοσύνης μεταξύ 90% και 95%. Και εδώ έχουμε θετική σχέση (κατά απόλυτη τιμή) τυπικής απόκλισης και VAR.





Διάγραμμα 4.5

Τέλος πρέπει να σημειωθεί ότι το VAR που παίρνουμε για πολύ μεγάλο επίπεδο εμπιστοσύνης είναι παραπάνω από τα όρια που έχει θέσει το ελληνικό χρηματιστήριο (8%) γι' αυτή την περίοδο οπότε καταλήγουμε σε μέτρηση VAR που δεν υφίσταται. Αυτό συμβαίνει διότι στις μετρήσεις που έχουν γίνει για το VAR δεν έχει μπει ο περιορισμός των ορίων και η κατανομή συχνοτήτων δεν έχει φραγεί. Από την άλλη, το αποτέλεσμα που παίρνουμε είναι εντελώς ρεαλιστικό διότι όταν έχουμε εμφάνιση VAR πέρα από το κάτω όριο (πάνω όριο) είναι ένδειξη της τάσης της αγοράς να κινηθεί η μετοχή πολύ κάτω (πάνω) από τα όρια, και είναι απόλυτα σίγουρο ότι θα εμφανιστούν συνεχόμενες αρνητικές (θετικές) αποδόσεις (κλείδωμα της μετοχής) στο κατώτατο (ανώτατο) όριο. Αντίθετα όπως θα δούμε στο Κεφάλαιο 6 που τα όρια είναι 10% και 12% δεν έχουμε εμφάνιση τιμών του VAR εκτός των ορίων. Στο επόμενο κεφάλαιο για να καταλήξουμε σε σωστά αποτελέσματα στην επαλήθευση του μοντέλου θα αντικαταστήσουμε τις τιμές που είναι κάτω από τα όρια με την τιμή του κατώτερου ορίου.

4.6 Συμπεράσματα

Στην ενότητα αυτή παρουσιάστηκε η μέθοδος της προσομοίωσης Monte Carlo και εφαρμόστηκε για τον υπολογισμό του VAR των αποδόσεων τεσσάρων μετοχών και δύο δεικτών. Η εφαρμογή αυτή συνίσταται στην προσομοίωση μιας τυχαίας μεταβλητής διότι υπολογίζεται ο κίνδυνος για κάθε ένα προϊόν ξεχωριστά. Η περίπτωση αυτή είναι σχετικά απλή και περιλαμβάνει την δημιουργία τυχαίων αριθμών και τη χρήση τους για την προσομοίωση των μεταβολών των αποδόσεων των μετοχών / δεικτών. Για να εξασφαλίσουμε την ανεξαρτησία των τυχαίων αριθμών εκτελέσαμε την προσομοίωση σε 10.000 βήματα. Στα αποτελέσματα της προσομοίωσης διαπιστώσαμε μεγαλύτερες απώλειες για τις μετοχές και το δείκτη της παράλληλης ενώ αντίθετα οι μετοχές του FTASE-20 και ο δείκτης είχαν μικρότερες απώλειες. Πιο συγκεκριμένα οι μετοχές της παράλληλης σημείωσαν απώλειες μεγαλύτερες από το κατώτερο όριο διακύμανσης της συγκεκριμένης περιόδου (-8%) το οποίο είναι ένδειξη της συνεχόμενης πτώσης των μετοχών αυτών και κλείσιμο στο κατώτατο όριο. Αντίθετα οι μετοχές ΕΤΕ και ΟΤΕ δεν άγγιξαν τα κατώτερα όρια. Επίσης οι κατανομές των απωλειών των μετοχών της παράλληλης είχαν μεγαλύτερες διακυμάνσεις. Οι τιμές του VAR που υπολογίστηκαν είναι συνάρτηση του μέσου και της τυπικής απόκλισης. Πράγματι, τα διαγράμματα που υπολογίστηκαν για διαφορετικά επίπεδα εμπιστοσύνης έδειξαν ισχυρή θετική (κατά απόλυτη τιμή) συσχέτιση μεταξύ VAR και τυπικής απόκλισης. Στα ίδια αποτελέσματα καταλήξαμε και όταν εφαρμόσαμε τον θεωρητικό τύπο του VAR των αποδόσεων και εκφράσαμε το VAR σε συνάρτηση με την τυπική απόκλιση.

Κεφάλαιο 5

Επαλήθευση του Μοντέλου Προσομοίωσης

5.1 Εισαγωγή

Μέχρι στιγμής κάναμε χρήση της μεθοδολογίας Monte Carlo και υπολογίσαμε το VAR των αποδόσεων μετοχών και δεικτών για το χρονικό διάστημα μετά την 4/2/2000. Για τον υπολογισμό του Value At Risk (VAR) χρησιμοποιήσαμε ιστορικά δεδομένα ενός χρόνου της περιόδου 23/2/1999–4/2/2000 για να υπολογίσουμε τις Τυπικές Αποκλίσεις, Συσχετίσεις και Μέσους. Στο κεφάλαιο αυτό θα κάνουμε επαλήθευση του μοντέλου μας χρησιμοποιώντας τη μεθοδολογία Backtesting. Η διαδικασία του Backtesting είναι μια επίσημη στατιστική τεχνική που σκοπό έχει να επιβεβαιώσει ότι οι ακριβείς απώλειες συμβαδίζουν με αυτά που έχουν προβλεφθεί. Αυτό περιλαμβάνει την συστηματική σύγκριση της ιστορίας των προβλέψεων του VAR με τις αντίστοιχες αποδόσεις του χαρτοφυλακίου. Οι διαδικασίες αυτές λέγονται τεστ πραγματικότητας και είναι απαραίτητες για τους χρήστες του VAR και τους αναλυτές κινδύνου που θέλουν να ελέγξουν αν οι προβλέψεις τους για το VAR είναι σωστές. Αν όχι, τα μοντέλα θα πρέπει να επανεξεταστούν για λάθος υποθέσεις, λάθος παραμέτρους ή ανακριβές μοντέλο. Η όλη διαδικασία θα δώσει ιδέες για βελτίωση. Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει αναφορά στις διαδικασίες ελέγχου και θα εξηγηθεί αναλυτικά η μεθοδολογία Backtesting καθώς και ο τρόπος λειτουργίας της. Στη συνέχεια θα γίνει εφαρμογή στα δεδομένα και θα βγάλουμε



αποτελέσματα για το αν το μοντέλο είναι αποδεκτό ή όχι. Τέλος θα σχολιαστούν τα αποτελέσματα σε σχέση με τα δεδομένα που έχουμε.

5.2 Μέθοδοι Επαλήθευσης Μοντέλων

Για την επαλήθευση των μοντέλων έχουν αναπτυχθεί αρκετές μεθοδολογίες Backtesting πράγμα που δηλώνει την πραγματική ανάγκη για επαλήθευση των μοντέλων. Οι μέθοδοι επαλήθευσης μπορούν να καταταγούν σε μεθόδους που βασίζονται στις εξαιρέσεις, μεθόδους που στηρίζονται σε μοντέλα κατανομών προβλέψεων και σε παραμετρικά μοντέλα. Εμείς θα χρησιμοποιήσουμε την τεχνική των εξαιρέσεων αλλά θα κάνουμε μια αναφορά και στις υπόλοιπες μεθόδους, Jorion (1997). Γενικότερα, για να έχουμε όσο το δυνατόν πιο σωστά αποτελέσματα θα πρέπει να είμαστε προσεκτικοί με τον χρονικό ορίζοντα για τον οποίο υπολογίζουμε το VAR καθώς επίσης και με το επίπεδο εμπιστοσύνης. Όσον αφορά το χρονικό ορίζοντα θα πρέπει να είναι όσο το δυνατόν μικρότερος για να μπορούμε να έχουμε μεγαλύτερο δείγμα. Από την άλλη, το επίπεδο εμπιστοσύνης δεν θα πρέπει να είναι πολύ υψηλό, γιατί έτσι μειώνεται η αποτελεσματικότητα των τεστ (στα άκρα της κατανομής είναι πιο δύσκολο να θέσουμε όρια αποδοχής-απόρριψης του μοντέλου).

5.2.1 Backtesting με Εξαιρέσεις

Η μεθοδολογία των εξαιρέσεων μετρά τον αριθμό των αστοχιών από το εκτιμώμενο VAR. Η εκτίμηση των αστοχιών ανάγεται στο στατιστικό πρόβλημα αποφάσεων. Όπως είναι γνωστό από τη στατιστική η απόφαση για την απόρριψη ή αποδοχή μια τιμής (μοντέλου στην περίπτωση μας) περιέχει δύο τύπους λάθους οι οποίοι περιγράφονται και στον Πίνακα 5.1. Το ένα λάθος είναι να απορρίψουμε το μοντέλο ενώ αυτό είναι σωστό, το οποίο λέγεται και λάθος Τύπου 1, και το άλλο λάθος είναι να αποδεχτούμε το μοντέλο ενώ αυτό είναι λάθος, που λέγεται και λάθος Τύπου 2, Berenson (1996). Η μεθοδολογία των εξαιρέσεων προσπαθεί να κρατήσει ισορροπία μεταξύ των δύο τύπων λαθών. Ιδανικά θέλουμε να θέσουμε ένα χαμηλό ποσοστό λάθους Τύπου 1 και μετά να κάνουμε

Επαλήθευση του μοντέλου προσομοίωσης

ένα τεστ το οποίο να δημιουργεί ένα πολύ χαμηλό λάθος Τύπου 2. Στην περίπτωση αυτή το τεστ λέγεται δυναμικό.

Απόφαση:	Μοντέλο	
	Σωστό	Λάθος
Αποδοχή	Σωστό	Λάθος Τύπου 2
Απόρριψη	Λάθος Τύπου 1	Σωστό

Πίνακας 5.1. Λάθη Αποφάσεων

Η μέθοδος των εξαιρέσεων μπορεί να βασίζεται στο ρυθμό των αποτυχιών ή να στηρίζεται σε κάποιες συνθήκες. Εμείς χρησιμοποιούμε τη μέθοδο που χρησιμοποιεί το ρυθμό λαθών, την οποία και θα αναπτύξουμε αναλυτικά.

5.2.1.1 Επαλήθευση Βασισμένη στο Ρυθμό Αστοχιών

Η μέθοδος αυτή επαληθεύει την ακρίβεια του μοντέλου μετρώντας το ρυθμό αστοχίας, ο οποίος δίνεται από τον αριθμό των φορών που το εκτιμώμενο VAR ξεπερνάει το εξεταζόμενο δείγμα. Γενικότερα η πιθανότητα να παρατηρήσουμε x αποτυχίες ανεξάρτητα από τη σειρά εμφάνισης τους σε ένα δείγμα μεγέθους n είναι:

$$Binomial[n, x](n - x)^{n-x} p^x$$

Όπου το $Binomial[n, x]$ δίνει τον διωνυμικό τελεστή για n στοιχεία από τα οποία διαλέγουμε τα x κάθε φορά, και p είναι η πιθανότητα μιας ανεξάρτητης προσπάθειας. Το τεστ του λόγου πιθανότητας της μηδενικής υπόθεσης φαίνεται να είναι το πιο ισχυρό για ένα δεδομένο δείγμα και χρησιμοποιήθηκε από τον Κυρίες με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, Κυρίες (1995). Το επίπεδο εμπιστοσύνης σχετίζεται με τον κανόνα επιλογής της αποδοχής ή απόρριψης του μοντέλου. Το τεστ αυτό λέγεται LR τεστ και δίνεται από τη σχέση:

$$-2\text{Log}[(1 - p)^{n-x} p^x + 2\text{Log}[(1 - [x/n])^{n-x} (x/n)^x] \quad (1)$$

όπου p είναι η πιθανότητα μιας αποτυχίας κάτω από την μηδενική υπόθεση, n είναι ο αριθμός του δείγματος, και x είναι ο αριθμός των αστοχιών στο δείγμα. Θα ονομάσουμε

αυτό το τεστ PF τεστ (πιθανότητα αστοχίας). Κάτω από τη μηδενική υπόθεση, $p = p^*$, οπότε το PF τεστ έχει χ^2 κατανομή με 1 βαθμό ελευθερίας. Κοιτάζοντας στον πίνακα της χ^2 κατανομής βλέπουμε ότι για 1 βαθμό ελευθερίας και με επίπεδο εμπιστοσύνης 95% που έχουμε πάρει η κρίσιμη τιμή για να απορρίψουμε ή να δεχτούμε την μηδενική υπόθεση είναι η 3,841. Αυτό σημαίνει ότι αν ο ρυθμός αστοχίας ξεπερνάει το 3,841 η μηδενική υπόθεση $p = p^*$ απόρριπτεται με 95% επίπεδο εμπιστοσύνης ενώ διαφορετικά τη δεχόμαστε. Καθημερινά το PF τεστ χρησιμοποιείται για να συγκρίνει τον αριθμό των αστοχιών που έχουν παρατηρηθεί σε σχέση με το μέγεθος του δείγματος. Για να μπορέσουμε να βρούμε τον αριθμό των αστοχιών για κάθε δείγμα πρέπει να αντικαταστήσουμε στον τύπο (1) τον αριθμό του δείγματος n που εξετάζουμε, το επίπεδο εμπιστοσύνης p που επιθυμούμε να μετρήσουμε το VAR ενώ για το x δοκιμάζουμε πιθανές τιμές. Αν το αποτέλεσμα που μας δίνει ο τύπος είναι μεγαλύτερο από το 3,841 απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση ενώ αν είναι μικρότερο τη δεχόμαστε, που σημαίνει ότι ο αριθμός x που έχουμε υποθέσει είναι σωστός. Η διαδικασία εύρεσης του διαστήματος των αποδεκτών αριθμών αστοχιών γίνεται με τη διαδικασία trial and error (δοκιμών και λαθών).

Τα αποτελέσματα που βγάζουμε αν εφαρμόσουμε τον τύπο για διαφορετικό αριθμό δείγματος μας δείχνουν ότι το διάστημα αποδοχής / απόρριψης που δίνεται από την αναλογία X/N μειώνεται όσο αυξάνεται το δείγμα. Αυτό σημαίνει ότι όσο μεγαλύτερο δείγμα έχουμε τόσο πιο εύκολο είναι να απορρίψουμε ένα μοντέλο που δεν είναι σωστό. Αντίθετα για πιο μικρό δείγμα τα πράγματα είναι πιο ασαφή και μιλάμε για αποδοχή ή απόρριψη του μοντέλου με μικρότερη σιγουριά. Έτσι σε μικρά δείγματα τα διαστήματα αποδοχής της μηδενικής υπόθεσης είναι μεγάλα και υπάρχει μεγάλη πιθανότητα να αποδεχτούμε τη μηδενική υπόθεση όταν αυτή δεν ισχύει. Επομένως χρειαζόμαστε πολύ μεγάλο δείγμα για να μειώσουμε το σφάλμα Τύπου 2.

Επίσης υπάρχει και κάποιο άλλο σημείο που πρέπει να ειπωθεί. Για πολύ μικρές τιμές της παραμέτρου p του VAR (που σημαίνει πολύ μεγάλο επίπεδο εμπιστοσύνης) είναι πολύ δύσκολο να αποφασίσουμε για την αποδοχή του μοντέλου. Αυτό το βλέπουμε αν



πάρουμε την περίπτωση που έχουμε 255 παρατηρήσεις (δεδομένα ενός χρόνου) και επίπεδο εμπιστοσύνης 99% ($p = 0.01$). Παρατηρούμε ότι η αποδεκτή περιοχή είναι $N < 7$ και δεν υπάρχει τρόπος να πούμε αν το N είναι πραγματικά πολύ μικρό που σημαίνει ότι το μοντέλο μας συστηματικά κάνει υπερεκτίμηση του κινδύνου. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι η διαδικασία απόφασης γίνεται υπερβολικά δύσκολη για πολύ μικρές τιμές του p επειδή αυτές αντιστοιχούν σε πολύ σπάνιες περιπτώσεις. Για το λόγο αυτό πολλές τράπεζες προτιμούν να επιλέξουν υψηλότερη τιμή p , για παράδειγμα 0,05 (το οποίο μεταφράζεται σε 95% επίπεδο εμπιστοσύνης), για να μπορούν να παρατηρήσουν ένα ικανό αριθμό αποκλίσεων για να πιστοποιήσουν το μοντέλο τους. Στη συνέχεια το VAR μεταφράζεται σε κάποιο νούμερο ανάλογα με το επιθυμητό επίπεδο εμπιστοσύνης.

5.2.1.2 Επαλήθευση υπό Συνθήκη

Η μέθοδος που βασίζεται σε συνθήκη χρησιμοποιείται κυρίως όταν θέλουμε να λάβουμε υπ' όψιν μας τις μεταβολές στο χρόνο. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή θεωρούμε ότι κάποια από τις παρατηρήσεις ισχύει και ψάχνουμε να βρούμε κατά πόσο κάποια άλλη παρατήρηση ισχύει με δεδομένη την προϋπόθεση της πρώτης. Πολλές φορές οι παρατηρήσεις που επιλέγουμε είναι διαδοχικές. Για παράδειγμα αν ισχύει η R_t , ποια η πιθανότητα να ισχύει η R_{t+1} .

Συμπερασματικά, για να είναι ακριβής η μέθοδος των εξαιρέσεων απαιτείται αρκετά μεγάλο δείγμα το οποίο θα περιορίσει τα διαστήματα αποδοχής - απόρριψης. Επίσης δεν είναι πολύ αξιόπιστη για πολύ μεγάλα επίπεδα εμπιστοσύνης.

5.2.2 Μοντέλο Κατανομής Προβλέψεων

Στη μέθοδο αυτή, σε αντίθεση με την προηγούμενη, θεωρούμε ολόκληρη την κατανομή των πιθανοτήτων και βγάζουμε μια συνάρτηση του VAR για όλα τα επίπεδα εμπιστοσύνης. Στη συνέχεια συγκρίνουμε αυτή την κατανομή με την πραγματική συνάρτηση Κερδών / Απωλειών και αποφασίζουμε για την αποδοχή ή όχι με βάση

κάποια στατιστική συνάρτηση. Η μέθοδος αυτή θεωρείται πιο ακριβής γιατί περιέχει όλη την πληροφορία για το VAR.

5.2.3 Παραμετρικά Μοντέλα

Οι προηγούμενες μέθοδοι δεν είναι παραμετρικές γιατί δεν κάνουν καμία υπόθεση για την κατανομή των πιθανοτήτων. Στην μέθοδο αυτή δεν χρησιμοποιούμε την κανονική κατανομή και δεν δουλεύουμε με κάποιο συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης αλλά με την τυπική απόκλιση. Είναι φανερό ότι αυτή η μέθοδος είναι η πιο αξιόπιστη γιατί είναι ανεξάρτητη από το επίπεδο εμπιστοσύνης και εξετάζει όλη την κατανομή. Επίσης η κανονικότητα της κατανομής δεν είναι δεδομένη που σημαίνει ότι μπορούμε να δώσουμε οποιαδήποτε μορφή στην κατανομή.

Στην επόμενη ενότητα γίνεται εφαρμογή της μεθόδου των εξαιρέσεων που βασίζεται στον αριθμό αστοχιών και αναλύονται τα αποτελέσματα που έχουμε βγάλει για το μοντέλο υπολογισμού VAR.

5.3 Δεδομένα

5.3.1 Υπολογισμός Αριθμού Αστοχιών

Για τα δεδομένα που έχουμε υπολογίσει θα κάνουμε Backtesting χρησιμοποιώντας το τεστ ρυθμού σφαλμάτων. Μέχρι στιγμής έχουμε υπολογίσει με τη μέθοδο προσομοίωσης Monte Carlo τις τιμές του VAR των αποδόσεων για τις τέσσερις μετοχές και τους δύο δείκτες για κάθε πιθανότητα (επίπεδο εμπιστοσύνης). Το VAR που έχουμε υπολογίσει αναφέρεται στην περίοδο μετά την 7/2/2000 και έχει υπολογιστεί με ιστορικά δεδομένα από την περίοδο 23/2/200 με 4/2/2000. Επίσης σε κάθε τιμή του VAR έχει αντιστοιχιστεί μια πιθανότητα (επίπεδο εμπιστοσύνης).

Για το τεστ που θα κάνουμε επιλέγουμε τις τιμές του VAR για επίπεδα εμπιστοσύνης από 90% έως και 99%, γιατί αυτό είναι το ποσοστό για το οποίο ενδιαφέρονται τα

Επαλήθευση του μοντέλου προσομοίωσης

χρηματοπιστωτικά ιδρύματα, και με ρυθμό μεταβολής του επιπέδου εμπιστοσύνης κατά 0,5. Τελικά καταλήγουμε σε δεκαεννιά παρατηρήσεις του VAR. Τις τιμές του VAR και για κάθε ένα από τα παραπάνω επίπεδα εμπιστοσύνης θα τις συγκρίνουμε με όλες τις πραγματικές αποδόσεις που είχαμε στην περίοδο από 7/2/2000 έως και 12/2/2001. Το δείγμα που έχουμε με τις πραγματικές αποδόσεις είναι το δείγμα ενός χρόνου, 255 παρατηρήσεις, όσο είναι και το ελάχιστο δείγμα που μπορούμε να έχουμε. Για κάθε τιμή του VAR υπολογίζουμε τον αριθμό των φορών που έχουμε πέσει έξω στην μέτρηση μας δηλαδή το αριθμό αστοχιών σε σχέση με την πραγματικότητα. Η μέτρηση αυτή γίνεται με το να μετρήσουμε για κάθε επίπεδο σημαντικότητας τον αριθμό των φορών που το VAR που έχουμε υπολογίσει είναι μικρότερο από την μεταβολή στις αποδόσεις που έχει πραγματικά παρουσιαστεί. Η συνάρτηση που εφαρμόζουμε στο Excel για να βρούμε τον αριθμό των αστοχιών μπορεί να περιγραφεί ως εξής:

Αλγόριθμος Υπολογισμού Αστοχιών

For each VAR

For each return in period 7/2/2000 – 12/2/2001

If (Real Return > estimated VAR)

Number of Rejections = Number of Rejections + 1

End if

End for

End for

Αν επαναλάβουμε τη διαδικασία αυτή για όλες τις μετοχές και τους δείκτες θα καταλήξουμε στον Πίνακα 5.2.

Ας επισημανθεί ότι για τις μετοχές της παράλληλης αγοράς καθώς και του δείκτη της παράλληλης έχουμε τιμές VAR μεγαλύτερες από αυτές που μας επιτρέπουν τα όρια, πράγμα που δεν είναι σωστό. Αυτό μπορεί να μας οδηγήσει σε λανθασμένα αποτελέσματα για απόφαση αποδοχής ή απόρριψης. Το θέμα αυτό θα συζητηθεί στην επόμενη ενότητα.

Επ. Εμπιστοσύνης	FTSE- 20	Παράλληλη	ΕΤΕ	ΟΤΕ	ΔΙΕΚΑΤ	MetroLife
99	3	7	1	2	0	0
98,5	3	12	3	4	0	0
98	6	13	4	4	0	0
97,5	6	14	4	5	0	0
97	6	15	4	6	13	9
96,5	7	16	4	6	14	12
96	7	18	5	7	17	15
95,5	9	18	7	7	17	17
95	12	18	7	7	19	19
94,5	12	19	8	7	19	20
94	12	19	11	7	19	21
93,5	14	19	12	8	20	23
93	14	20	13	8	20	23
92,5	15	20	14	10	20	23
92	16	22	14	11	20	23
91,5	16	23	17	11	20	23
91	17	24	17	14	21	24
90,5	19	25	17	16	22	25
90	20	25	18	18	23	26

Πίνακας 5.2

5.3.2 Εύρεση Διαστημάτων Εμπιστοσύνης

Το επόμενο βήμα είναι η σύγκριση των αστοχιών με τα όρια αποδοχής - απόρριψης. Για να γίνει αυτό πρέπει να υπολογίσουμε τα διαστήματα αποδοχής – απόρριψης για όλες τις τιμές της πιθανότητας p . Για τον υπολογισμό των διαστημάτων χρησιμοποιούμε τον τύπο (1) που αναφέρθηκε παραπάνω, Κυρίες (1995). Το μέγεθος n του δείγματος είναι $n = 255$. Το p κυμαίνεται ανάλογα με την περίπτωση από 90% έως 99%. Στη συνέχεια βάζουμε τιμές του x ξεκινώντας από τη μικρότερη και ελέγχουμε το αποτέλεσμα. Αν αυτό είναι μεγαλύτερο από το 3,84 απορρίπτουμε την τιμή του x αλλιώς την κρατάμε. Αφού βρούμε το κάτω διάστημα στη συνέχεια δοκιμάζουμε πιο μεγάλες τιμές για να βρούμε το άνω όριο. Τα αποτελέσματα που βγάζουμε για όλες τις μετοχές και τους δείκτες συνοψίζονται στον Πίνακα 5.3. Και εδώ πρέπει επίσης να επισημάνουμε ότι το



Επαλήθευση του μοντέλου προσομοίωσης

δείγμα που χρησιμοποιούμε είναι μικρό γι' αυτό και τα διαστήματα που παίρνουμε είναι σχετικά μεγάλα. Για το λόγο αυτό δεν μπορούμε να είμαστε και απόλυτα σίγουροι για το αποτέλεσμα. Επίσης η απόφαση που παίρνουμε για να δεχτούμε ή να απορρίψουμε τη μηδενική υπόθεση ($p = p^*$) γίνεται κάτω από 95% επίπεδο εμπιστοσύνης, οπότε και πάλι δεν μιλάμε με απόλυτη σιγουριά. Τέλος πρέπει να πούμε ότι για πολύ μεγάλο επίπεδο εμπιστοσύνης (99%) δεν μπορούμε να βρούμε κάτω όριο που σημαίνει ότι δεν μπορούμε να αποφασίσουμε αν έχουμε υπερεκτιμήσει τον κίνδυνο. Γι' αυτό καλό είναι να δίνουμε μεγαλύτερη βαρύτητα σε πιο μικρά επίπεδα εμπιστοσύνης ξεκινώντας από το 95%. Τα αποτελέσματα που έχουμε βγάλει συνοψίζονται στον Πίνακα 5.3.

Επ. Εμπιστοσύνης	Κάτω Όριο	Ανω Όριο
99		7
98,5		9
98	1	11
97,5	2	12
97	2	14
96,5	3	16
96	4	17
95,5	5	19
95	6	21
94,5	7	22
94	8	24
93,5	9	25
93	10	27
92,5	11	28
92	12	30
91,5	13	31
91	14	33
90,5	15	34
90	16	36

Πίνακας 5.3

5.3.3 Αποδοχή ή Απόρριψη του Μοντέλου

Το επόμενο βήμα είναι να συγκρίνουμε τον αριθμό των αστοχιών που έχουμε υπολογίσει με τα όρια της προηγούμενης ενότητας. Αν ο αριθμός των αστοχιών, για δεδομένο



Επαλήθευση του μοντέλου προσομοίωσης

επίπεδο εμπιστοσύνης, βρίσκεται μέσα στο επιτρεπτό διάστημα αποδεχόμαστε το μοντέλο, στην αντίθετη περίπτωση απορρίπτουμε το μοντέλο. Τα αποτελέσματα για τις μετοχές και τους δείκτες δίνονται στον Πίνακα 5.4.

Επ. Εμπιστοσύνης	FTASE-20	Παράλληλη	ΕΤΕ	ΟΤΕ	ΔΙΕΚΑΤ	Metrolife
99	Αποδοχή	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
98,5	Αποδοχή	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
98	Αποδοχή	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
97,5	Αποδοχή	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
97	Αποδοχή	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
96,5	Αποδοχή	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
96	Αποδοχή	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή	Απόρριψη	Αποδοχή
95,5	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
95	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
94,5	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή
94	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή
93,5	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή
93	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή
92,5	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή
92	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή
91,5	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή
91	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή
90,5	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
90	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή

Πίνακας 5.4

Γενικά παρατηρούμε ότι το μοντέλο μας είναι αρκετά αξιόπιστο και έχουμε πολύ περισσότερες αποδοχές παρά απορρίψεις. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι για πολύ μεγάλο επίπεδο εμπιστοσύνης (99% και 98,5%) το κάτω άκρο των αστοχιών είναι απροσδιόριστο γι' αυτό και δεν μπορούμε να αποφανθούμε για την απόρριψη ή την αποδοχή του μοντέλου. Βέβαια στην πράξη αυτά τα επίπεδα εμπιστοσύνης δεν χρησιμοποιούνται πάρα πολύ οπότε δεν δίνουμε ιδιαίτερη σημασία στα αποτελέσματα. Το επίπεδο εμπιστοσύνης που χρησιμοποιείται από τις περισσότερες τράπεζες είναι το 95%. Σ' αυτό το επίπεδο αποδεχόμαστε το μοντέλο για όλες τις μετοχές και δείκτες. Ειδικότερα τώρα για κάθε μία από τις επιμέρους μετοχές και δείκτες έχουμε τα εξής:

- Δείκτης FTASE-20: Για το δείκτη της υψηλής κεφαλαιοποίησης αποδεχόμαστε το μοντέλο μας για όλα τα επίπεδα εμπιστοσύνης εκτός από τις περιπτώσεις 99% και 98,5% όπου δεν μπορούμε να αποφανθούμε για το κάτω άκρο των αστοχιών.
- Δείκτης Παράλληλης: Για το δείκτη της Παράλληλης βλέπουμε ότι το μοντέλο μας απορρίπτεται στα πολύ υψηλά επίπεδα εμπιστοσύνης δηλαδή για τιμές από 96% έως 99% στα οποία έχουμε μεγαλύτερο ή ίσο αριθμό αστοχιών με το ανώτερο άκρο, που σημαίνει ότι έχουμε υποεκτιμήσει τον κίνδυνο. Στις υπόλοιπες περιπτώσεις αποδεχόμαστε το μοντέλο μας.
- Μετοχή ΕΤΕ: Για τη μετοχή της Εθνικής Τράπεζας έχουμε αποδοχή του μοντέλου για όλες τις περιπτώσεις εκτός από την περίπτωση 99%-98,5% όπου δεν μπορούμε να αποφανθούμε για το κάτω όριο των αστοχιών.
- Μετοχή ΟΤΕ: Για την μετοχή του Οργανισμού Τηλεπικοινωνιών έχουμε απορρίψεις για τα επίπεδα εμπιστοσύνης από 91% ως 94,5% επειδή ο αριθμός των αστοχιών που υπολογίσαμε είναι ίσος ή μικρότερος από το κάτω επιτρεπτό άκρο που σημαίνει ότι έχουμε υπερεκτιμήσει τον κίνδυνο. Στα υπόλοιπα διαστήματα έχουμε αποδοχή του μοντέλου. Βέβαια υπάρχει η ίδια ασάφεια για τα πολύ μεγάλα επίπεδα εμπιστοσύνης.
- Μετοχή ΔΙΕΚΑΤ: Για τη μετοχή ΔΙΕΚΑΤ έχουμε μόνο μια απόρριψη για επίπεδο εμπιστοσύνης 96% επειδή το επίπεδο εμπιστοσύνης είναι ίσο με το πάνω άκρο που σημαίνει ότι έχουμε υποεκτιμήσει τον κίνδυνο της μετοχής. Στις υπόλοιπες περιπτώσεις αποδεχόμαστε το μοντέλο.
- Μετοχή Metrolife: Για τη μετοχή της Metrolife έχουμε αποδοχή του μοντέλου σε όλες τις περιπτώσεις.

5.3.4 Αναθεώρηση του VAR

Για τον υπολογισμό του VAR δεν λάβαμε καθόλου υπ' όψιν μας τα όρια που ισχύουν στην ελληνική αγορά το διάστημα 23/2/1999–4/2/2000 και υπολογίσαμε ποσοστό ζημιάς μεγαλύτερο από το 8%. Αυτό παρατηρήθηκε στις μετοχές ΔΙΕΚΑΤ και Metrolife οι οποίες ανήκουν στην παράλληλη αγορά και όπως αναλύσαμε στο Κεφάλαιο 3 έχουν και τις μεγαλύτερες αυξομειώσεις. Για να είμαστε πιο ρεαλιστικοί και τυπικοί θα φράξουμε

Επαλήθευση του μοντέλου προσομοίωσης

τις κατανομές των ζημιών (VAR) για τις μετοχές που έχουν εμφανίσει ζημιές πέρα από τα όρια (ΔΙΕΚΑΤ, Metrolife) και θα υπολογίσουμε ξανά τον αριθμό των αστοχιών. Για τον υπολογισμό αυτό θα αντικαταστήσουμε τα ποσοστά ζημιάς που είναι μεγαλύτερα από το κάτω όριο με το -8% και θα εφαρμόσουμε ξανά τον αλγόριθμο μέτρησης των αστοχιών. Μετά από υπολογισμούς καταλήγουμε στον Πίνακα 5.5 που υπολογίζει τον αριθμό αστοχιών και επανεξετάζει τις περιπτώσεις που αποδεχόμαστε ή απορρίπτουμε το μοντέλο.

Επ. Εμπιστοσύνης	ΔΙΕΚΑΤ		Metrolife	
	Αστοχίες	Απορρίψεις	Επ. Εμπιστοσύνης	Αστοχίες
99	14	Απόρριψη	12	Απόρριψη
98,5	14	Απόρριψη	12	Απόρριψη
98	14	Απόρριψη	12	Απόρριψη
97,5	14	Απόρριψη	12	Απόρριψη
97	14	Απόρριψη	12	Αποδοχή
96,5	14	Αποδοχή	12	Αποδοχή
96	17	Απόρριψη	15	Αποδοχή
95,5	17	Αποδοχή	17	Αποδοχή
95	19	Αποδοχή	19	Αποδοχή
94,5	19	Αποδοχή	20	Αποδοχή
94	19	Αποδοχή	21	Αποδοχή
93,5	20	Αποδοχή	23	Αποδοχή
93	20	Αποδοχή	23	Αποδοχή
92,5	20	Αποδοχή	23	Αποδοχή
92	20	Αποδοχή	23	Αποδοχή
91,5	20	Αποδοχή	23	Αποδοχή
91	21	Αποδοχή	24	Αποδοχή
90,5	22	Αποδοχή	25	Αποδοχή
90	23	Αποδοχή	26	Αποδοχή

Πίνακας 5.5

Μετά την επανεκτίμηση των αστοχιών καταλήγουμε σε μεγαλύτερο ποσοστό απορρίψεων και στις δύο μετοχές. Ειδικότερα βλέπουμε τα εξής:

- Μετοχή ΔΙΕΚΑΤ: Η μετοχή ΔΙΕΚΑΤ απορρίπτεται για επίπεδο εμπιστοσύνης από 99% ως και 97% πράγμα το οποίο δεν ίσχυε στην προηγούμενη μέτρηση. Επίσης έχουμε πάλι απόρριψη για επίπεδο εμπιστοσύνης 96%. Οι καινούργιες απορρίψεις που παίρνουμε προκύπτουν επειδή ο αριθμός των αστοχιών είναι

μεγαλύτερος από το επιτρεπτό άνω όριο το οποίο σημαίνει υποεκτίμηση του κινδύνου.

- Μετοχή Metrolife: Για τη μετοχή Metrolife έχουμε απορρίψεις για επίπεδα σημαντικότητας από 99% ως και 97,5% το οποίο και πάλι δεν υπήρχε στην προηγούμενη μέτρηση. Όπως και παραπάνω, οι απορρίψεις δημιουργούνται επειδή ο αριθμός αστοχιών που υπολογίστηκε είναι μεγαλύτερος από το ανώτατο επιτρεπτό άκρο, δηλαδή έχουμε υποεκτίμηση του κινδύνου.

Γενικότερα τα όρια που βάλαμε στις κατανομές των VAR άλλαξαν τα αποτελέσματα μόνο για τα επίπεδα εμπιστοσύνης που είχαν εμφανίσει VAR μεγαλύτερο από αυτό του επιτρεπτού ορίου. Τα αποτελέσματα για τα υπόλοιπα επίπεδα εμπιστοσύνης έμειναν ως έχουν. Επίσης να σημειωθεί ότι μας απασχόλησαν τα αρνητικά όρια (το μέγιστο ποσοστό πώσης) και όχι το αντίστοιχο ποσοστό της ανόδου διότι εξετάζουμε το μέγιστο ποσοστό ζημιάς.

5.4 Συμπεράσματα

Στην ενότητα αυτή κάναμε Backtesting στο μοντέλο υπολογισμού του VAR για να αποφασίσουμε αν θα το απορρίψουμε ή θα το αποδεχτούμε. Για την επαλήθευση του μοντέλου χρησιμοποιήθηκε η στατιστική μέθοδος που βασίζεται στον αριθμό των αστοχιών. Πρέπει να επισημανθεί ότι είχαμε σχετικά μικρό δείγμα (255 μετρήσεις), οπότε καταλήξαμε σε μεγάλα διαστήματα αποδοχής του μοντέλου με αποτέλεσμα να μην μπορούμε να είμαστε απόλυτα σίγουροι για την ορθότητα των αποτελεσμάτων μας. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι το μοντέλο μας είναι αρκετά ακριβές και τις περισσότερες φορές η εκτίμηση που κάνουμε είναι κοντά στην πραγματικότητα. Η παρατήρηση που έχουμε να κάνουμε είναι η κοινή συμπεριφορά των μετοχών του FTASE-20 και του ίδιου του δείκτη και αντίστοιχα των μετοχών της παράλληλης με τον αντίστοιχο δείκτη. Γενικότερα, παρατηρούμε μεγαλύτερο αριθμό αστοχιών στις μετοχές της παράλληλης καθώς και στον ίδιο το δείκτη σε σχέση με τις υπόλοιπες. Επίσης οι απορρίψεις που γίνονται στις μετοχές της παράλληλης και στο δείκτη γίνονται διότι ο αριθμός των αστοχιών ξεπερνάει το άνω άκρο ενώ στις μετοχές του δείκτη FTASE-20 γίνεται διότι ο

Επαλήθευση του μοντέλου προσομοίωσης

αριθμός των αστοχιών είναι μικρότερος από το κάτω άκρο. Αυτό μας δείχνει ότι στην περίπτωση των μετοχών της παράλληλης έχουμε υποεκτίμηση του κινδύνου, ενώ στις μετοχές υψηλής κεφαλαιοποίησης έχουμε υπερεκτίμηση του κινδύνου. Η άλλη παρατήρηση είναι ότι οι περιπτώσεις απορρίψεων για τις μετοχές της παράλληλης εμφανίζονται στα υψηλότερα επίπεδα εμπιστοσύνης (από 99% ως 96%) ενώ στην περίπτωση των μετοχών υψηλής κεφαλαιοποίησης εμφανίζονται σε πιο χαμηλά επίπεδα εμπιστοσύνης (κάτω από 95%). Αυτό έχει να κάνει με την διαφορά στις κατανομές. Όπως έχουμε δει στο Κεφάλαιο 3 οι μετοχές ΕΤΕ, ΟΤΕ καθώς και ο δείκτης FTASE-20 παρουσιάζουν κύρτωση μεγαλύτερη από αυτή της κανονικής κατανομής (3) και είναι λεπτόκυρτες. Αυτό θα μπορούσε να δικαιολογήσει τις απορρίψεις στα μικρότερα επίπεδα εμπιστοσύνης. Αντίθετα οι μετοχές της παράλληλης και ο δείκτης της παράλληλης παρουσιάζουν κύρτωση μικρότερη από αυτή της κανονικής κατανομής (3) και είναι πλατύκυρτες (fat tails). Αυτό θα μπορούσε να δικαιολογήσει τις απορρίψεις στα μεγαλύτερα επίπεδα εμπιστοσύνης.

Στο επόμενο κεφάλαιο διερευνάται η πιθανότητα βελτίωσης των αποτελεσμάτων με χρήση των πραγματικών Τυπικών Αποκλίσεων και Μέσων.



Κεφάλαιο 6

Χρήση Πρόβλεψης για Βελτίωση του Μοντέλου

6.1 Εισαγωγή

Στα προηγούμενα κεφάλαια είδαμε τον υπολογισμό του κινδύνου με ιστορικά στοιχεία της προηγούμενης περιόδου. Θέλουμε να εξετάσουμε κατά πόσο θα βελτιωθούν τα αποτελέσματα αν χρησιμοποιήσουμε τα πραγματικά δεδομένα δηλαδή τους μέσους και τις τυπικές αποκλίσεις της ίδιας της περιόδου. Τα βήματα που ακολουθούνται περιγράφονται παρακάτω.

6.2 Υπολογισμός VAR

Για τον υπολογισμό του Value At Risk (VAR) ακολουθούνται τα βήματα που περιγράφηκαν στο Κεφάλαιο 4. Συνοπτικά η διαδικασία είναι η εξής:

- Επιλογή παραμέτρων: όπως έχει ήδη περιγραφεί για κάθε προϊόν (μετοχή ή δείκτη) θεωρούμε σαν μεταβλητή την ίδια την μετοχή (δείκτη). Η μόνη διαφορά είναι ότι τα στοιχεία που παίρνουμε για το μέσο και την τυπική απόκλιση είναι οι τιμές που υπολογίστηκαν για τη δεύτερη περίοδο από 7/2/2000 έως 12/2/2001. Ουσιαστικά δηλαδή παίρνουμε τα πραγματικά στοιχεία.



Χρήση πρόβλεψης για βελτίωση του μοντέλου

- Προσομοίωση μεταβολής τιμής: Και πάλι για τον υπολογισμό των απωλειών θεωρούμε ότι οι αποδόσεις μεταβάλλονται τυχαία και ακολουθούν την Brownian κατανομή.
- Δημιουργία τυχαίων αριθμών: Δημιουργία τυχαίων αριθμών που ακολουθούν την ομοιόμορφη κατανομή και στη συνέχεια μετατροπή τους σε τυχαίους αριθμούς που ακολουθούν την κανονική κατανομή με τη μέθοδο Box-Muller.
- Κατάταξη των τιμών που έχουμε βρει κατά αύξουσα σειρά και αντιστοίχιση πιθανότητας από το 100% μέχρι το 0% για κάθε τιμή του VAR.
- Επιλογή των τιμών με επίπεδο εμπιστοσύνης από 99 μέχρι 91 και με βήμα μεταβολής 0,5.

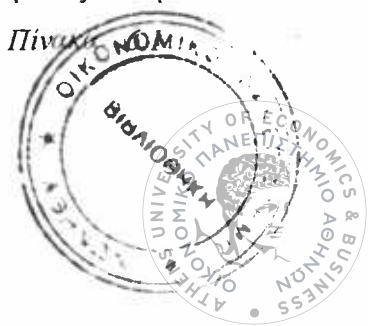
Ο Πίνακας 6.2 μας δίνει τις τιμές του VAR που έχουμε υπολογίσει για τις τέσσερις μετοχές και τους δύο δείκτες. Από τον Πίνακα 6.2 έχουμε να παρατηρήσουμε τα εξής:

- Αισθητή μείωση του VAR για τις μετοχές του δείκτη FTASE-20 και του ίδιου του δείκτη.
- Αισθητή αύξηση του VAR για τις μετοχές της παράλληλης και του δείκτη τους.

	FTASE-20	Παράλληλη	ETE	OTE	ΔΙΕΚΑΤ	Metrolife
Μέσος 1 st (%)	0,1593581	0,7395984	0,1096	0,0329	0,7974523	0,4861431
Μέσος 2 nd (%)	0,1735959	-0,7387721	-0,097	-0,171	-	-
Διαφορά	-0,332954	-1,4783705	-0,2062	-0,20411	1,3817527	-1,142781
Τ.Απόκλιση 1 st (%)	2,3023577	3,656491	2,6592	2,5457	4,8257664	4,6104828
Τ.Απόκλιση 2 nd (%)	2,0035696	4,095651	2,2558	2,245	4,4671997	4,1109119
Διαφορά	-0,2987880	0,439160054	-0,40336	-0,30072	-0,3585667	-0,4995709

Πίνακας 6.1

Για να μπορέσουμε να εκτιμήσουμε τα αίτια των μεταβολών στις τιμές του VAR πρέπει να λάβουμε υπ' όψιν τις δύο παραμέτρους που το επηρεάζουν, που είναι ο μέσος και η τυπική απόκλιση, και να εκτιμήσουμε τις μεταβολές τους. Στον Πίνακα



Χρήση πρόβλεψης για βελτίωση του μοντέλου

παρουσιάζεται το ποσοστό μεταβολής των μέσων και των τυπικών αποκλίσεων μεταξύ των δύο περιόδων:

Επ.	Εμπιστοσύνης	FTASE-20	ETE	OTE	Παράλληλη	ΔΙΕΚΑΤ	Metrolife
99	-4,80175761	-5,4479	-5,40709	-10,13810942	-11,1214	-10,20393805	
98,5	-4,49579425	-5,00759	-5,09082	-9,60135937	-10,4787	-9,597824936	
98	-4,27312719	-4,74528	-4,79893	-9,148635746	-9,83598	-9,092381335	
97,5	-4,08810416	-4,51166	-4,62132	-8,788723347	-9,28274	-8,725336308	
97	-3,9429569	-4,30641	-4,41505	-8,435276683	-8,95309	-8,440268325	
96,5	-3,80002342	-4,14606	-4,26261	-8,21116526	-8,6384	-8,170976351	
96	-3,69024846	-4,01053	-4,13423	-8,004934795	-8,39899	-7,905384276	
95,5	-3,58690783	-3,89081	-4,01396	-7,745430948	-8,18271	-7,634124075	
95	-3,45267578	-3,7712	-3,87783	-7,530284929	-7,95011	-7,442736869	
94,5	-3,37656913	-3,65289	-3,75898	-7,293938751	-7,79371	-7,252632758	
94	-3,292807	-3,53965	-3,66573	-7,07264882	-7,58108	-7,083895738	
93,5	-3,22897695	-3,44053	-3,57085	-6,905402059	-7,40843	-6,927410507	
93	-3,16337751	-3,35322	-3,4758	-6,720395721	-7,21334	-6,77487938	
92,5	-3,07347096	-3,25778	-3,39231	-6,573279109	-6,99955	-6,624209533	
92	-3,01220856	-3,19386	-3,31509	-6,441759209	-6,83988	-6,46643466	
91,5	-2,94560666	-3,12751	-3,25063	-6,326877653	-6,70195	-6,321592126	
91	-2,88503418	-3,0726	-3,17275	-6,205907245	-6,60631	-6,184157943	
90,5	-2,81422852	-3,01591	-3,11471	-6,079079114	-6,49429	-6,061229018	
90	-2,74636297	-2,94845	-3,06817	-5,947693778	-6,34564	-5,91534225	

Πίνακας 6.2

Για το μέσο όπως είχαμε σχολιάσει και στο Κεφάλαιο 3 είχαμε μια μείωση και μάλιστα ο μέσος από θετικός έγινε αρνητικός. Επίσης έχουμε να παρατηρήσουμε ότι είχαμε πολύ μεγαλύτερες μεταβολές στο μέσο για τις μετοχές και το δείκτη της παράλληλης (κατά μέσο όρο 1,3 σε απόλυτη τιμή) ενώ αντίθετα είχαμε πολύ μικρότερη πτώση στην περίπτωση των υπόλοιπων μετοχών και δείκτη (κατά μέσο όρο 0,25 σε απόλυτη τιμή). Η αλλαγή του μέσου από θετικό σε αρνητικό προβλέπουμε να προκαλέσει μια μετατόπιση στην κατανομή του VAR προς τα αριστερά (δηλαδή προς αρνητικές τιμές) και μάλιστα περιμένουμε μεγαλύτερη μετατόπιση στις μετοχές και στο δείκτη της παράλληλης. Η τυπική απόκλιση από την άλλη μειώθηκε στις περισσότερες περιπτώσεις εκτός από το δείκτη της παράλληλης του οποίου η τυπική απόκλιση αυξήθηκε. Για τις υπόλοιπες μετοχές η μείωση ήταν κατά μέσο όρο 0,3 ενώ για το δείκτη της παράλληλης η αύξηση ήταν περίπου της ίδιας τάξης με τη μείωση (0,4). Η μείωση της τυπικής απόκλισης

περιμένουμε να προκαλέσει μείωση του VAR ενώ στο δείκτη της παράλληλης περιμένουμε αύξηση του VAR. Θα επανέλθουμε στις διαφορές αυτές όταν κάνουμε την επαλήθευση του μοντέλου.

Μελετώντας τα αποτελέσματα καταλήγουμε στα εξής:

- Το VAR του δείκτη της παράλληλης έχει αυξηθεί αισθητά. Αυτό οφείλεται στην αύξηση της τυπικής απόκλισης και επίσης στη μεγάλη μεταβολή του μέσου προς αρνητικές τιμές. Παρατηρούμε επίσης ότι ο δείκτης της παράλληλης έχει μεγαλύτερες απώλειες σε σχέση με την προηγούμενη περίοδο.
- Ο δείκτης FTASE-20 παρουσιάζει μείωση στο VAR αλλά όχι σε πολύ μεγάλο βαθμό. Αυτό οφείλεται στη μείωση της τυπικής απόκλισης η οποία βέβαια δεν ήταν ιδιαίτερα μεγάλη. Αντίθετα στη μείωση του VAR επιδρά ο μέσος που λόγω του αρνητικού του πρόσημου μετατοπίζει την κατανομή σε αρνητικές τιμές.
- Η μετοχή της Εθνικής Τράπεζας παρουσιάζει επίσης μείωση στο VAR λόγω της μείωσης της τυπικής απόκλισης. Ο μέσος και πάλι μετατοπίζει το VAR προς τα αριστερά οπότε δεν έχουμε μεγάλη μείωση των απωλειών.
- Η μετοχή του ΟΤΕ επίσης παρουσιάζει τις ίδιες μεταβολές με τα προηγούμενα. Βλέπουμε και εδώ μια μείωση στις τιμές του VAR η οποία δεν είναι πολύ σημαντική λόγω του αρνητικού μέσου.
- Η μετοχή της Metrolife αντίθετα παρουσιάζει μια σχεδόν στάσιμη συμπεριφορά. Οι τιμές του VAR είναι σχεδόν ίδιες με αυτές της προηγούμενης περιόδου και εμφανίζεται μια ανεπαίσθητη άνοδος. Αυτό συμβαίνει γιατί ενώ έχουμε μείωση της τυπικής απόκλισης, η αρκετά μεγάλη μετατόπιση του μέσου επιδρά αρνητικά και κρατά τις τιμές του VAR στα ίδια χαμηλά επίπεδα.
- Η μετοχή της ΔΙΕΚΑΤ καταγράφει αντίστοιχες απώλειες με τη μετοχή της Metrolife γιατί και αυτή παρουσίασε μείωση στην τυπική απόκλιση και μετατόπιση του μέσου σε αρνητικές τιμές. Γενικότερα, οι μεγαλύτερες απώλειες (μεγαλύτερη αύξηση του VAR) είναι συνάρτηση της μετατόπισης του μέσου προς αρνητικές τιμές και της αύξησης της τυπικής απόκλισης.

6.3 Υπολογισμός Αστοχιών

Με τον ίδιο τρόπο που αναλύσαμε στο Κεφάλαιο 5 υπολογίζουμε τον αριθμό των αστοχιών για τα επίπεδα εμπιστοσύνης από 90% έως 99% και με βήμα 0,5. Ας υπενθυμίσουμε ότι ο αλγόριθμος που εφαρμόζεται είναι να μετρήσουμε για κάθε ένα επίπεδο εμπιστοσύνης τον αριθμό των φορών που η τιμή του VAR είναι μικρότερη από τις αποδόσεις που σημειώνονται στη δεύτερη περίοδο (ουσιαστικά το δείγμα για το οποίο θέλουμε να βρούμε το VAR). Ας επισημανθεί ότι κατά το δεύτερο υπολογισμό του VAR δεν καταγράφηκαν απώλειες μεγαλύτερες από τα όρια διακύμανσης της δεύτερης περιόδου (10% και 12% τους τελευταίους έξι μήνες) που δείχνει ότι η αύξηση των ορίων εξομάλυνε τις αυξομειώσεις των τιμών. Στον Πίνακα 6.3 βλέπουμε τον αριθμό των αστοχιών που αντιστοιχούν στα επίπεδα σημαντικότητας που εξετάζουμε.

Επ. Εμπιστοσύνης	FTASE- 20	Παράλληλη	ΕΤΕ	ΟΤΕ	ΔΙΕΚΑΤ	Metrolife
99,99	1	0	1	2	0	0
99,5	2	0	2	2	0	0
99	2	1	3	2	0	3
98,5	4	3	4	2	0	5
98	5	3	4	3	2	7
97,5	6	4	5	4	3	8
97	6	7	6	4	5	9
96,5	6	10	6	4	6	9
96	6	10	8	6	7	9
95,5	6	12	8	6	8	9
95	6	14	8	8	13	9
94,5	6	16	9	11	15	11
94	6	19	11	12	15	11
93,5	8	20	12	14	17	12
93	9	24	13	15	17	13
92,5	9	26	14	15	18	14
92	9	27	14	16	19	15
91,5	9	27	14	16	19	17
91	11	27	15	17	20	18
90,5	14	27	17	17	20	19
90	15	31	19	19	20	20

Πίνακας 6.3



6.4 Υπολογισμός Απόρριψης – Αποδοχής του Μοντέλου

Το τελικό βήμα είναι να συγκρίνουμε τον αριθμό των αστοχιών που έχουμε υπολογίσει και να δούμε αν είναι μέσα στα επιτρεπτά όρια. Τα όρια για όλα τα επίπεδα εμπιστοσύνης τα έχουμε ήδη υπολογίσει και βρίσκονται στον Πίνακα 5.3. Τα αποτελέσματα για την αποδοχή ή όχι του μοντέλου δίνονται στον Πίνακα 6.4.

Επ. Εμπιστοσύνης	FTSE-20	Παράλληλη	ΕΤΕ	ΟΤΕ	ΔΙΕΚΑΤ	Metrolife
99	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
98,5	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
98	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
97,5	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
97	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
96,5	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
96	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
95,5	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
95	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
94,5	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
94	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
93,5	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
93	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
92,5	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
92	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
91,5	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
91	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
90,5	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή
90	Απόρριψη	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή	Αποδοχή

Πίνακας 6.4

Από τον Πίνακα 6.4 μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι έχουμε βελτιώσει κατά πολύ τα αποτελέσματα και πιο συγκεκριμένα:

- Για τις μετοχές του δείκτη FTASE-20 δεν έχουμε καμιά περίπτωση απόρριψης. Συγκεκριμένα η μετοχή της Εθνικής Τράπεζας δεν έχει σημειώσει καμιά απόρριψη ενώ αντίστοιχα βλέπουμε για τη μετοχή του ΟΤΕ εξαφάνιση των απορρίψεων που είχαν σημειωθεί στα μικρότερα επίπεδα εμπιστοσύνης. Αυτό συμβαίνει διότι η μείωση της τυπικής απόκλισης μείωσε το υπολογιζόμενο VAR αρκετά και επειδή η μετατόπιση του μέσου δεν ήταν πολύ μεγάλη είχαμε μια

αισθητή μείωση στο VAR. Η μείωση του VAR μας έκανε να ξεπεράσουμε την υπερεκτίμηση του κινδύνου και να δώσει σωστά αποτελέσματα για το μοντέλο (καμία απόρριψη).

- Αντίθετα για το δείκτη FTASE-20 είχαμε την αντίθετη πορεία δηλαδή είχαμε εμφάνιση περισσότερων απορρίψεων για τα μικρότερα επίπεδα εμπιστοσύνης. Αυτό μπορούμε να το δικαιολογήσουμε ως εξής: η μείωση της τυπικής απόκλισης συνετέλεσε σε μείωση του VAR αλλά όχι σε πολύ μεγάλο ποσοστό λόγω της μετατόπισης του μέσου από θετικό σε αρνητικό με αποτέλεσμα για τα μικρότερα επίπεδα εμπιστοσύνης να διατηρηθεί το VAR στα ίδια επίπεδα. Αυτό όπως είναι φανερό δεν είναι σωστό διότι κάνουμε υπερεκτίμηση αφού ενώ έχει μειωθεί η τυπική απόκλιση το μοντέλο μας διατηρεί το VAR στα ίδια επίπεδα. Φυσικά αστονιστεί ότι η υπερεκτίμηση του κινδύνου είναι μικρότερης σημαντικότητας σφάλμα σε σχέση με την υποεκτίμηση οπότε δεν πρέπει να κρίνουμε αρνητικά το μοντέλο.

Βελτίωση των αποτελεσμάτων είχαμε και στον κλάδο της παράλληλης. Αναλυτικά παρατηρήθηκαν τα εξής:

- Ο δείκτης της παράλληλης δεν σημείωσε καμία απόρριψη για όλα τα εξεταζόμενα επίπεδα εμπιστοσύνης. Αυτό συνέβη διότι η αύξηση της τυπικής απόκλισης οδήγησε με αύξηση του VAR την οποία ενίσχυσε και η μετατόπιση του δείκτη προς τα αριστερά. Το αποτέλεσμα ήταν να έχουμε λιγότερες απορρίψεις γιατί αυτή τη φορά το VAR ήταν πολύ πιο κοντά στην πραγματικότητα.
- Για τις μετοχές της παράλληλης επίσης δεν παρουσιάστηκε καμία αστοχία διότι είχαμε αύξηση του VAR λόγω της μετατόπισης του μέσου αν και η τυπική απόκλιση μειώθηκε. Το αποτέλεσμα ήταν οι τιμές του VAR που υπολογίστηκαν να είναι πιο κοντά στις πραγματικές και έτσι να ξεπεράσουμε την υπερεκτίμηση του κινδύνου.

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι η χρήση των πραγματικών μέσων και τυπικών αποκλίσεων (και όχι αυτών που προκύπτουν από ιστορικά δεδομένα) για την περίοδο μέτρησης του VAR (από 7/2/2000 ως 12/2/2001) οδήγησε σε βελτίωση του μοντέλου και ελαχιστοποίησε τον αριθμό των απορρίψεων. Για την ακρίβεια εξαφάνισε τον αριθμό των περιπτώσεων που είχαμε απόρριψη λόγω υποεκτίμησης του κινδύνου. Για τις περιπτώσεις που είχαμε υπερεκτίμηση του κινδύνου είχαμε βελτίωση για τη μετοχή του ΟΤΕ ενώ αντίθετα δημιουργήθηκε υπερεκτίμηση για τη μετοχή του δείκτη FTASE-20. Ας σημειωθεί ξανά ότι η υπερεκτίμηση του κινδύνου είναι μικρότερης σημαντικότητας σε σχέση με την υποεκτίμηση. Τελικά η συνολική βελτίωση των αποτελεσμάτων μας οδηγεί στο συμπέρασμα πως αξίζει να χρησιμοποιήσουμε μεθοδολογίες προβλέψεων για να υπολογίσουμε τις τυπικές αποκλίσεις (και τις συσχετίσεις αν αυτές χρησιμοποιούνται) σε σχέση με τον υπολογισμό τους (εκτίμηση) από ιστορικά στοιχεία. Στην παρακάτω ενότητα εξηγείται η μέθοδος των προβλέψεων και αναφέρονται οι πιο γνωστές τεχνικές.

6.5 Μεθοδολογία Προβλέψεων

Η μεθοδολογία Προβλέψεων (Forecasting) είναι μια ποσοτική μέθοδος που μας δίνει εκτίμηση (ή σειρά από εκτιμήσεις) για την πιθανότητα κάποιων μελλοντικών γεγονότων στηριζόμενη σε πληροφορία από το παρελθόν και το παρόν, Pindyck, (1998). Η πληροφορία αυτή ενσωματώνεται σε ένα μοντέλο που δίνεται από μια σχέση ή από ένα μοντέλο χρονοσειρών. Το Forecasting χρησιμοποιείται στη διαχείριση κινδύνου για την δημιουργία συσχετίσεων και τυπικών αποκλίσεων διότι και τα δύο μεγέθη δεν είναι σταθερά, οπότε πρέπει να προβλέψουμε τη μεταβολή τους. Δεδομένου ότι η επιτυχία εκτίμησης του κινδύνου οφείλεται αποκλειστικά στην πρόβλεψη της μεταβλητότητας (τυπικής απόκλισης) και των συσχετίσεων, η μεθοδολογία πρόβλεψης που ακολουθείται είναι πολύ σημαντική.

Στην ανάλυση δεδομένων (Κεφάλαιο 3) αναφέραμε ότι οι μεταβλητότητες και οι συσχετίσεις προέκυψαν από την Περιγραφική Στατιστική Ανάλυση και υπολογίστηκαν μέσω του Excel. Το Excel χρησιμοποιεί την μέθοδο του κινητού μέσου για την υπολογισμό των τυπικών αποκλίσεων. Η μέθοδος αυτή θεωρεί κάποιο σταθερό διάστημα

και υπολογίζει τη μεταβλητότητα από τον τύπο: $\sigma_i^2 = (1/M) \sum_{t=1}^M r_{t-i}^2$. Όπως γίνεται αντιληπτό η μέθοδος αυτή έχει πολλούς περιορισμούς γιατί δίνει ίδιο βάρος σε όλες τις αποδόσεις χωρίς να διαχωρίζει τη σημαντικότητα των πιο κοντινών από τις πιο απομακρυσμένες. Για το λόγο αυτό αναζητούμε παρακάτω κάποιες άλλες μεθόδους που είναι πιο δυναμικές, δίνοντας έτσι ιδέες για τη βελτίωση του μοντέλου μας.

6.5.1 Εκτίμηση GARCH

Η ανάγκη για εκτίμηση της μεταβλητότητας με βάση την πιο πρόσφατη πληροφορία οδήγησε στη δημιουργία καινούργιων μοντέλων. Το μοντέλο GARCH είναι ένα από αυτά και μεταφράζεται σε: *Γενικευμένο Αυτοπαλινδρομούμενο Ετεροσκεδαστικό Μοντέλο* (Generalized Autoregressive Heteroskedastic Model), Jorion (1997). Η ετεροσκεδαστικότητα αναφέρεται στο γεγονός ότι οι αποκλίσεις αλλάζουν με την πάροδο του χρόνου. Το μοντέλο GARCH υποθέτει ότι οι αποκλίσεις των αποδόσεων ακολουθούν μια προβλεπόμενη πορεία. Η υπο συνθήκη απόκλιση εξαρτάται από την τελευταία αλλαγή καθώς και από την προηγούμενη υπό συνθήκη απόκλιση. Ορίζουμε ως h_t την υπό συνθήκη απόκλιση η οποία δημιουργείται χρησιμοποιώντας πληροφορία μέχρι τη χρονική στιγμή $t-1$, και την απόδοση της προηγούμενης μέρας r_{t-1} . Το απλούστερο μοντέλο δίνεται από τη σχέση:

$$h_t = a_0 + a_1 r_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}$$

Η μέση απόκλιση βρίσκεται αν θέσουμε $E(r_{t-1}^2) = h_t = h_{t-1} = h$. Λύνοντας ως προς h έχουμε.

$$h = \frac{a_0}{1 - a_1 - \beta}$$

Για να διατηρείται το μοντέλο σταθερό, το άθροισμα των παραμέτρων $a_1 + \beta$ πρέπει να είναι μικρότερο από τη μονάδα. Το άθροισμα αυτό λέγεται και αντίσταση. Το πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ότι αν και χρησιμοποιεί λίγες παραμέτρους μπορεί και προσαρμόζει τα δεδομένα αρκετά καλά. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιείται σε πολλές

χρηματαγορές. Το μόνο μειονέκτημα των μοντέλων GARCH είναι η μη γραμμικότητα. Οι παράμετροι εκτιμούνται μεγιστοποιώντας την συνάρτηση πιθανότητας που περιλαμβάνει μια αριθμητική βελτιστοποίηση. Η υπόθεση που κάνουμε είναι ότι η κλιμάκωση των καταλοίπων $\varepsilon_t = \frac{r_t}{\sqrt{h_t}}$ ακολουθεί την κανονική κατανομή και είναι ανεξάρτητη. Αν έχουμε T παρατηρήσεις η συνολική συγκέντρωση προκύπτει από την συγκέντρωση κάθε περιόδου t . Η βελτιστοποίηση μεγιστοποιεί το λογάριθμο της συνάρτησης πιθανότητας f , με f' την συνάρτηση κανονικής κατανομής.

Το μοντέλο του GARCH μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση της μεταβλητότητας για μεγαλύτερα διαστήματα της μιας μέρας. Αυτό γίνεται αν διαιρέσουμε την συνολική απόδοση του διαστήματος που θέλουμε να υπολογίσουμε στις επιμέρους αποδόσεις των ημερών που βρίσκονται σ' αυτό το διάστημα. Αν οι αποδόσεις είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους η απόκλιση του διαστήματος ορίζεται σαν το άθροισμα των αποκλίσεων των αποδόσεων των ημερών σ' αυτό το διάστημα.

6.5.2 Η Μέθοδος του Κινητού Μέσου Εκθετικού Βάρους

Η μέθοδος του Κινητού Μέσου Εκθετικού Βάρους (Exponentially Weighted Moving Average) EWMA είναι η μέθοδος που χρησιμοποιεί η Risk Metrics για την εκτίμηση της μεταβλητότητας, J.P. Morgan (1996). Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, η πρόβλεψη για τη χρονική στιγμή t είναι ένας σταθμισμένος μέσος της προηγούμενης πρόβλεψης, χρησιμοποιώντας ένα βάρος λ , και της τελευταίας αλλαγής της απόδοσης στο τετράγωνο χρησιμοποιώντας το βάρος $1 - \lambda$:

$$h_t = \lambda h_{t-1} + (1 - \lambda) r_{t-1}^2$$

Εδώ η παράμετρος λ λέγεται παράμετρος βαρύτητας (decay factor) και πρέπει να είναι μικρότερη από τη μονάδα. Το εκθετικό μοντέλο μειώνει εκθετικά τα βάρη των προηγούμενων παρατηρήσεων, δίνοντας έτσι μεγαλύτερη βαρύτητα στις πρόσφατες

παρατηρήσεις. Αν αντικαταστήσουμε αναδρομικά το h_{t-1} στην παραπάνω σχέση θα έχουμε:

$$h_t = (1 - \lambda)(r_{t-1}^2 + \lambda r_{t-2}^2 + \lambda^2 r_{t-3}^2 + \dots)$$

Παρατηρούμε ότι ο αριθμός των παρατηρήσεων που επιδρούν στο μοντέλο δεν είναι πολύ μεγάλος. Το μοντέλο αυτό μπορεί να θεωρηθεί σαν μια περίπτωση του GARCH μοντέλου αν θέσουμε α_0 ίσο με το 0 και το β ίσο με τη 1. Το εκθετικό μοντέλο είναι αρκετά απλό να υλοποιηθεί γιατί βασίζεται μόνο σε μια παράμετρο, την παράμετρο βαρύτητας λ . Για το λόγο αυτό είναι πιο επαρκές για την εκτίμηση του κινδύνου. Επιπλέον ο εκτιμητής κινδύνου είναι αναδρομικός και η πρόβλεψη του στηρίζεται στην προηγούμενη πρόβλεψη και στην τελευταία αλλαγή. Αντίθετα στη μέθοδο του κινητού μέσου απαιτούνται M παρατηρήσεις. Για τον προσδιορισμό του βέλτιστου λ η Risk Metrics εκτέλεσε μια σειρά πειραμάτων με μεγάλο όγκο δεδομένων και κατέληξε σε δύο τιμές. Στην περίπτωση που το μοντέλο χρησιμοποιείται για καθημερινή εκτίμηση το λ είναι 0,94 ενώ για μηνιαίες εκτιμήσεις το λ είναι 0,97.

6.5.3 Θεωρητικές Μεταβλητότητες

Η μέθοδος αυτή δεν βασίζεται καθόλου σε ιστορικά δεδομένα. Ο υπολογισμός της μεταβλητότητας προκύπτει από τα δεδομένα των δικαιωμάτων Hull (1995). Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό των παραγώγων προϊόντων είναι η εύρεση τιμών. Τα δικαιώματα είναι προϊόντα των οποίων η τιμή επηρεάζεται από μια σειρά από παράγοντες, οι οποίοι καθορίζουν τη μεταβλητότητα του υποκείμενου προϊόντος. Θέτοντας την τιμή αγοράς ενός δικαιώματος ίση με την τιμή του μοντέλου μπορούμε να εξάγουμε την θεωρητική τιμή της μεταβλητότητας, με άλλα λόγια την θεωρητική τυπική απόκλιση. Η μέθοδος συνίσταται στην αντιστροφή της φόρμουλας αποτίμησης δικαιωμάτων και λύση ως προς την τυπική απόκλιση, εξισώνοντας την τιμή αγοράς με την τιμή του μοντέλου για δεδομένα αγοράς και χαρακτηριστικά του δικαιώματος. Η συνάρτηση f που χρησιμοποιούμε είναι η φόρμουλα Black-Scholes. Η προσέγγιση αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την δημιουργία καθημερινών τυπικών αποκλίσεων (mark-to-market) που μεταβάλλονται με τη λήξη του δικαιώματος. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι



η τυπική απόκλιση που υπολογίζεται είναι η μέση απόκλιση για όλη τη διάρκεια ζωής του δικαιώματος.

Στην περίπτωση που η αγορά δικαιωμάτων είναι αποδοτική η θεωρητική τυπική απόκλιση προσφέρει μια καλή εκτίμηση για τη μελλοντική μεταβλητότητα. Πρακτικά οι συναλλαγές δικαιωμάτων περιλαμβάνουν υποθέσεις για την μεταβλητότητα. Από τη στιγμή που τα δικαιώματα αντανakλούν την αίσθηση της αγοράς για τις μελλοντικές μεταβλητότητες, υπάρχουν ισχυροί λόγοι να πιστεύουμε ότι οι προβλέψεις που στηρίζονται στα δικαιώματα είναι πιο ακριβείς σε σχέση με αυτές που στηρίζονται σε ιστορικά δεδομένα. Από την άλλη όμως οι μεταβλητότητες προκύπτουν από αντικατάσταση στη τύπο της Black-Scholes φόρμουλας και υπόκεινται στους περιορισμούς της. Επίσης υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός δικαιωμάτων που δεν μπορεί να περιγραφεί από αυτή τη φόρμουλα.

Ολοκληρώνοντας, τα δικαιώματα περιέχουν μεγαλύτερο πλούτο πληροφορίας για τον κίνδυνο αγοράς σε σχέση με τα μοντέλα ανάπτυξης χρονοσειρών. Η πληροφορία αυτή είναι ιδιαίτερα σημαντική σε περιόδους στρες, όταν η αγορά περιέχει τρέχουσα πληροφορία που δεν αντανakλάται από ιστορική πληροφορία. Το βασικό μειονέκτημα των παραμέτρων που προκύπτουν από τα δικαιώματα είναι ότι οι συναλλαγές στα δικαιώματα δεν είναι πάντα επαρκείς για να καλύψουν όλα τα χρηματοοικονομικά προϊόντα.

6.5.4 Στοχαστικές Μεταβλητότητες

Σύμφωνα με το μοντέλο της στοχαστικής μεταβλητότητας τόσο η μεταβολή της τιμής όσο και η μεταβλητότητα είναι μη ντετερμινιστικές (non deterministic), Compbell, (1997). Οι παρακάτω σχέσεις δίνουν το μοντέλο υπολογισμού των μεταβολών στην τιμή και τη μεταβλητότητα ενός προϊόντος:

$$dP = \mu P d_t + \sigma P dB_p$$

$$d\sigma = \alpha(\sigma) d_t + \beta(\sigma) dB_\sigma$$



όπου οι $\alpha(\cdot)$ και $\beta(\cdot)$ είναι αυθαίρετες συναρτήσεις για την μεταβλητότητα και οι B_p και B_σ είναι τυπικές Brownian κινήσεις με στιγμιαίες συσχετίσεις $dB_p dB_\sigma = \rho dt$. Στην περίπτωση αυτή η στοχαστική μεταβλητότητα εισάγει μια δεύτερη πηγή ασάφειας και αυτό κάνει ακόμη πιο δύσκολο τον υπολογισμό του δικαιώματος. Προσδιορίζοντας όμως το βαθμό ασάφειας στον υπολογισμό της μεταβλητότητας βελτιώνουμε τη μέθοδο πρόβλεψης. Οι Hull and White (1987) κάνοντας την υπόθεση ότι ο κίνδυνος που σχετίζεται με την στοχαστική μεταβλητότητα δεν αποτιμάται σε ισορροπία καταφέρνουν να δώσουν τιμή στα δικαιώματα σε κατάσταση ισορροπίας και να τα αποτιμήσουν με τη φόρμουλα Black-Scholes.

6.6 Συμπεράσματα

Στην ενότητα αυτή επαναλήφθηκε η διαδικασία της προσομοίωσης και της επαλήθευσης (Backtesting) με τα δεδομένα της δεύτερης περιόδου με σκοπό τη διερεύνηση της βελτίωσης των αποτελεσμάτων. Να σημειωθεί ότι τα κύρια χαρακτηριστικά της δεύτερης περιόδου είναι η μείωση της τυπικής απόκλισης για όλα τα στοιχεία (εκτός από το δείκτη της παράλληλης) και η μετατόπιση του μέσου σε αρνητικές τιμές. Οι αλλαγές αυτές οδήγησαν σε μείωση του VAR στις μετοχές και το δείκτη FTASE-20 ενώ αντίθετα σε αύξηση του VAR στις μετοχές και το δείκτη της παράλληλης. Η διαφορά στα αποτελέσματα του VAR μεταξύ των δύο κατηγοριών οφείλεται στη μεγαλύτερη μετατόπιση του μέσου στη δεύτερη κατηγορία μετοχών. Επίσης η αύξηση της τυπικής απόκλισης στο δείκτη της παράλληλης οδήγησε σε αύξηση του VAR. Κάνοντας στη συνέχεια επαλήθευση διαπιστώσαμε ότι επιτύχαμε λιγότερες απορρίψεις. Πιο συγκεκριμένα εκτός από το δείκτη FTASE-20 που παρουσίασε απορρίψεις λόγω υπερεκτίμησης του κινδύνου στα υπόλοιπα στοιχεία δεν είχαμε καμία απόρριψη. Για τις μετοχές και το δείκτη της παράλληλης είχαμε εξαφάνιση των απορρίψεων λόγω της αρνητικής μετατόπισης του μέσου (η τιμή του VAR που είχαμε υπολογίσει αντιστοιχούσε σε μικρότερο επίπεδο εμπιστοσύνης). Αντίθετα στις μετοχές και το δείκτη FTASE-20 είχαμε διαφορετική συμπεριφορά. Αυτό συμβαίνει διότι ανάλογα με το μέγεθος των μεταβολών, σε κάποιο στοιχείο κυριαρχεί η μετατόπιση του μέσου και σε

Χρήση πρόβλεψης για βελτίωση του μοντέλου

άλλο η μείωση της τυπικής απόκλισης. Κατ' αρχάς για τη μετοχή της εθνικής δεν είχαμε καμία απόρριψη και στις δύο περιόδους. Για τη μετοχή του ΟΤΕ έχουμε σημαντικότερη μείωση της τυπικής απόκλισης (σε σχέση με τη μείωση του μέσου) που οδηγεί σε εξαφάνιση των απορρίψεων (η τιμή του VAR που είχαμε υπολογίσει αντιστοιχούσε σε μεγαλύτερο επίπεδο εμπιστοσύνης). Αντίθετα για το δείκτη FTASE-20 έχουμε σημαντικότερη μείωση του μέσου (σε σχέση με τη μείωση της τυπικής απόκλισης) που οδηγεί στην εμφάνιση απορρίψεων (η τιμή του VAR που είχαμε υπολογίσει αντιστοιχούσε σε μικρότερο επίπεδο εμπιστοσύνης). Τέλος στο τελευταίο τμήμα του κεφαλαίου γίνεται αναφορά στις τεχνικές προβλέψεων οι οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό των τυπικών αποκλίσεων.



Κεφάλαιο 7

Monte Carlo με Πολλαπλές Μεταβλητές

7.1 Εισαγωγή

Στα προηγούμενα κεφάλαια χρησιμοποιήσαμε τη μέθοδο της προσομοίωσης Monte Carlo και υπολογίσαμε το Value At Risk (VAR) έξι συγκεκριμένων θέσεων και στη συνέχεια κάναμε επαλήθευση του μοντέλου υπολογισμού. Τις θέσεις που χρησιμοποιήσαμε τις εξετάσαμε ξεχωριστά και όχι σαν χαρτοφυλάκιο. Η απουσία του χαρτοφυλακίου παρέκαμψε ένα βασικό στάδιο της προσομοίωσης, τη συμμετοχή των συσχετίσεων, που επηρεάζει τον τρόπο υπολογισμού του VAR. Στο κεφάλαιο αυτό θα θεωρήσουμε την περίπτωση του χαρτοφυλακίου και θα επαναλάβουμε τη διαδικασία της προσομοίωσης με τη μέθοδο Monte Carlo και στο τέλος θα κάνουμε επαλήθευση του μοντέλου προσομοίωσης. Επίσης θα γίνει σύγκριση με το αθροιστικό VAR των τεσσάρων μετοχών.

7.2 Περιγραφή Σεναρίου

Για να μπορέσουμε να εφαρμόσουμε την μέθοδο της προσομοίωσης με πολλαπλές μεταβλητές θα πρέπει να συνθέσουμε ένα χαρτοφυλάκιο. Τα δεδομένα που έχουμε στη διάθεσή μας είναι η μετοχή της Εθνικής Τράπεζας (ETE), η μετοχή του Οργανισμού Τηλεπικοινωνιών (OTE), που ανήκουν στις μετοχές υψηλής κεφαλαιοποίησης και συμμετέχουν στο δείκτη FTASE-20, η μετοχή της ΔΙΕΚΑΤ, η μετοχή της Metrolife που ανήκουν στον κλάδο της παράλληλης και συμμετέχουν στο



δείκτη καθώς και ο δείκτης της Παράλληλης και ο δείκτης FTASE-20. Για λόγους απλότητας και προσπαθώντας να χρησιμοποιήσουμε όλη την πληροφορία που έχουμε θα φτιάξουμε ένα χαρτοφυλάκιο που θα αποτελείται από τις τέσσερις μετοχές θεωρώντας ένα τεμάχιο για την κάθε μια. Με άλλα λόγια θα δημιουργήσουμε ένα υποθετικό δείκτη ο οποίος θα αποτελείται από τις τέσσερις μετοχές οι οποίες θα έχουν ίση συμμετοχή (ίδιο βάρος). Η επιλογή της παραπάνω σύνθεσης του χαρτοφυλακίου δείχνει μια μεροληψία στη μετοχή της Εθνικής διότι αποτελεί τη μισή αξία του χαρτοφυλακίου. Πράγματι οι τιμές κλεισίματος για τις μετοχές ΕΤΕ, ΟΤΕ, ΔΙΕΚΑΤ και Metrolife στις 7/2/2000 είναι αντίστοιχα 49,1771, 25,5759, 21,5114, 15,1459 (ευρο). Επομένως αναμένουμε η συμπεριφορά του χαρτοφυλακίου να επηρεάζεται κατά πολύ από τη συμπεριφορά της μετοχής της εθνικής.

Για τη μέθοδο της προσομοίωσης θα χρειαστούμε στοιχεία για τις συσχετίσεις, τις τυπικές αποκλίσεις καθώς και τους μέσους των μετοχών. Όλα αυτά τα στοιχεία έχουν υπολογιστεί για δύο περιόδους. Εμείς θα χρησιμοποιήσουμε τα ιστορικά στοιχεία της πρώτης περιόδου (23/2/1999–4/2/2000). Οι συσχετίσεις μεταξύ των μετοχών βρίσκονται στον Πίνακα 3.5 (Κεφάλαιο 3) ενώ οι Τυπικές Αποκλίσεις και οι Μέσοι των μετοχών δίνονται στον Πίνακα 3.3 (Κεφάλαιο 3). Επίσης πρέπει να καθορίσουμε το χρονικό ορίζοντα του VAR καθώς και το επίπεδο εμπιστοσύνης. Αποφασίσαμε να υπολογίσουμε ημερήσιο VAR για να έχουμε πιο αξιόπιστα αποτελέσματα. Η μέρα που πραγματοποιείται η μέτρηση VAR είναι η 7/2/2000 που σημαίνει ότι η αποτίμηση του χαρτοφυλακίου θα γίνει με τις τιμές κλεισίματος αυτής της μέρας. Ας σημειωθεί ότι η μέρα αυτή είναι η ημερομηνία αλλαγής των ορίων από 8% σε 10%. Επίσης τα ιστορικά δεδομένα είναι πολύ πρόσφατα (μέχρι την προηγούμενη εργάσιμη μέρα) και αναμένουμε να έχουμε ακριβείς εκτιμήσεις. Επίσης δεν εξετάζουμε το VAR για κάποιο συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης αλλά παίρνουμε όλη την κατανομή και δίνουμε βαρύτητα στα υψηλότερα επίπεδα εμπιστοσύνης για τα οποία υπάρχει ενδιαφέρον. Τέλος για τον αριθμό των βημάτων στην προσομοίωση θεωρήσαμε όπως και στο προηγούμενο σενάριο (Κεφάλαιο 4) 10.000 βήματα για να εξασφαλίσουμε την δημιουργία ανεξάρτητων τυχαίων αριθμών.

7.3 Βήματα Υπολογισμού

7.3.1 Επιλογή Παραμέτρων

Η επιλογή των παραμέτρων κινδύνου είναι πολύ σημαντική στην περίπτωση που έχουμε χαρτοφυλάκιο λόγω της πολυπλοκότητας της προσομοίωσης πολλαπλών μεταβλητών. Για παράδειγμα η λάθος επιλογή παραμέτρων μπορεί να οδηγήσει σε αδυναμία αποσύνθεσης του πίνακα συσχετίσεων και εν συνεχεία σε αδυναμία υπολογισμού των συσχετισμένων τυχαίων μεταβλητών, Jorion (1997). Για την επιλογή των παραμέτρων πρέπει να δούμε τα εξής:

- *Δυσκολία υπολογισμού του πίνακα συσχετίσεων*: Είναι γνωστό ότι αν έχουμε N παραμέτρους κινδύνου δημιουργούνται $\frac{N(N-1)}{2}$ συσχετίσεις. Γίνεται κατανοητό ότι ο αριθμός των συσχετίσεων αυξάνει εκθετικά σε σχέση με τον αριθμό N και μπορεί να γίνει απαγορευτικός μετά από κάποιο όριο (για παράδειγμα για $N = 100$). Στο χαρτοφυλάκιο που εξετάζουμε έχουμε τέσσερις μετοχές που σημαίνει ότι ο μέγιστος αριθμός παραμέτρων που μπορούμε να έχουμε είναι τέσσερις (κάθε μετοχή είναι και μια παράμετρος κινδύνου). Ο αριθμός των συσχετίσεων που δημιουργούνται είναι έξι που είναι προφανές ότι δεν είναι απαγορευτικός.
- *Δυνατότητα για αποσύνθεση του χαρτοφυλακίου*: Ένα πρόβλημα που συναντάται συχνά στην προσομοίωση με πολλαπλές μεταβλητές είναι η αδυναμία μετατροπής των τυχαίων μεταβλητών σε συσχετισμένες. Αυτό μπορεί να οφείλεται στο μικρό δείγμα των παρατηρήσεων, στο μεγάλο βαθμό συσχέτισης μεταξύ των μεταβλητών (κοντά στη μονάδα) ή στο ότι το δείγμα που έχουμε πάρει δεν αναφέρεται στο ίδιο χρονικό διάστημα για όλες τις παραμέτρους. Στην περίπτωση μας έχουμε δείγμα ενός χρόνου (255 παρατηρήσεις) το οποίο είναι σαφώς μεγαλύτερο από τον μέγιστο αριθμό παραμέτρων (τέσσερις). Επίσης το δείγμα για όλες τις παραμέτρους έχει παρθεί το ίδιο χρονικό διάστημα (23/2/1999–4/2/2000). Αυτό που θα πρέπει να εξετάσουμε είναι το βαθμό των συσχετίσεων μεταξύ των μεταβλητών. Σε περίπτωση που υπάρχει συσχέτιση πολύ κοντά στη μονάδα (π.χ. 0,99) θα πρέπει να μειώσουμε τον αριθμό των μεταβλητών και να εκφράσουμε κάποιες σαν γραμμικό συνδυασμό των υπολοίπων. Μετά από προσεκτική μελέτη των συσχετίσεων της περιόδου 23/2/1999–4/2/2000 (βλέπε Πίνακα 3.5) είδαμε ότι

οι τέσσερις μετοχές έχουν ανά δύο (αυτές που ανήκουν στον ίδιο δείκτη) σχετικά υψηλό βαθμό συσχέτισης (ETE/OTE: 0,59, ΔΙΕΚΑΤ/Metrolife 0,53) ενώ αντίθετα για τους υπόλοιπους συνδυασμούς έχουμε μικρότερες συσχετίσεις (από 0,27 ως 0,34). Οι παραπάνω τιμές δείχνουν ότι δεν υπάρχει ιδιαίτερος λόγος να αποκλείσουμε κάποια παράμετρο διότι καμία από αυτές δεν μπορεί να εκφραστεί απόλυτα σαν γραμμικός συνδυασμός κάποιων άλλων.

- *Διατήρηση του μη συστηματικού κινδύνου:* Ένα άλλο σημαντικό θέμα είναι κατά πόσο θέλουμε να διατηρήσουμε τον ειδικό (μη συστηματικό) κίνδυνο που εμπεριέχει η κάθε μετοχή ή να κρατήσουμε μόνο το γενικό (συστηματικό) κίνδυνο. Θα μπορούσαμε για παράδειγμα να θεωρήσουμε σαν παραμέτρους του δύο δείκτες (FTASE-20, Παράλληλη) των μετοχών και να αποκλείσουμε τις ίδιες τις μετοχές. Επειδή θέλουμε να διατηρήσουμε τις ιδιαιτερότητες των μετοχών καταλήγουμε στο να προτιμήσουμε τις ίδιες τις μετοχές και όχι τους δείκτες.

Τέλος αξ σημειωθεί ότι έχουμε μόνο μετοχές (όχι παράγωγα) και θέσεις αγοράς οπότε δεν υπάρχει περίπτωση συμψηφισμού κάποιων μεταβλητών. Για παράδειγμα αν το χαρτοφυλάκιο μας αποτελούνταν από μια μετοχή και ένα συμβόλαιο πώλησης στην ίδια μετοχή θα επιτυγχάναμε αντιστάθμιση του κινδύνου, Jorion (1997). Από την προηγούμενη ανάλυση καταλήγουμε να συμπεριλάβουμε και τις τέσσερις μετοχές (ETE, OTE, ΔΙΕΚΑΤ, Metrolife) στην προσομοίωση.

7.3.2 Προσομοίωση της Μεταβολής Τιμής

Η προσομοίωση της μεταβολής τιμής είναι ίδια με αυτή που περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 4 (Παράγραφος 4.3.2). Και εδώ υπολογίζονται ξεχωριστά οι μεταβολές των τιμών των μετοχών και όχι η συνολική μεταβολή της τιμής του χαρτοφυλακίου. Οι μεταβολές των τιμών των μετοχών περιγράφονται από το μοντέλο της τυχαίας κίνησης, Geometric Brownian Motion (GBM), το οποίο εκφράζει απόλυτα την κίνηση των μετοχών. Ο τύπος που μας δίνει τις μεταβολές των τιμών των μετοχών είναι ο ακόλουθος:

$$\Delta S_t = S_{t-1}(\mu\Delta t + \sigma\epsilon\sqrt{\Delta t}) \quad (1)$$

Εμείς θέλουμε να μετρήσουμε το ποσοστό ζημιάς των αποδόσεων των μετοχών οπότε από τη σχέση (1) μας ενδιαφέρει ο παράγοντας που μας δίνει το ποσοστό αύξησης (μείωσης) που είναι ο $\mu\Delta_i + \sigma\varepsilon_i\sqrt{\Delta_i}$. Το Δ_i είναι μονάδα αφού μετράμε το ημερήσιο VAR την 7/2/2000, το μ είναι ο μέσος της κάθε μετοχής ενώ το σ είναι η τυπική απόκλιση. Τα στοιχεία του μέσου και της τυπικής απόκλισης έχουν υπολογιστεί από τα ιστορικά στοιχεία της περιόδου 23/2/1999 έως 4/2/2000. Η μόνη διαφορά που πρέπει να αναφέρουμε είναι ότι στις μεταβλητές ε_i έχουμε συνυπολογίσει τις συσχετίσεις των μεταβλητών.

7.3.3 Δημιουργία Τυχαίων Αριθμών

Οι τυχαίοι αριθμοί προκύπτουν από μια ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[0, 1]$ η οποία μετασχηματίζεται σε κανονική κατανομή (Κεφάλαιο 4). Η συνάρτηση Rnd() παράγει τυχαίους αριθμούς στο διάστημα που έχει οριστεί. Στη συνέχεια χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος Box-Muller για τη μετατροπή των αριθμών από την ομοιόμορφη στην κανονική κατανομή, Broadie (1998).

7.3.4 Προσομοίωση με Πολλαπλές Μεταβλητές

Η μέθοδος της προσομοίωσης Monte Carlo έχει τη δυνατότητα να επεκταθεί ώστε να συνυπολογίσει τις συσχετίσεις μεταξύ των παραμέτρων. Επίσης ο χρόνος υπολογισμού αυξάνεται γραμμικά με την αύξηση των παραμέτρων και όχι εκθετικά όπως σε άλλες περιπτώσεις. Στην περίπτωση που έχουμε συσχετίσεις πρέπει να εκφράσουμε τους τυχαίους αριθμούς που παράγονται σε σχετιζόμενους τυχαίους αριθμούς.

Το πρόβλημα σε αυτή τη φάση είναι να εκφράσουμε ένα διάνυσμα N τυχαίων τιμών ε , σε ένα διάνυσμα N συσχετισμένων τυχαίων τιμών y , χρησιμοποιώντας τον πίνακα R των συσχετίσεων των μεταβλητών, J.P. Morgan (1996). Το χαρτοφυλάκιο που έχουμε αποτελείται από τέσσερις μετοχές που σημαίνει ότι ο πίνακας των συσχετίσεων R θα είναι ένας πίνακας 4×4 για τον οποίο θα ισχύει:

- $a(i, i) = 1$ διότι η συσχέτιση κάθε στοιχείου με τον εαυτό του θα είναι 1.
- $a(i, j) = a(j, i)$ διότι οι συσχετίσεις των στοιχείων μεταξύ τους είναι ανεξάρτητες από τη σειρά που καταγράφονται.

Από τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι ο αριθμός των συσχετίσεων ισούται με τον αριθμό όλων των συνδυασμών μεταξύ των μεταβλητών ανά δύο και δίνεται από τη σχέση $\frac{n(n-1)}{2}$. Στην περίπτωση που έχουμε τέσσερις μεταβλητές ($n = 4$) ο αριθμός των συσχετίσεων είναι 6. Ο πίνακας των συσχετίσεων R είναι ο ακόλουθος:

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \rho_4 \\ \rho_1 & 1 & \rho_3 & \rho_5 \\ \rho_2 & \rho_3 & 1 & \rho_6 \\ \rho_4 & \rho_5 & \rho_6 & 1 \end{bmatrix}$$

Εφόσον ο πίνακας R είναι συμμετρικός, μπορεί να διασπαστεί σε παράγοντες Cholesky:

$$R = TT' \quad (2)$$

όπου ο T είναι ένας κάτω τριγωνικός πίνακας με μηδενικά στοιχεία πάνω από τη διαγώνιο. Ο πίνακας T' είναι ο αντίστροφος του. Ο πίνακας T' είναι άνω τριγωνικός που σημαίνει ότι τα στοιχεία του κάτω από την κύρια διαγώνιο είναι μηδέν ενώ για τα υπόλοιπα ισχύει: $a(i, j) = a(j, i)$ με $a(j, i)$ να είναι το αντίστοιχο στοιχείο του πίνακα T . Θα προσπαθήσουμε να κατασκευάσουμε τον πίνακα T , J.P. Morgan (1996). Για να βρούμε τα στοιχεία του T θα πρέπει να λύσουμε ως προς T στη σχέση (2). Αντικαθιστώντας στη σχέση (2) τις τιμές των πινάκων θα έχουμε:

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \rho_4 \\ \rho_1 & 1 & \rho_3 & \rho_5 \\ \rho_2 & \rho_3 & 1 & \rho_6 \\ \rho_4 & \rho_5 & \rho_6 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & 0 & 0 \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & 0 \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{21} & \alpha_{31} & \alpha_{41} \\ 0 & \alpha_{22} & \alpha_{32} & \alpha_{42} \\ 0 & 0 & \alpha_{33} & \alpha_{43} \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_{44} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11}^2 & \alpha_{11}\alpha_{21} & \alpha_{11}\alpha_{31} & \alpha_{11}\alpha_{41} \\ \alpha_{21}\alpha_{11} & \alpha_{21}^2 + \alpha_{22}^2 & \alpha_{21}\alpha_{31} + \alpha_{22}\alpha_{32} & \alpha_{21}\alpha_{41} + \alpha_{22}\alpha_{42} \\ \alpha_{31}\alpha_{11} & \alpha_{31}\alpha_{21} + \alpha_{32}\alpha_{22} & \alpha_{31}^2 + \alpha_{32}^2 + \alpha_{33}^2 & \alpha_{31}\alpha_{41} + \alpha_{32}\alpha_{42} + \alpha_{33}\alpha_{43} \\ \alpha_{41}\alpha_{11} & \alpha_{41}\alpha_{21} + \alpha_{42}\alpha_{22} & \alpha_{41}\alpha_{31} + \alpha_{42}\alpha_{32} + \alpha_{43}\alpha_{33} & \alpha_{41}^2 + \alpha_{42}^2 + \alpha_{43}^2 + \alpha_{44}^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Για να προσδιορίσουμε τις τιμές α_j θα πρέπει να εξισώσουμε τον πίνακα των συσχετίσεων με τον πίνακα TT' που έχουμε υπολογίσει (3). Αν εξισώσουμε παίρνουμε τις τιμές:

$$\begin{aligned}\alpha_{11} &= 1 \\ \alpha_{21} &= \rho_1 \\ \alpha_{31} &= \rho_2 \\ \alpha_{41} &= \rho_4 \\ \alpha_{22} &= \sqrt{1 - \rho_1^2} \\ \alpha_{32} &= \frac{\rho_3 - \rho_2 \rho_1}{\sqrt{1 - \rho_1^2}} \\ \alpha_{33} &= \sqrt{1 - \rho_2^2 - \frac{(\rho_3 - \rho_2 \rho_1)^2}{1 - \rho_1^2}} \\ \alpha_{42} &= \frac{\rho_5 - \rho_4 \rho_1}{\sqrt{1 - \rho_1^2}} \\ \alpha_{43} &= \frac{\rho_6 - \rho_4 \rho_2 - \frac{(\rho_5 - \rho_4 \rho_1)(\rho_3 - \rho_2 \rho_1)}{1 - \rho_1^2}}{\sqrt{1 - \rho_2^2 - \frac{(\rho_3 - \rho_2 \rho_1)^2}{1 - \rho_1^2}}} \\ \alpha_{44} &= \sqrt{1 - \rho_4^2 - \alpha_{42}^2 - \alpha_{43}^2}\end{aligned}$$

Στο α_{44} οι τιμές για τα α_{42} , α_{43} έχουν υπολογιστεί παραπάνω.

Τελικά το διάνυσμα των συσχετισμένων τυχαίων αριθμών Y που παράγονται δίνεται σαν το γινόμενο του πίνακα T που έχουμε υπολογίσει και του διανύσματος των τυχαίων αριθμών e που έχουν παραχθεί. Το διάνυσμα αυτό δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & 0 & 0 \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & 0 \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} \quad (4)$$

με τις μεταβλητές α_j να έχουν υπολογιστεί παραπάνω. Από την παραπάνω σχέση βλέπουμε τον τρόπο που μετατρέπονται οι τυχαίες μεταβλητές σε σχετιζόμενες. Από τη σχέση (4) βλέπουμε ότι η πρώτη μεταβλητή δεν εξαρτάται από τις υπόλοιπες. Η δεύτερη τυχαία μεταβλητή εκφράζεται σαν γραμμικός συνδυασμός του εαυτού της και της προηγούμενης τυχαίας μεταβλητής. Γενικότερα η n μεταβλητή εκφράζεται σαν γραμμικός συνδυασμός του εαυτού της και των $n-1$ προηγούμενων τυχαίων μεταβλητών. Να σημειωθεί εδώ ότι η σειρά των μεταβλητών δεν έχει σημασία για την προσομοίωση και δεν θα οδηγήσει σε διαφορετικά αποτελέσματα. Τελικά στον τύπο του Brownian Motion αντικαθιστούμε στη σχέση τα ε_t με τα αντίστοιχα y_t .

7.3.5 Αποτίμηση Χαρτοφυλακίου

Το τελευταίο βήμα της προσομοίωσης είναι η αποτίμηση του χαρτοφυλακίου. Στο Κεφάλαιο 4 είχαμε υπολογίσει το VAR για τις αποδόσεις των μετοχών οπότε δεν υπήρχε λόγος να γίνει αποτίμηση. Επίσης δεν υπήρχε λόγος να μετρηθεί το VAR για συγκεκριμένη ημερομηνία διότι δεν έγινε αποτίμηση με τιμή κλεισίματος. Για την περίπτωση του χαρτοφυλακίου που έχουμε τώρα θα πρέπει να κάνουμε αποτίμηση για κάθε μία από τις 10.000 τυχαίες τιμές που έχουμε υπολογίσει, Picoult (1999). Τα βήματα της αποτίμησης περιγράφονται παρακάτω:

- Για κάθε μετοχή του χαρτοφυλακίου και για κάθε μία από τις 10.000 τυχαίες τιμές υπολογίζουμε την αξία της μετοχής στο χαρτοφυλάκιο. Για να υπολογιστεί η αξία πολλαπλασιάζουμε την τιμή της μετοχής στην ημερομηνία που μετράμε το VAR (7/2/2000) με τον αριθμό των τεμαχίων (ένα τεμάχιο για κάθε μετοχή) και το ποσοστό απώλειας που προκύπτει από την προσομοίωση

$$\left(1 + \frac{Y_t}{100}\right)$$

- Για να βρούμε την αξία του χαρτοφυλακίου αθροίζουμε τις τιμές που έχουμε υπολογίσει για την κάθε μετοχή.
- Στη συνέχεια ταξινομούμε τις τιμές κατά αύξουσα σειρά (από τις μικρότερες στις μεγαλύτερες) και παίρνουμε την κατανομή του VAR του χαρτοφυλακίου με αριθμό δείγματος $N = 10.000$. Σε κάθε τιμή αντιστοιχίζουμε ένα ποσοστό πιθανότητας (το εύρος των πιθανοτήτων είναι από το 0 ως το 100). Επειδή έχουμε 10.000 τιμές πρέπει να διαιρέσουμε το εύρος των πιθανοτήτων σε



10.000 διαστήματα, οπότε η πιθανότητα θα μεταβάλλεται με βήμα ίσο με 0,05. Επειδή υπάρχει ενδιαφέρον για το μέγιστο ποσό απώλειας (VAR) αντιστοιχίζουμε στις μικρότερες τιμές τα μεγαλύτερα επίπεδα εμπιστοσύνης (οι πιθανότητες είναι κατά φθίνουσα σειρά).

7.4 Αποτελέσματα

Για τις τιμές VAR του χαρτοφυλακίου που έχουμε υπολογίσει θα εξετάσουμε αυτές που έχουν επίπεδο εμπιστοσύνης από 90% ως 99% και απέχουν 0,5 μονάδες. Στον Πίνακα 7.1 απεικονίζονται οι δεκαετησία τιμές VAR μαζί με το αντίστοιχο επίπεδο εμπιστοσύνης.

Επ. Εμπιστοσύνης	VAR 1η περίοδος	VAR 2η περίοδος
99	105,3962693	100,6053189
98,5	105,8061868	104,1262573
98	106,115727	104,8317523
97,5	106,3420083	105,2912853
97	106,5595199	105,5936431
96,5	106,7390455	105,8337018
96	106,8839322	106,1117422
95,5	107,0666714	106,2780174
95	107,2016413	106,4287858
94,5	107,3170219	106,5681758
94	107,4252032	106,6787602
93,5	107,523507	106,8092276
93	107,6281514	106,919475
92,5	107,751282	107,0100095
92	107,8316149	107,0976863
91,5	107,9172913	107,2029335
91	107,9819556	107,2972637
90,5	108,0725897	107,3989058
90	108,1444987	107,4926479

Πίνακας 7.1

Από τον Πίνακα 7.1 δεν μπορούμε να βγάλουμε εύκολα συμπεράσματα διότι το VAR είναι εκφρασμένο σε απόλυτες τιμές. Αυτό που μπορούμε να δούμε είναι ότι το VAR κυμαίνεται από τις 105 ως τις 108 μονάδες. Για να μπορέσουμε να έχουμε ένα μέτρο σύγκρισης για το μέγιστο ποσοστό απώλειας θα συγκρίνουμε τις τιμές VAR με την αξία του χαρτοφυλακίου στις 7/2/2000. Αν αθροίσουμε τις τιμές των τεσσάρων

μετοχών (υποθέτουμε ένα τεμάχιο για κάθε μετοχή στο χαρτοφυλάκιο) παίρνουμε την τιμή 111,4 που δεν είναι κατά πολύ μικρότερη από τις τιμές που έχουμε υπολογίσει.

7.4.1 Αθροιστικό VAR

Για να μπορέσουμε να έχουμε μια καλύτερη αίσθηση του VAR που υπολογίσαμε θα χρησιμοποιήσουμε τα αποτελέσματα του Κεφαλαίου 4, θα αθροίσουμε τις μεμονωμένες τιμές των VAR και το αποτέλεσμα θα το συγκρίνουμε με τις τιμές του Πίνακα 7.1. Η διαδικασία υπολογισμού είναι η ακόλουθη:

- Παίρνουμε τις τιμές VAR των μετοχών: ETE, OTE, ΔΙΕΚΑΤ, Metrolife για τα επίπεδα εμπιστοσύνης από 90% ως 99%.
- Για κάθε μετοχή ξεχωριστά πολλαπλασιάζουμε την τιμή κλεισίματος με το ποσοστό απώλειας που προκύπτει από το VAR (δηλαδή $Price \times \left(1 + \frac{VAR}{100}\right)$).

Επ. Εμπιστοσύνης	Αθροιστικό VAR
99	97,49218196
98,5	102,0551853
98	103,0257164
97,5	103,6250011
97	104,0969384
96,5	104,4747931
96	104,7786242
95,5	105,0346608
95	105,2512084
94,5	105,4518318
94	105,6472097
93,5	105,8188953
93	105,9896665
92,5	106,1413406
92	106,290767
91,5	106,6827549
91	106,7827389
90,5	106,8793458
90	106,9912732

Πίνακας 7.2

- Στη συνέχεια αθροίζουμε τις τιμές που έχουμε υπολογίσει. Το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι το άθροισμα των μέγιστων ποσών απώλειας για κάθε μετοχή.

Οι τιμές που παίρνουμε για το αθροιστικό VAR δηλαδή $VAR_{ETE} + VAR_{OTE} + VAR_{\Delta IEKAT} + VAR_{MetroIife}$ δίνονται στον Πίνακα 7.2. Ας σημειωθεί εδώ ότι οι τιμές έχουν προκύψει προσθέτοντας τις χειρότερες αποδόσεις για την κάθε μετοχή ξεχωριστά. Αντίθετα για το VAR του χαρτοφυλακίου προσθέσαμε τις αποδόσεις (απώλειες) των μετοχών (χωρίς να τις ταξινομήσουμε ξεχωριστά) και στη συνέχεια ταξινομήσαμε το άθροισμα κατά αύξουσα σειρά. Επίσης στη δεύτερη προσομοίωση λάβαμε υπ' όψιν τις συσχετίσεις των μετοχών ενώ στην πρώτη πήραμε απλά τις τυχαίες μεταβλητές. Από μια σύγκριση των τιμών είναι ξεκάθαρο ότι το ποσό απώλειας που παρατηρείται στην περίπτωση του χαρτοφυλακίου είναι μικρότερο (μεγαλύτερο ποσό απόδοσης) από το ποσό απώλειας που παρατηρείται αν προσθέσουμε την κάθε μετοχή ξεχωριστά. Το ποσό απώλειας των τεσσάρων μετοχών και για επίπεδα εμπιστοσύνης από 90 ως 99 κυμαίνεται από 97,5 ως 106,99 μονάδες. Το αποτέλεσμα που έχουμε βγάλει δείχνει λογικό διότι οι συσχετίσεις μεταξύ των μετοχών είναι μικρότερες από τη μονάδα, οπότε το VAR του χαρτοφυλακίου δεν είναι το αλγεβρικό άθροισμα των μεμονωμένων VAR, Jorion (1997):

$$VAR_{total} < VAR_{ETE} + VAR_{OTE} + VAR_{MetroIife} + VAR_{\Delta IEKAT}$$

Η ισότητα ισχύει στην περίπτωση που υπάρχει τέλειος συσχετισμός μεταξύ των μεταβλητών οπότε δεν παρουσιάζεται το φαινόμενο της διαφοροποίησης (diversification). Η παραπάνω ανισότητα ισχύει και στην περίπτωση που έχουμε αρνητικές συσχετίσεις και μάλιστα οι αρνητικές συσχετίσεις οδηγούν σε μικρότερο VAR_{total} . Στην περίπτωση που οι συσχετίσεις είναι μηδενικές οι μεταβλητές κινούνται ανεξάρτητα, οπότε θα μπορούσαμε να επιτύχουμε μεγάλη διαφοροποίηση. Επίσης στην περίπτωση του VAR χαρτοφυλακίου παρατηρούνται μικρότερες διακυμάνσεις (105,39–108,14), που αντιστοιχεί σε διάστημα τριών μονάδων, ενώ για το αθροιστικό VAR έχουμε διακυμάνσεις (97,49–106,99), που αντιστοιχεί σε διάστημα επτά μονάδων. Διαπιστώνουμε δηλαδή ότι η κατανομή του χαρτοφυλακίου είναι πιο ομαλή και πιο κοντά στην κανονική κατανομή. Να σημειωθεί και πάλι ότι στο χαρτοφυλάκιο

κυριαρχεί η μετοχή της Εθνικής οπότε η κατανομή του χαρτοφυλακίου είναι κατά κύριο λόγο συνάρτηση της κατανομής της Εθνικής.

Εναλλακτικά μπορούμε να υπολογίσουμε το VAR του χαρτοφυλακίου χρησιμοποιώντας δεδομένα της δεύτερης περιόδου (7/2/2000–12/2/2001), δηλαδή θα χρησιμοποιήσουμε τα πραγματικά δεδομένα. Οι τιμές της Τυπικής Απόκλισης, Συσχετίσεων και Μέσων που βρίσκονται στους Πίνακες 3.4, 3.6. Ακολουθώντας ακριβώς την ίδια διαδικασία καταλήγουμε σε μια κατανομή VAR. Οι τιμές του VAR που παίρνουμε για επίπεδα εμπιστοσύνης από 90 ως 99 βρίσκονται στον Πίνακα 7.1. Εδώ παρατηρούμε μια μικρή αύξηση στο VAR κατά μία μονάδα (μικρότερες τιμές – μεγαλύτερες απώλειες). Η διακύμανση που παρατηρείται είναι η ίδια. Η μείωση του VAR δεν συμβαδίζει με τη μείωση της τυπικής απόκλισης που ισχύει για όλες τις μετοχές του χαρτοφυλακίου κατά τη δεύτερη περίοδο. Στους Πίνακες 3.5 και 3.6 (Κεφάλαιο 3) βλέπουμε ότι οι συσχετίσεις έχουν αυξηθεί για όλες τις μετοχές. Αυτό είναι ένδειξη μείωσης της διαφοροποίησης του χαρτοφυλακίου διότι οι μετοχές κινούνται (σε σχέση με την προηγούμενη περίοδο) προς την ίδια κατεύθυνση με συνέπεια να σημειώνουν παρόμοιες αποδόσεις. Η μείωση της διαφοροποίησης οδηγεί σε αύξηση του κινδύνου οπότε και σε μεγαλύτερες τιμές VAR.

7.5 Backtesting

Στη συνέχεια θα κάνουμε επαλήθευση του μοντέλου και θα υπολογίσουμε τον αριθμό των αστοχιών.

7.5.1 Υπολογισμός Αριθμού Αστοχιών

Για να υπολογίσουμε τον αριθμό των αστοχιών πρέπει να συγκρίνουμε τις πραγματικές αποδόσεις στη δεύτερη περίοδο με τις αποδόσεις (ποσοστό απώλειας) που προκύπτουν από τον υπολογισμό του VAR. Για τα πραγματικά δεδομένα υπολογίζουμε τις λογαριθμικές (ποσοστιαίες) αποδόσεις, J.P. Morgan (1996), της περιόδου 7/2/2000–12/2/2001 από τον τύπο:

$$\ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right) = \ln(P_1) - \ln(P_0) \quad (5)$$

όπου P_0 , P_1 είναι οι τιμές του χαρτοφυλακίου (άθροισμα της αξίας των μετοχών,

$$\sum_{i=1}^4 Price_i \times Items_i \text{ με } Items_i = 1).$$

Οι αποδόσεις του VAR υπολογίζονται από τον ίδιο τύπο, αντικαθιστώντας όπου P_1 την τιμή του VAR για κάθε επίπεδο εμπιστοσύνης (Πίνακας 7.1) και P_0 την τιμή του χαρτοφυλακίου την 7/2/2000, μέρα που κάνουμε τη μέτρηση του VAR. Ο Πίνακας 7.3 δίνει τον αριθμό των αστοχιών για επίπεδα εμπιστοσύνης από 90% ως 99%. Ο αριθμός των αστοχιών προκύπτει από τον αλγόριθμο υπολογισμού αστοχιών στο Κεφάλαιο 5. Για την αποδοχή ή απόρριψη του μοντέλου συγκρίνουμε τον αριθμό των αστοχιών με τα διαστήματα που έχουμε υπολογίσει στο Κεφάλαιο 5 στον Πίνακα 5.3.

Επ. Εμπιστοσύνης	Άνω Όριο	Αρ.Αστοχιών 1 ^η περιόδου	Κάτω Όριο	Αποδοχή/Απόρριψη
99		2	7	Αποδοχή
98,5		3	9	Αποδοχή
98	1	4	11	Αποδοχή
97,5	2	4	12	Αποδοχή
97	2	5	14	Αποδοχή
96,5	3	7	16	Αποδοχή
96	4	8	17	Αποδοχή
95,5	5	9	19	Αποδοχή
95	6	10	21	Αποδοχή
94,5	7	11	22	Αποδοχή
94	8	12	24	Αποδοχή
93,5	9	12	25	Αποδοχή
93	10	12	27	Αποδοχή
92,5	11	13	28	Αποδοχή
92	12	13	30	Αποδοχή
91,5	13	14	31	Αποδοχή
91	14	15	33	Αποδοχή
90,5	15	16	34	Αποδοχή
90	16	18	36	Αποδοχή

Πίνακας 7.3

Ο Πίνακας 7.3 δείχνει συγκεντρωτικά τον αριθμό των αστοχιών για τα διάφορα επίπεδα εμπιστοσύνης καθώς και τα διαστήματα αποδοχής/απόρριψης. Η τελευταία στήλη δίνει την αποδοχή ή απόρριψη του μοντέλου.



7.5.2 Σχόλια

Από τον Πίνακα 7.3 βλέπουμε ότι το μοντέλο γίνεται αποδεκτό για όλα τα επίπεδα εμπιστοσύνης. Αν συγκρίνουμε τα αποτελέσματα που παίρνουμε σε σχέση με αυτά του Κεφαλαίου 5 βλέπουμε ότι το μοντέλο είναι πιο αξιόπιστο στην περίπτωση του χαρτοφυλακίου. Αυτό συμβαίνει διότι το χαρτοφυλάκιο έχει μειώσει τον ειδικό κίνδυνο που έχουν οι επιμέρους μετοχές, οπότε η κατανομή του κινδύνου έχει μικρότερες διακυμάνσεις. Το επόμενο βήμα είναι να κάνουμε επαλήθευση για το αθροιστικό VAR και να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα.

7.5.3 Σύγκριση Απορρίψεων με το Αθροιστικό VAR

Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζουμε τις αποδόσεις του VAR, δηλαδή αντικαθιστούμε στον τύπο (5) όπου P_1 την τιμή του VAR που βρίσκεται στον Πίνακα 7.2 και όπου P_0 την αξία του χαρτοφυλακίου {άθροισμα + (αξία της μετοχής × τεμάχια)}.

Επ. Εμπιστοσύνης	Άνω Όριο	Αρ. Αστοχιών	Κάτω Όριο	Αποδοχή/Απόρριψη
99		2	7	Αποδοχή
98,5		2	9	Αποδοχή
98	1	2	11	Αποδοχή
97,5	2	2	12	Απόρριψη
97	2	2	14	Απόρριψη
96,5	3	2	16	Απόρριψη
96	4	2	17	Απόρριψη
95,5	5	2	19	Απόρριψη
95	6	3	21	Απόρριψη
94,5	7	3	22	Απόρριψη
94	8	3	24	Απόρριψη
93,5	9	4	25	Απόρριψη
93	10	4	27	Απόρριψη
92,5	11	5	28	Απόρριψη
92	12	5	30	Απόρριψη
91,5	13	7	31	Απόρριψη
91	14	8	33	Απόρριψη
90,5	15	8	34	Απόρριψη
90	16	8	36	Απόρριψη

Πίνακας 7.4

Οι πραγματικές αποδόσεις για την περίοδο είναι ίδιες με αυτές που υπολογίστηκαν στην προηγούμενη ενότητα. Στη συνέχεια συγκρίνουμε την αθροιστική τιμή του VAR χαρτοφυλακίου με τις πραγματικές αποδόσεις και υπολογίζουμε τον αριθμό των αστοχιών. Από τα Άνω και Κάτω όρια αποφασίζουμε την αποδοχή ή απόρριψη του μοντέλου. Τα αποτελέσματα βρίσκονται στον Πίνακα 7.4. Είναι φανερό ότι έχουμε πολλές απορρίψεις και μάλιστα επειδή ο αριθμός αστοχιών είναι μικρότερος (ίσος) με το κάτω όριο. Αυτό δηλώνει ότι το μοντέλο μας υπερεκτιμά τον κίνδυνο. Το αποτέλεσμα θεωρείται αναμενόμενο διότι πήραμε το μέγιστο ποσό απώλειας για κάθε μετοχή ξεχωριστά, και στη συνέχεια αθροίσαμε τα ποσά. Αυτό όμως δεν είναι ρεαλιστικό διότι είναι αδύνατον να πραγματοποιείται ταυτόχρονα το χειρότερο ποσοστό απώλειας για όλες τις μετοχές δεδομένου ότι δεν συσχετίζονται απόλυτα. Να σημειωθεί και πάλι ότι η υπερεκτίμηση του κινδύνου δεν είναι τόσο σημαντικό σφάλμα όσο η υποεκτίμηση. Η υπερεκτίμηση οδηγεί σε δέσμευση μεγαλύτερων κεφαλαίων.

7.5.4 Σύγκριση Απορρίψεων με Δεδομένα Δεύτερης Περιόδου

Στην ενότητα αυτή επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία εύρεσης του αριθμού των αστοχιών χρησιμοποιώντας τις τιμές VAR που έχουν υπολογιστεί για τη δεύτερη περίοδο. Όπως είχαμε δει οι τιμές του VAR του χαρτοφυλακίου της δεύτερης περιόδου είναι μεγαλύτερες (κατά απόλυτη τιμή) σε σχέση με την πρώτη περίοδο. Εκτελώντας πάλι τα ίδια βήματα υπολογίζουμε τον αριθμό των αστοχιών. Ο αριθμός των αστοχιών είναι μικρότερος για όλα τα επίπεδα εμπιστοσύνης και καταλήγουμε να έχουμε κάποιες απορρίψεις. Οι απορρίψεις αυτές πραγματοποιούνται διότι ο αριθμός των αστοχιών είναι μικρότερος από το κάτω όριο που σημαίνει και πάλι υπερεκτίμηση του κινδύνου. Επίσης οι απορρίψεις πραγματοποιούνται για τα μεγαλύτερα επίπεδα εμπιστοσύνης (από 90 ως 94). Να σημειώσουμε και πάλι ότι η εμφάνιση αστοχιών οφείλεται στην αύξηση του βαθμού συσχέτισης μεταξύ των μετοχών. Κατά κάποιο τρόπο, η κατανομή του VAR της δεύτερης περιόδου είναι πιο κοντά στην κατανομή του αθροιστικού VAR διότι οι συσχετίσεις είναι πιο κοντά στη μονάδα.

7.6 Συμπεράσματα

Στην ενότητα αυτή χρησιμοποιήσαμε τη μέθοδο της προσομοίωσης για τον υπολογισμό του VAR σε χαρτοφυλάκιο. Το χαρτοφυλάκιο που συνθέσαμε αποτελείται από τέσσερις μετοχές με την ίδια συμμετοχή (ένα τεμάχιο ανά μετοχή). Η διαδικασία της προσομοίωσης σε αυτή την περίπτωση είναι αρκετά πολύπλοκη διότι πρέπει να συμπεριλάβουμε τις συσχετίσεις μεταξύ των μεταβλητών και να μεταφράσουμε τις τυχαίες τιμές που παράγονται σε συσχετισμένες τυχαίες τιμές. Επίσης έχουμε επιπλέον το βήμα της αποτίμησης του χαρτοφυλακίου. Τα αποτελέσματα του VAR τα συγκρίναμε με το αθροιστικό VAR το οποίο προκύπτει αν αθροίσουμε τις μεμονωμένες απώλειες των μετοχών. Διαπιστώσαμε ότι το VAR του χαρτοφυλακίου είναι μικρότερο από το αθροιστικό VAR πράγμα το οποίο είναι ένδειξη της διαφοροποίησης που υπάρχει στο χαρτοφυλάκιο. Πράγματι οι συσχετίσεις μεταξύ των μεταβλητών είναι μικρότερες από τη μονάδα οπότε ο κίνδυνος της μιας μετοχής αναιρείται από την άλλη. Επίσης διαπιστώσαμε ότι η αύξηση των συχετίσεων που παρατηρήθηκε στη δεύτερη περίοδο οδήγησε σε αύξηση του VAR γιατί οι μετοχές κινήθηκαν προς την ίδια κατεύθυνση. Τέλος η μεθοδολογία Backtesting δεν παρουσίασε καμία απόρριψη για όλα τα επίπεδα εμπιστοσύνης που σημαίνει ότι για το χαρτοφυλάκιο το μοντέλο προσομοίωσης είναι αρκετά αξιόπιστο. Θα μπορούσαμε να αποδόσουμε την καλύτερη συμπεριφορά του μοντέλου: α) στην ποικιλία της σύνθεσης του που το κάνει να παρουσιάζει πιο ομαλή κατανομή και β) στο μεγάλο βάρος της μετοχής της εθνικής (μισή αξία του χαρτοφυλακίου) για την οποία επίσης δεν είχαμε απορρίψεις. Αντίθετα η εφαρμογή του Backtesting στην περίπτωση του αθροιστικού VAR έδωσε πολλές απορρίψεις (σχεδόν για όλα τα επίπεδα εμπιστοσύνης) λόγω υπερεκτίμησης του κινδύνου. Αυτό συνέβη επειδή το αθροιστικό VAR εκφράζει το χειρότερο σενάριο του χαρτοφυλακίου (χειρότερες αποδόσεις για όλες τις μετοχές) πράγμα το οποίο δεν είναι ρεαλιστικό στην περίπτωση που οι συσχετίσεις των μετοχών είναι μικρότερες από τη μονάδα.

Κεφάλαιο 8

Συμπεράσματα

8.1 Περίληψη

Τα τελευταία χρόνια εμφανίστηκε από τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα έντονη ανάγκη χρήσης ενός μέτρου που να εκφράζει τη συνολική εικόνα του κινδύνου για τα διάφορα χαρτοφυλάκια που περιλαμβάνει. Η ανάγκη αυτή προκύπτει από τη μεγάλη ποικιλία των χρηματοοικονομικών προϊόντων που οδηγεί σε αύξηση του κινδύνου και της πολυπλοκότητας υπολογισμού του. Το Value At Risk (VAR) εκφράζει το μέγιστο ποσό απώλειας που μπορεί να επιτευχθεί κάτω από ένα συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης και εκτιμάται είτε με πραγματικά δεδομένα είτε υπολογίζεται με προσομοίωση. Η μέθοδος προσομοίωσης Monte Carlo είναι μια από τις πιο ακριβείς μεθόδους η οποία συμπεριλαμβάνοντας όλους τους παράγοντες που μπορεί να επηρεάσουν τις αποδόσεις των θέσεων ενός χαρτοφυλακίου καθώς και τις μεταξύ τους συσχετίσεις δημιουργεί τις μεταβολές των τιμών με τη χρήση κάποιου στοχαστικού μοντέλου. Οι τιμές του VAR που υπολογίζονται χρησιμοποιούνται στη συνέχεια για την αποτίμηση του χαρτοφυλακίου. Η ακρίβεια της μεθόδου αυξάνεται όσο αυξάνεται ο αριθμός των βημάτων που εκτελούνται. Η σημαντικότητα του VAR αυξάνεται όσο πιο ακριβές είναι το μοντέλο που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του. Στην περίπτωση που το μοντέλο δεν είναι αξιόπιστο τα αποτελέσματα δεν θεωρούνται έγκυρα. Για το λόγο αυτό η πιστοποίηση των μοντέλων είναι ένα κρίσιμο θέμα και επιβάλλεται στα ιδρύματα παρά

τη δυσκολία κατασκευής αξιόπιστων μετρήσεων επαλήθευσης. Οι περισσότερες από αυτές στηρίζονται σε στατιστικά μοντέλα τα οποία αποφασίζουν για την αποδοχή ή απόρριψη του μοντέλου με έλεγχο υποθέσεων. Τα αποτελέσματα της επαλήθευσης μας δίνουν έναυσμα για τον έλεγχο των παραμέτρων που έχουμε πάρει και την αναθεώρηση των υποθέσεων και παραμέτρων που έχουν χρησιμοποιηθεί. Τα κυριότερα πράγματα που ελέγχονται είναι ο χρονικός ορίζοντας για τον οποίο υπολογίζονται οι απώλειες καθώς και το επίπεδο εμπιστοσύνης. Επίσης ένα άλλο θέμα που ελέγχεται είναι κατά πόσο τα δεδομένα που χρησιμοποιήσαμε για τον υπολογισμό του VAR είναι αξιόπιστα για την εκτίμηση του (κυρίως κατά πόσο τα ιστορικά δεδομένα μπορούν έχουν ικανότητα πρόβλεψης της συμπεριφοράς των προϊόντων για το μέλλον) και συζητούνται εναλλακτικοί τρόποι υπολογισμού δεδομένων.

Η πτυχιακή εργασία πλαισιώνοντας τα θεωρητικά θέματα που αναφέρθηκαν παραπάνω εφάρμοσε τις παραπάνω τεχνικές χρησιμοποιώντας πραγματικά δεδομένα από το ελληνικό χρηματιστήριο. Στη συνέχεια υπολογίστηκε το VAR των αποδόσεων έξι προϊόντων που είναι μετοχές και δείκτες. Για τον υπολογισμό των τυπικών αποκλίσεων και τυπικών αποκλίσεων χρησιμοποιήθηκαν τα ιστορικά δεδομένα ενός χρόνου. Στη συνέχεια χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος προσομοίωσης Monte Carlo για τον υπολογισμό του VAR των μετοχών υποθέτοντας ότι υπόκεινται σε Brownian Motion. Για την κατανομή του εκτιμώμενου VAR έγινε σύγκριση με τις πραγματικές αποδόσεις και υπολογίστηκε ο αριθμός αστοχιών για όλα τα επίπεδα εμπιστοσύνης. Στη συνέχεια με βάση κάποιο στατιστικό μοντέλο υπολογίστηκε η αποδοχή ή απόρριψη του μοντέλου. Τέλος διερευνήθηκαν τεχνικές προβλέψεων για τον υπολογισμό των τυπικών αποκλίσεων και των συσχετίσεων διότι αποδείχτηκε ότι οδηγούν σε βελτίωση του μοντέλου. Επίσης η ίδια μελέτη έγινε και για την περίπτωση ενός χαρτοφυλακίου μετοχών όπου συνυπολογίστηκαν οι συσχετίσεις. Σε ένα καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο αυτό οδηγεί σε μείωση του κινδύνου το οποίο και διαπιστώθηκε από τη σύγκριση που έγινε με το αθροιστικό το VAR των μεμονωμένων μετοχών.

8.2 Συμπεράσματα

Ως προς τα δεδομένα θεωρήσαμε χρονική περίοδο δύο χρόνων που είναι σχετικά μεγάλο δείγμα. Επίσης κατά την περίοδο αυτή συνέβησαν δύο φορές αλλαγές στα όρια διακύμανσης τη πρώτη φορά από 8% σε 10% και τη δεύτερη από 10% σε 12%. Επίσης θεωρήσαμε μετοχές από διαφορετικούς κλάδους για να έχουμε πιο αντικειμενική εικόνα της πορείας του χρηματιστηρίου. Επίσης στα δεδομένα συμπεριλάβαμε και τους αντίστοιχους δείκτες που είναι απαλλαγμένοι από τον ειδικό κίνδυνο της κάθε μετοχής και δείχνουν την γενική τάση του κλάδου. Τέλος εξετάστηκε και η περίπτωση του χαρτοφυλακίου οπότε συμπεριλάβαμε τις συσχετίσεις μεταξύ των μετοχών και είδαμε την επίδραση τους στο VAR.

Είδαμε τη διαφορά στη συμπεριφορά μεταξύ των μετοχών υψηλής κεφαλαιοποίησης και των μετοχών της παράλληλης αγοράς. Η κατανομή των μετοχών υψηλής κεφαλαιοποίησης είναι πιο κοντά στην κανονική κατανομή και δεν παρουσιάζει συγκέντρωση στα άκρα. Αντίθετα οι μετοχές της παράλληλης έχουν πολύ μεγάλη μεταβλητότητα και μάλιστα η κατανομή τους δείχνει ίση πιθανότητα εμφάνισης ακραίων τιμών όσο και της μέσης τιμής.

Παρατηρήσαμε ότι τα όρια που έχει θέσει το χρηματιστήριο, ειδικά στην περίοδο 23/2/1999–4/2/2000 πιάζουν τις μετοχές να κλείνουν στο κάτω (άνω) άκρο και ειδικότερα τις μετοχές της παράλληλης. Αυτό είναι μια αδυναμία του συστήματος, διότι τα όρια πιάζουν τις μετοχές να κλείνουν στο κατώτατο (ανώτατο) όριο ή limit down (limit up) για συνεχόμενες συνεδριάσεις. Αυτό είναι ξεκάθαρο ότι δεν είναι υγιές. Αντίθετα η ελεύθερη διακύμανση των μετοχών (απουσία των ορίων) θα οδηγούσε σε μια εκτόνωση και στη συνέχεια εξομάλυνση των τιμών των μετοχών. Αυτό μπορούμε να το διαπιστώσουμε αν εξετάσουμε την επίδραση της αύξησης των ορίων από 8% σε 10% στα δεδομένα της δεύτερης περιόδου 7/2/2000–12/2/2001. Πράγματι βλέπουμε ότι έχουμε μικρότερη πίεση στα άκρα και πιο ομαλή κατανομή των αποδόσεων των μετοχών.

Αναλύσαμε τη συμπεριφορά των δεικτών σε σχέση με τη συμπεριφορά των ίδιων των μετοχών. Παρατηρούμε ότι ο δείκτης FTASE-20 έχει πιο ομαλή κατανομή σε σχέση με

τις μετοχές που συμμετέχουν σ' αυτόν. Αυτό συμβαίνει διότι ο δείκτης λόγω της ποικιλίας των μετοχών που τον απαρτίζουν απαλλάσσεται από τον ειδικό κίνδυνο της κάθε μετοχής και εκφράζει την γενικότερη τάση. Αντίθετα ο δείκτης της παράλληλης δεν παρουσιάζει αντίστοιχη συμπεριφορά. Αυτό συμβαίνει διότι οι μετοχές της παράλληλης έχουν πιο ασταθή συμπεριφορά και μάλιστα η κάθε μια κινείται προς διαφορετική κατεύθυνση.

Η διαφορετική συμπεριφορά των μετοχών επηρέασε τα αποτελέσματα της επαλήθευσης. Η μέθοδος προσομοίωσης αποδείχτηκε πιο ακριβής για την περίπτωση των μετοχών υψηλής κεφαλαιοποίησης και του δείκτη FTASE-20. Επίσης γι' αυτές τις μετοχές και το δείκτη είχαμε απορρίψεις λόγω υπερεκτίμησης του κινδύνου ενώ για τις μετοχές της παράλληλης και το δείκτη είχαμε απορρίψεις λόγω υποεκτίμησης του κινδύνου. Επίσης για τις μετοχές της παράλληλης είχαμε απορρίψεις στα υψηλά επίπεδα εμπιστοσύνης που αποδίδονται στη μεγάλη συγκέντρωση τιμών στα άκρα (πλατύκυρτες κατανομές). Αντίθετα για τις μετοχές υψηλής κεφαλαιοποίησης έχουμε απορρίψεις σε μεγαλύτερα επίπεδα εμπιστοσύνης.

Ο υπολογισμός του VAR για τις μετοχές και τους δείκτες έγινε αρχικά με χρήση ιστορικών δεδομένων της προηγούμενης περιόδου και στη συνέχεια με τα δεδομένα της ίδιας της περιόδου. Είδαμε ότι με τα δεδομένα της ίδιας περιόδου είχαμε βελτίωση των αποτελεσμάτων και λιγότερες απορρίψεις που σημαίνει ότι αξίζει να κάνουμε πρόβλεψη των τυπικών αποκλίσεων και μέσων.

Επίσης όταν εξετάστηκε η περίπτωση του χαρτοφυλακίου είδαμε την αισθητή μείωση του VAR λόγω της διαφοροποίησης. Αυτό βέβαια συνέβη διότι οι συσχετίσεις μεταξύ των μετοχών ήταν μικρότερες από τη μονάδα. Στην περίπτωση που ήταν ίσες με τη μονάδα το VAR του χαρτοφυλακίου θα ήταν το άθροισμα του VAR των επιμέρους μετοχών. Επίσης η κατανομή του χαρτοφυλακίου είναι πιο ομαλή από τις κατανομές των επιμέρους μετοχών. Να σημειωθεί ότι το χαρτοφυλάκιο δεν έδωσε απορρίψεις για το μοντέλο. Αυτό δείχνει ότι η κατανομή των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου είναι πιο ομαλή σε σχέση με τις κατανομές των επιμέρους μετοχών.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Berenson, Mark, and David Levine. 1996, "Basic Business Statistics, Concepts and Applications," Seventh Edition, Prentice-Hall International.
- Broadie, Mark, and Paul Glasserman, 1998, "Simulation for Option Pricing and Risk Management," *Risk Management and Analysis, Volume 1: Measuring and Modeling Financial Risk*, John Wiley & Sons, 173-207.
- Campbell, John, and Andrew Lo, Craig Mackinlay, 1997, "The Econometrics of Financial Markets," Princeton University Press.
- Hull, John, 1995, "Introduction to Futures and Options Markets," Third Edition, Prentice Hall International.
- J.P. Morgan, 1996, *Riskmetrics Technical Manual*, J.P. Morgan, New York, At www.jpmorgan.com/RiskManagement/RiskMetrics/RiskMetrics.html.
- J.P. Morgan, 1999, *Risk Management: A Practical Guide*, RiskMetrics Group, New York, At www.riskmetrics.com.
- Jorion, Philippe, 1997, "Value at Risk, The New Benchmark for Managing Financial Risk", Second Edition, McGraw-Hill.
- Kupiec, Paul, 1995, "Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models," *Journal of Derivatives* 2 (December), 73-84.
- Picoult, Evan, 1999, "Calculating Value-at-Risk with Monte Carlo Simulation," *Risk Metrics*, 209-229
- Pindyck, Robert, and Daniel Rubinfeld, 1998, "Econometric Models and Economic Forecasts." Fourth Edition, McGraw-Hill.
- Saunders, Anthony, 1997, "Financial Institutions Management: A Modern Perspective," Third Edition, McGraw-Hill.



